سلسلة استعد للبكالوريا رقم (09)

المستوى : ثالثة ثانوي
الشعبـــــة :علوم تجريبية + رياضيات
و تقني رياضي

{ المحاور: العد (التحليل التوفيقي) + الاحتمالات }

التحليل التوفيقي

التمرين (01) يحتوي كيس على 18كرة منها4 كرات حمراء مرقمة من1 إلى 4و6كرات بيضاء مرقمة من1الى6 و8 كرات خضراء مرقمة من1الى8.

1. نسحب من هــذا الكيس 3كرات **في آن واحد**.ما هــو عدد الحالات التي نحصل فيهــا على:
أ) 3ارقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل جـ)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4
2. نحسب من هــذا الكيس 3كرات على **التوالي بحيث نعيد في كل مرة** الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي.ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على:
أ) 3ارقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل جـ)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

التمرين (02) اشترى احد التلاميذ المجتهدين 3 كتب للرياضيات وكتابين للفيزياء وأربعة كتب للأدب العربي ثم أراد أن يضعهم على رف مكتبته فما هو عدد الطرق الممكنة لتحقيق ذلك إذا :
أ) أراد وضع الكتب ذات نفس المادة متجاورة
ب) كتب الأدب العربي فقط متجاورة . ج) دون شرط .

التمرين (03) : 1/ n عدد طبيعي ، اثبت أن : $C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^n = 2^n$

2/ n و m عددان طبيعيان حيث : $n \geq m$

أ- أثبت أن : $mC_n^m = nC_{n-1}^{m-1}$

ب- استنتج قيمة مبسطة للمجموع S حيث : $S = \sum_{m=0}^{m=n} mC_n^m$

التمرين (04) 1/ أوجد العدد الطبيعي n في كل حالة من الحالات التالية :

أ) $C_n^0 + C_n^2 + C_n^3 = \frac{5n}{2} + 1$ ، ب) $C_n^3 + C_{2n}^2 = 8n$

2/حل في $¥^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} C_{x+1}^{y} = C_{x}^{y-1} \\ C_{x+y}^{2} = 10 \end{cases}$

التمرين (05) في مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات. **1)** ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها؟

2) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف التالية:

أ) الأعضاء الأربعة المختارين باحثات؟ ب) من بين الأعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط؟

جـ) من بين الأعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة.

د) من بين الأعضاء المختارين يوجد على الأكثر باحثان

3) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلهاإذا كانت هذه اللجنة تضم **رئيسا ونائبا له و كاتبين**

التمرين (06) n عدد طبيعي غير معدوم . نضع :

$$L_n = 9C_{n+1}^{2} + 27C_{n+1}^{3} + 81C_{n+1}^{4} + ... + 3^{n+1}C_{n+1}^{n+1}$$

/1 بيّن أن : $L_n = 4^{n+1} - 3n - 4$

/2 نضع : $S_n = L_1 + L_2 + ... + L_n$ ، **احسب** S_n **بدلالة** n

---

التمرين (07) 1/ برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$1\times1! + 2\times2! + ... + n\times n! = (n+1)! - 1$$

2/ برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$2^n\left[1\times3\times5\times7\times.......\times(2n-1)\right] = \frac{(2n)!}{n!}$$

التمرين (08) يضم صندوق 10 كرات متماثلة . 4 منها سوداء و الباقي بيضاء . نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد. ما عدد الحالات ممكنة للحصول على :

أ) كرة بيضاء ؟ ب) كرة بيضاء على الأقل ؟ جـ) 3 كرات ليست من نفس اللون ؟

2) نضيف إلى الصندوق n كرة سوداء و n كرة بيضاء و نعتبر X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون .

أ) أثبت أن $X_n = n^2 + 9n + 21 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

ب) كم نضيف من كرة حتى يكون $X_n = 10713$

التمرين (09) ليكن المنشور التالي $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$

1) أكتب الحد الذي درجته 10. 2) أوجد معامل الحد التاسع. 3) أوجد الحد الثابت

التمرين (10) 1) أثبت أن $C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$ ثم استنتج أن : $C_m^m + C_{m+1}^m + ... + C_n^m = C_{n+1}^{m+1}$

2) أحسب المجاميع التالية : $S_1 = 1 + 2 + 3 + ... + n$ ،

$S_2 = 1\times2 + 2\times3 + 3\times4 + ... + (n-1)n$ ،

$$S_3 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2$$

حساب الاحتمال و المتغير العشوائي و الأمل الرياضي و التباين

التمرين (01) : يحتوي كيس على 10قريصات مرقمة من1إلى 10(لكل قريصتين مختلفتين رقمان مختلفان) نسحب في آن واحد 3 قريصات ونعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال

