الجبر

أنشطة نموذجية

4AM متوسط

المجال 1

المضاعفات والقواسم

I – مهما يكن العددين a ، b الناطقين، حيث: $b\neq0$.
b قاسم لـ a نقول أن a/b عدد ناطق.

نقول:

- b يقسم العدد a.
- a مضاعف للعدد b.
- a يقبل القسمة على b.
- مهما يكن العدد الناطق a حيث: $a\times1=1$

II – القاسم المشترك الأكبر لعددين ناطقين غير معدومين، هو العدد الناطق الغير معدوم،(أكبر قاسم مشترك للعددين b،a في آن واحد). ونكتب $PGCD\ (a;b)$ أي $PGCD$ دائما يكون أكبر من أو يساوي الواحد.وإذا كان: $PGCD(a;b)=1$، نقول عن العددين $a;b$ عددان أوليان فيما بينهما ونستنتج أن $PGCD$ لعددين ناطقتين a و b يقسم كذلك الفرق بينهما.

لحساب $PGCD$ لعددين ناطقين غير معدومين نستعمل خوارزمية إقليدس (القسمة الإقليدية)، أي نقسم العدد الأكبر على العدد الأصغر منه ثم العدد الأصغر الناتج على باقي القسمة الإقليدية وهكذا حتى نتحصل على الباقي صفر.

III – الكسور الغير قابلة للاختزال :

كسر غير قابل للاختزال لا يمكن اختزاله (لا يقبل) معنى ذلك أن a/b غير قابل للاختزال لأن a و b عددان أوليان فيما بينهما أي $PGCD(a;b)=1$.

– للحصول على كسر مختزل نقسم كلا من البسط والمقام على $PGCD$ لهما.

تمرين نموذجي

1) أنقل و أكمل الجدول الآتي بـ: (نعم) أو (لا)

	2	3	5
4410 يقبل القسمة على			
1575 يقبل القسمة على			

2) من خلال الجدول . هل العددان 4410 و 1575 أوليان فيما بينهما ؟ (برر جوابك)

3) احسب $PGCD(4410;1575)$

الحل :

1)

	2	3	5
4410 يقبل القسمة على	نعم	نعم	نعم
1575 يقبل القسمة على	لا	نعم	نعم

2) العددان 4410 و 1575 ليس اوليان فيما بينهما (لانهما يقبلان اكبر من قاسم واحد)

3)
$a = 4410 ; b = 1575 ; a - b = 2835$,
$PGCD(4410;1575) = PGCD(1575;2835)$

$a = 2835 ; b = 1575 ; a - b = 1260$,
$PGCD(2835;1575) = PGCD(1575;1260)$

$a = 1575 ; b = 1260 ; a - b = 315$,
$PGCD(1575;1260) = PGCD(1260;315)$

$a = 1260 ; b = 315 ; a - b = 945$,
$PGCD(1260;315) = PGCD(315;945)$

$a = 945 ; b = 315 ; a - b = 630$,
$PGCD(945;315) = PGCD(315;630)$

$a = 630 ; b = 315 ; a - b = 315$,
$PGCD(630;315) = PGCD(315;315)$

$PGCD(4410;1575) = 315.$

المجال 2
الجذور التربيعية

I - تعريف الجذر التربيعي لعدد ناطق موجب:

الجذر التربيعي لعدد ناطق موجب تكتب $\sqrt{a}$ حيث:

$$\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a=\left(\sqrt{a}\right)^2$$

قائمة المربعات التامة:

$\sqrt{0}=0$; $\sqrt{1}=1$; $\sqrt{4}=2$; $\sqrt{9}=3$; $\sqrt{16}=4$

$\sqrt{25}=5$; $\sqrt{36}=6$; $\sqrt{49}=7$; $\sqrt{64}=8$; $\sqrt{100}=10$

$\sqrt{121}=11$; $\sqrt{144}=12$; $\sqrt{225}=15$

II - الحسابات:

- جذر لمربع: من أجل a أكبر من أو يساوي 0 فإن: $\sqrt{a^2}=a$
- جداء العددين: مهما يكن العددان الناطقان الموجبان a و b فإن: $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$
- التبسيط: مثال: $\sqrt{300}=\sqrt{100\times 3}=\sqrt{100}\times\sqrt{3}=10\sqrt{3}$
- القسمة: مهما يكن العددان الموجبان a ، b حيث $b\neq 0$ فإن:

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

III - بإستعمال طريقة التوزيع:

مثال 1: $\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5$

$$\sqrt{4+9}=\sqrt{13}\approx 3{,}6\neq\sqrt{25}$$

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$$

أي: لا نستطيع أن نبسطها.

مثال 2: $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(2+5)\sqrt{3}=7\sqrt{3}$

مثال 3: $3\sqrt{2}+\sqrt{8}=3\times\sqrt{2}+\sqrt{2\times 4}=3\times\sqrt{2}+2\times\sqrt{2}$

$$=(3+2)\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

تمرين نموذجي

لتكن ثلاثة نقاط O ، U و I حيث الأطوال:

$$OU=\sqrt{343}\text{، }OI=\sqrt{700}\text{ ، }UI=\sqrt{63}$$

هل النقاط O ، U و I على استقامة واحدة؟ برر .

الحل:

حتى تكون على استقامة واحدة: $UI+OU=OI$

ومنه $\sqrt{343}+\sqrt{63}=\sqrt{700}$ أي على استقامة واحدة.

المجال 4
الجداءات الشهيرة

I) مربع مجموع عددين، مربع فرق عددين، الفرق بين مربعين.

