التمرين 1 : (بكالوريا 2010 . الشعبة : رياضيات)

1) نعتبر المعادلة : $(1)\ ...\ 7x+65y=2009$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ- بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x\,;y)$ حلا للمعادلة (1) فإن y مضاعف للعدد 7 .

ب- حل المعادلة (1) .

2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9 .

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $2^{6n}+3n+2$ القسمة على 9 .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{6n}-1$.

أ- تحقق أن u_n يقبل القسمة على 9 .

ب- حل المعادلة : $(2)\ ...\ (7u_1)x+(u_2)y=126567$ ذات المجهول $(x\,;y)$ حيث x و y عددان صحيحان .

جـ- عيّن الثنائية $(x\,;y)$ حل (2) حيث x_0 و y_0 عددان طبيعيان مع $y_0\geq 25$.

التمرين 2 : (بكالوريا 2009 . الشعبة : تقني رياضي)

1) أ- عيّن الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسّم 2009 .

u_0 و a عددان طبيعيان غير معدومين ، (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدّها الأول u_0 بحيث :

$u_1^2+u_2+35a^2=2009$.

ب- احسب a و u_0 .

2) نضع $a=7$ و $u_0=2$ ، احسب u_n بدلالة n .

3) نضع $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

أ- عبّر عن S_n بدلالة n .

ب- عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n=800$.

التمرين 3 : (بكالوريا علوم دقيقة)

1) α وَ β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .

جد α وَ β حيث : $\beta(\beta^3-1)=28\alpha^2$.

2) a ، b ، c ، d و e أعداد طبيعية غير معدومة تشكل بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها r حيث a و r أوليان فيما بينهما و $28a^3=e-b$.

احسب الأساس r ثم الأعداد a ، b ، c ، d و e .

التمرين 4 : (بكالوريا تجريبية)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين .

1) أثبت أنه إذا كان a أوليا مع b فإن $(a+b)$ أولي مع (ab) .

2) نفرض أن $a\leq b$.

أ- حل الجملة (1) : $\begin{cases} PGCD\,(a\,;b)=5 \\ PPCM\,(a\,;b)=180 \end{cases}$

ب- استنتج حلول الجملة (2) : $\begin{cases} PGCD\,(a+b\,;ab)=5 \\ PPCM\,(a\,;b)=180 \end{cases}$

جـ- عيّن الثنائيات $(a\,;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق : $5(a+b)^2=147m$ حيث $m=PPCM\,(a\,;b)$

التمرين 5 : (بكالوريا علوم دقيقة)

1) حل في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول $(x';y')$: $9x'-14y'=13$ علما أن $(3;1)$ حل لها .
(يرمز $\mathbb{Z}$ إلى مجموعة الأعداد الصحيحة)
2) نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $45x-28y=130$
بيّن أنه إذا كان $(x;y)$ حلا لهذه المعادلة فإن x مضاعف للعدد 2 وأن y مضاعف للعدد 5 ثم حل هذه المعادلة .
3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha\alpha3}$ في نظام تعداد أساسه 9 ويكتب $\overline{5\beta\beta6}$ في نظام تعداد أساسه 7 .
عيّن العددين الطبيعيين α ، β ثم اكتب N في النظام العشري .

التمرين 6 : (بكالوريا علوم دقيقة)

$\mathbb{Z}$ هي مجموعة الأعداد الصحيحة .
لتكن في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ، المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $43x-13y=\lambda$ ....(E) مع λ عدد صحيح .
1) تحقق أن $(-3\lambda;-10\lambda)$ حل للمعادلة (E).
- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E).
2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في نظام تعداد أساسه 6 ويكتب $\overline{\beta0\gamma\gamma}$ في نظام تعداد أساسه 5 .
أ- بيّن أن الأعداد α ، β و γ تحقق : $43\alpha-13\beta=\gamma$.
ب- عيّن α ، β و γ ثم اكتب N في النظام العشري .

التمرين 7 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : رياضيات)

1) أ- عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $2n+27\equiv0[n+1]$.
ب- عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث : $(b-a)(a+b)=24$.
جـ- استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.
2) α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل $\alpha=\overline{10141}$ و $\beta=\overline{3403}$.
أ- اكتب العددين α و β في النظام العشري .
ب- عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث : $\begin{cases} b^2-a^2=24 \\ \alpha a-\beta b=9 \end{cases}$
3) أ- عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434 ، ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478 .
ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $2013x-1434y=27$

التمرين 8 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : تقني رياضي)

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $11x+7y=1$
1) أ- عيّن $(x_0;y_0)$ ؛ حل المعادلة (E) الذي يحقق : $x_0+y_0=-1$.
ب- استنتج حلول المعادلة (E) .
2) a و b عددان طبيعيان و S العدد الذي يحقق : $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$
أ- بيّن أن $(a;-b)$ حل للمعادلة (E) .
ب- ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77 .
3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .
عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n<2013$.