1)أحسب عدد السحاب الممكنة

2)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية

3)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها أعداد أولية

4)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم كل واحد منها عدد غير أولي

5)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم إحداها على الأقل رقم أولي

تعطى كل النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال ثم تعطى كل واحدة منها مقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالنقصان

التمرين (02) يحتوي كيس على10كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس،منها 3حمراء، 3 خضراء و 4 بيضاء

1)نسحب من هذا الكيس،ثلاث كرات، في آن واحد، ما احتمال الحصول على:

أ) - نفس اللون؟

ب) - الألوان الثلاثة؟

جـ)- كرة بيضاء واحدة على الأقل؟

2)نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة. أ-ما هو قانون الاحتمال المتغير العشوائي X؟

ب-احسب الأمل الرياضي $E(X)$ والتباين والانحراف المعياري .

التمرين (03)يحتوي وعاء على 4 قريصات مرقمة من 1 إلى 4.نسحب عشوائيا قريصة من هذا الوعاء ونسجل لونها رقمها a ثم نعيدها إلى الوعاء ونسحب من جديد قريصة أخرى ونسجل لونها b

ليكن $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلما متعامدا ومتجانسا في الفضاء .

نعتبر الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ حيث : $\vec{u}(a,-5,1-a)$ و $\vec{v}(1+b,1,b)$

- برهن أن احتمال أن يكون هذان الشعاعان متعامدين هو $\frac{1}{4}$

التمرين (04)يحتوي وعاء على n كرة سوداء $(n \in \mathbb{N}^*)$ و كرتين بيضاوين ، نسحب من هذا الوعاء كرتين على التوالي دون إعادة قبل السحب الموالي .

1. ماهو احتمال سحب كرتين بيضاوين؟

2. نرمز بالرمز u_n إلى احتمال سحب كرتين من نفس اللون

أ- عبر عن u_n بدلالة n . ب- احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.فسر النتيجة

التمرين (05) يحوي كيس 5 كريات تحمل الرقم 10 و 3 كريات تحمل الرقم 15 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .1) حدد مجموعة القيم الممكنة للمتغير X .

2) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

3)أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ ثم أحسب التباين $V(X)$

4) أوجد $P(X \geq 25)$

التمرين (06) ليكن x المتغير العشوائي المعرف كمايلي :

a	1-	2	3	4
$P(X=a)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	a

1) حدد قيمة العدد الحقيقي a

2) أحسب $P(X \geq \frac{5}{2})$ و $P(X < 1)$

3)أحسب $P(X^2 \leq 2)$ ،

4) احسب $P(X^2 - 6X + 8 < 0)$

التمرين (07) يحتوي كيس على12قريصة متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس مرقمة من 1 إلى 12 (لكل قريصتين مختلفتين رقمان مختلفان) . نسحب في آن واحد 3 قريصات ونعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال .

1/ أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها تقبل القسمة على 3.

2/ أحسب احتمال سحب قريصة واحدة رقمها يقبل القسمة على 3.

3/ أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها بترتيب معين تشكل حدود متعاقبة من متتالية حسابية أساسها 3.

4/ أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها بترتيب معين تشكل حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

التمرين (08) قطعة نقود مزيفة بحيث عند رميها يكون احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الحرف A ضعف احتمال ظهور الوجه الأخر والذي يحمل الحرف B .

1- احسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(\overline{A})$ ، $P(A \cap B)$

2- نفرض ان ظهور الوجه A يعطي ربح 100 نقطة و ظهور الوجه B يعطي خسارة 50 نقطة ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ قيم الربح او الخسارة

- أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X
- احسب الأمل الرياضياتي
- احسب التباين و الإنحراف المعياري .

التمرين (09) تحتوي علبة على6 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء.نسحب في آن واحد5 كرات بلا اختيار (الإمكانيات متساوية الاحتمال)

1) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة

-عين قانون احتمال هذا المتغير العشوائي

- أحسب أمله الرياضي

2) α عدد حقيقي .

نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل سحب يحتوي على x كرة بيضاء و y كرة سوداء العدد : $\alpha x - y$

- عيّن العدد α حتى يكون الأمل الرياضي معدوما .

التمرين (10) نرمي نردين معا ونسجل الرقمين x وَ x'المحصل عليهما .