مربع مجموع: مهما تكن a و b فإن:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

مربع العدد الثاني ضعف جداءها مربع العدد الأول

II) مربع فرق عددين: مهما يكن a، b فإن:

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

III- فرق بين مربعين: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

IV- التحليل (كتابة العبارة على شكل جداء)

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$
$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2=(b-a)^2$$

باستعمال العامل المشترك: مهما تكن a، b و c

$$a\times b+a\times c=a\times(b+c)$$

عامل مشترك

تمرين نموذجي

لتكن العبارة الجبرية الآتية:

$$E=(3x+5)(2x-1)+9x^2-25$$

1. انشر وبسط العبارة E ؟
2. حلل العبارة $9x^2-25$ ثم استنتج تحليلا للعبارة E؟
3. حل المعادلة: $(3x+5)(5x-6)=0$

الحل:

$$E=(3x+5)(2x-1)+9x^2-25$$

1. انشر وبسط العبارة E

$$E=(3x+5)(2x-1)+9x^2-25$$
$$=6x^2-3x+10x-5+9x^2-25$$
$$=15x^2+7x-30$$

2. تحليل العبارة

$$9x^2-25=(3x)^2-5^2=(3x-5)(3x+5)$$

الهندسة
أنشطة نموذجية

4AM متوسط

المجال 3 نظرية طاليس

I- تذكرة : في مثلث:

ABC مثلث كيفي، M من الضلع $[AB]$، N من الضلع $[AC]$.

حيث: $(MN)//(BC)$.

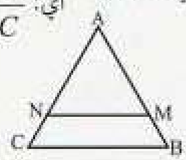
النتيجة: أضلاع مثلث AMN متناسبة مع أضلاع المثلث ABC:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

المعطيات النهائية:

إذا وجد :

* A,M,B في استقامية أي: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

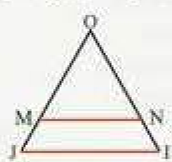


* A,N,C في استقامية

مثال: إذا وجدت النقط O,M,J في استقامية وO,N,I في استقامية كذلك وبنفس الترتيب.

ولدينا: $\frac{OM}{OJ}=\frac{ON}{OI}$

أي حسب النظرية العكسية لطاليس نستنتج $(MN)//(IJ)$.



المجال 5 النسب المثلثية

I- هناك ثلاثة علاقات مثلثية أساسية مهما كانت الزاوية α الحادة.

$$\cos\alpha=\frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}}$$

$$\sin\alpha=\frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الوتر}}\ ;\ \tan\alpha=\frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول المجاور}}$$

II- العلاقة بين النسب المثلثية

مهما تكن الزاوية α الحادة :

$$(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2=1$$

$$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

وكذلك: $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=tan\alpha$

حالات خاصة:

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير موجود

تمرين نموذجي 1

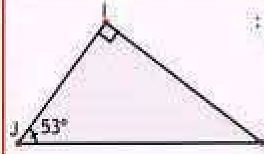
1) أنشئ مثلثا حيث $JK = 8$ cm ; $IJ = 4,8$ cm ; $KI = 6,4$ cm.

2) برهن أنّ المثلث IJK قائم .

3) احسب قيس الزاوية $\widehat{IJK}$ بالتدوير إلى الدرجة.

الحل :

1) إنشاء مثلث IJK حيث :



IJ = 4,8 cm
JK = 8 cm ;
و KI = 6,4 cm

2) برهان أن المثلث IJK قائم :

$KI^2 = 6{,}4^2 = 40{,}96$; $JK^2 = 8^2 = 64$

$IJ^2 = 4{,}8^2 = 23{,}04$;

ومنه : $64 = 40{,}96 + 23{,}03$

أي : $JK^2 = IJ^2 + IK^2$

فحسب نظرية فيثاغورث، المثلث IJK قائم في I .

3) حساب قيس الزاوية $\widehat{IJK}$ بالتدوير إلى الدرجة.

بفرض ∝ قيس الزاوية $\widehat{IJK}$

فإن : $\sin \propto = \frac{IK}{JK} = \frac{6.4}{8} = 0.8$

لدينا : $\sin 53° \approx 0{,}798$; $\sin 54° \approx 0{,}809$ ،

فقيس $\widehat{IJK}$ هو حوالي $53°$. أو باستعمال الآلة.

تمرين نموذجي 2

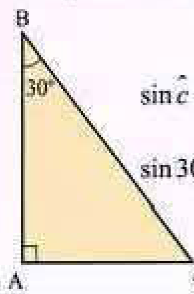
مثلث قائم في A حيث AB = 3 cm و $A\hat{C}B = 30°$

1 / أحسب BC

2 / بين أن $AC = 3\sqrt{3}$

3 / أحسب $\cos A\hat{B}C$ و $\sin A\hat{C}B$. ماذا تلاحظ ؟

الحل :



$\sin \hat{c} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{BC}$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{3}{BC}$ ، $BC = 6$

باستعمال فيثاغورث نجد: $AC = 3\sqrt{3}$

$\cos\widehat{ABC} = \frac{1}{2}$

$\sin\widehat{ACB} = \frac{1}{2}$ ، $\cos\widehat{ABC} = \sin\widehat{ACB}$

المجال 8

الزوايا الموجودة داخل دائرة

I - إذا وقع رأس زاوية على محيط الدائرة نسميها زاوية محيطية وتحصر قوس معطى.

II- إذا وقع رأس زاوية على مركزها نسميها زاوية مركزية، وتحصر قوس معطى.

خاصية ❶ : زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس متساويتان.

خاصية ❷ : زاويتان أحدهما محيطية والأخرى مركزية تحصران نفس القوس (نقول أن المحيطية نصف المركزية).