1/ عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي المعرف كما يلي : $y = |x - x'|$

- احسب أمله الرياضي .

2/ عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي المعرف كما يلي : $z = \max(x ; x')$

- احسب أمله الرياضي .

التمرين (11) يحتوي كيس على14 قريصة:4 قريصات تحمل الحرف مــ و3 قريصات تحمل الحرف د و3 قريصات تحمل الحرف يــ وقريصتان تحملان الحرف نــ وقريصتان تحملان الحرف ة نسحب في آن واحد 5 قريصات بلا اختيار (الإمكانيات متساوية الاحتمال)

1)ما هو الاحتمال لكي تكون الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "**مدينة**"

2)ما هو الاحتمال لكي لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف مــ؟

3)ما هو الاحتمال لكي تحمل إحدى القريصات المسحوبة على الأقل الحرف مــ؟

4) ما هو الاحتمال لكي تحمل اثنتان من بين القريصات المسحوبة -على الأقل الحرف مــ؟

-تعطى النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال ثم تعطى قيمها المقربة إلـــى $\frac{1}{100}$ بالزيادة

التمرين (12) زهرة نرد **غير متوازنة** أوجهها تحمل الأرقام 1،2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 إحتمالات ظهورها في رمية واحدة هي P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 على الترتيب.

1.علما أن هذه الأعداد P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، أوجد الأعداد P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 ، P_5 ، P_6 .

2.نرمي زهرة النرد هذه مرة واحدة .

أ- ما احتمال ظهور رقم زوجي ؟

ب- ما احتمال ظهور رقم مضاعف لــ 3 ؟

3.ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد المحصل عليه .

- عرف قانون الإحتمال و احسب أمله الرياضياتي ثم التباين و الإنحراف المعياري .

التمرين (13) كيس أ يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4 ، 4 وَ كيس ب يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 4 .

نسحب قريصة من الكيس أ ثم قريصة من الكيس ب و نفرض أن x الرقم المسجل على القريصة المسحوبة من الكيس أ و أن y الرقم المسجل على القريصة المسحوبة من الكيس ب .

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين ($x = y$)

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية (x، y) العدد x^y .

- عيّن قانون الاحتمال واحسب أملـــــه الرياضي .

التمرين (14) لتحضير مسابقة طلب من أربعة أساتذة أ ، ب ، جـ ، د تقديم تمرينين من طرف كل أستاذ (تمرين جبر وتمرين تحليل) . المتر شح يختار تمرينين من بين 8 التمارين المقترحة . طالب اختار تمرينين عشوائيا . احسب احتمال أن يكون :

1/ التمرينين المختارين جبر .

2/ التمرينين المختارين مقترحين من طرف أستاذ واحد .

3/ التمرينين المختارين مقترحين من طرف الأستاذ أ .

التمرين (15) زهرة نرد مكعبة كـ$_1$ لها وجه يحمل الرقم 1، ووجهان يحملان الرقم 2 و ثلاثة أوجه تحمل الرقم3. زهرة نرد مكعبة كـ$_2$ لها وجه يحمل الرقم1ووجهان يحملان الرقم 2ووجه يحمل الرقم3ووجهان يحملان الرقم4.

نفرض أن كل الأوجه في كل من المكعبين لها نفس حظوظ الظهور.نرمي النردين ونسجل الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين.ما احتمال الحصول على: أ) زوجيين

ب) فرديين

التمرين (15) لعبة يانصيب مؤلفة من مئة ورقة مرقمة من 1إلى100.كل ورقة رقمها ينتهي بأحد الرقمين 0 أو 5 تعطي ربحا قدره 10دنانيرأما الأوراق الأخرى فإنها لا تعطي أي ربح

نسحب ورقتين من بين الأوراق السابقة وليكن Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب الربح المحصل عليه

1)احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X؟

التمرين (16) يحوي كيس 5 كريات تحمل الرقم 10 و 3 كريات تحمل الرقم 15 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .1) حدد مجموعة القيم الممكنة للمتغير X .

3) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

3)أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$ ثم أحسب التباين $V(X)$

4) أوجد $P(X \geq 25)$

التمرين (01) يحتوي كيس على 3 زهرات نرد مكعبة منها اثنتان عاديتان أوجه كل منهما مرقمة من 1 إلى 6. وواحد خاص له ثلاثة أوجه تحمل الرقم 6 وَ ثلاثة أوجه تحمل الرقم 1.
نسحب من هذا الكيس زهرتي نرد في آن واحد ثم نرمي النردين ونسجل الرقمين اللذين يظهران على الوجهين العلويين.
نسمـــــــي الحادثة A " الزهرتان المسحوبتان عاديتان "
الحادثة B "الوجهان العلويان يحملان الرقم 6 "

1) α- عيّن الحادثة العكسية للحادثة A والتي نرمز لها بـــ $\overline{A}$.
β- احسب $p(A)$ احتمال الحادثة A ثم $p(\overline{A})$ احتمال الحادثة العكسية للحادثة $\overline{A}$.

2) α - احسب $p_A(B)$ ، $p(B\cap A)$.
β - احسب $p(B)$

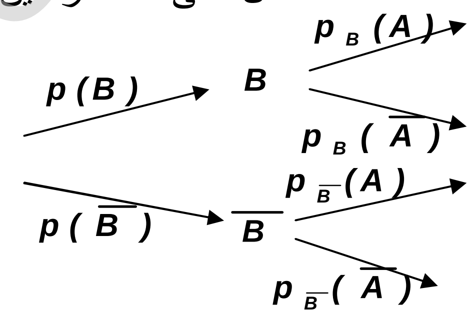
3) - بيّن أن $p_B(A)=\frac{1}{7}$

التمرين (02) يحتوي وعاء على 3 قريصات بيضاء و 4 حمراء .إحدى القريصات البيضاء تحمل الرقم1 والأخريان تحملان الرقم5.أما القريصات الحمراء ، فاثنتان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم3. نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد.ونحسب مجموع الرقمين المسجلين عليهما

1)ما هو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6؟
2)ماهو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من6علما أن القريصتين المسحوبتين بيضاوان؟
3)نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.
- ما هي قيم المتغير العشوائي X؟
- أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي.

التمرين (03) نعتبر صندوقين أحدهما U_1 يحوي 5 كرات خضراء و 3 كرات حمراء و الآخر U_2 يحوي 3 كرات خضراءو 6 كرات حمراء . كل الكرات لا نميز بينها باللمس .
ترمي حجر نرد مكعب غير مزور ، مرقم من 1 الى 6 . إذا تحصلنا على أحد الرقمين 5 أو 6 نسحب كرة عشوائيا من الصندوق U_1 و في الحالات الأخرى نسحب كرة من الصندوق U_2
نسمي A الحادثة " الكرة المسحوبة خضراء " و نسمي الحادثة B " نحصل على أحد الرقمين 5 أو 6 "

1) أحسب $p(B)$ و $p(\overline{B})$
2) أحسب $p_B(A)$ و استنتج $p_B(\overline{A})$
3) أحسب $p_{\overline{B}}(A)$ و استنتج $p_{\overline{B}}(\overline{A})$
4) أكمل الشجرة بالقيم العددية المحصل عليها
5) استنتج $p(A)$



التمرين (04) يحتوي كيس على 6 كرات حمراء و 4 كرات سوداء . نسحب من هذا الكيس 3 كرات على التوالي و دون إرجاع .

1- احسب احتمال تحقق كل من الحدثين A و B حيث :

A : الحصول على اللونين معا ، B : الحصول على لون واحد

2- باستعمال شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيتين السابقتين لحساب احتمال تحقق كل من الحدثين A و B

التمرين (04) يتكون مصنع لإنتاج الثلاجات من 3 أقسام حيث تساهم بـــ 30% ، 60% ، 10% على الترتيب في الإنتاج الكلي للمصنع و احتمالات أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في الأقسام الثلاثة هي 0.75 ، 0.85 ، 0.90 على الترتيب

ما هو الاحتمال أن تكون الثلاجة المصنوعة في هذا المصنع صالحة للاستعمال .

التمرين (05) يحتوي كيس على 5 كرات خضراء و 3 كرات صفراء . نسحب من الكيس 3 كرات على التوالي بحيث بعد كل سحبة نعيد الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي .

1- احسب احتمال تحقق كل من الحدثين C و D حيث :

C : الحصول على اللونين معا ، D: الحصول على لون واحد

2– استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيتين السابقتين ولحساب تحقق كل من احتمال الحدثين C و D

التمرين (06) يحتوي كيس U_1 على كريتين تحملان الرقم 1 ، وعلى 4 كرات تحمل الرقم 2 (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .و يحتوي كيس U_2 على 3 كرات حمراء و 4 كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_1

1) احسب احتمال الحدثان التاليان : A :" الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1"

B :" الكرة المسحوبة تحمل الرقم 2 "

2) نعتبر في هذا السؤال التجربة العشوائية التالية :نسحب كرة واحدة من الكيس U_1 و نسجل رقمها :

- إذا كان هذا الرقم هو 1 نقوم بسحب كرة واحدة من الكيس U_2 .

- و إذا كان هذا الرقم هو 2 نقوم بسحب كريتين في آن واحد من الكيس U_2.

ليكن n عدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس U_2

و E_n الحدث " الحصول بالضبط على n كرة حمراء

أ – بيّن أن : $P\left(E_1\right)=\dfrac{11}{21}$ و $P\left(E_2\right)=\dfrac{2}{21}$

ب- احسب احتمال الحدث A علما أن الحدث E_1 محقق .

التمرين (07) يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2
4 حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و 5 خضراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .
نعتبر الحادثتين : A " سحب كرتين من نفس اللون " ، B " سحب كرة خضراء على الأقل "
أ-أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B ، $A \cap B$
ب-هل الحادثتان A ، B مستقلتان ؟
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين
أ- أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .
ب-أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين (08) زهرة نرد مزورة أوجهها تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4، 5، 6 بحيث احتمال ظهور هذه الأوجه هي p_1 ، p_2 ، p_3 ، p_4 ، p_5 ، p_6 وهي متناسبة على الترتيب مع الأعداد 1، 2، 3، 4، 5، 6 على الترتيب.
1. عيّن قانون الاحتمال المرفق بهذه التجربة.
2. نرمي زهرة النرد هذه ونعتبر الحوادث:
A : "الوجه الظاهر يحمل رقما زوجيا" ؛ B : " الوجه الظاهر يحمل رقما أكبر من أو يساوي 3" ؛
C : "الوجه الظاهر يحمل الرقم 3 أو 4".
احسب احتمالات الحوادث A ، B و C . ثم احسب الاحتمال الشرطي $P_A(B)$.
3. هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ وهل A و C مستقلتان ؟
4. ما هو احتمال أن نحصل على الرقم 6 مرّة على الأقل ؟

التمرين (09) طالب في قسم نهائي علوم تجريبية أو رياضيات أو تقني رياضي يعير نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية. فإذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في امتحان البكالوريا $\frac{1}{3}$
واحتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$.
1-احسب احتمال نجاحه في امتحان البكالوريا.
2-ما هو احتمال نجاحه في المواد العلمية علما أنّه حصل على البكالوريا ؟

التمرين (10) يريد تلاميذ قسم مكون من 10 ذكور و 6 إناث أن يكونوا لجنة من 3 أفراد لتمثيلهم في مسابقة دراسية (نفترض أن كل التلاميذ لهم نفس الحظوظ لكي يقع عليهم الاختيار).
1- ما هو عدد اللجان الممكنة ؟ لتكن الحادثة E : " أعضاء اللجنة من نفس الجنس " .
2- أحسب احتمال الحادثة E .
3- استنتج احتمال الحادثة F : " أعضاء اللجنة من الجنسين معا " .
نفترض أنه من بين تلاميذ القسم يوجد التلميذ A وأخته التلميذة B .
ما هو الاحتمال لكي تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا، وأن لا يتواجد بها التلميذ A والتلميذة B في آن واحد .
ليكن المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الإناث المتواجدة باللجنة.
حدد قانون احتمال X و أحسب الأمل الرياضي : $E(X)$.

التمرين (11)   يأخذ علي عند خروجه للعمل صباحا مظلته 3مرات من10وعند اصطحابه لمظلته يكون الجو ماطرا مرتين من 7وغائما 4مرات من9وفي باقي الحالات يكون الجو صحوا وبالمقابل عندما لا تكون مظلته معه يكون الجو صحوا 3مرات من5 وغائما مرتين من5.

1- مثل المعطيات السابقة بواسطة شجرة الاحتمالات.

2-أحسب احتمال

أ- أن يكون الجو غائما.

ب- أن يأخذ علي المظلة علم ان الجو ماطر. جـ -الا يصطحب مظلته علما أن الجو صحو

التمرين (12) تم تلقيح ربع سكان مدينة ضد مرض فيروسي.

وفي احصائية وجد أنه من بين المصابين بهذا المرض شخص واحد ملقح مقابل 4غير ملقحين و أنه يوجد مصاب واحد فقط من كل 12ملقحا.

1- اختر الرموز المناسبة للحوادث الواردة في النص و أنشئ الشجرة المثقلة بصورتين .

2- أحسب احتمال الاصابة بالمرض.

3- ماهو احتمال اصابة شخص غير ملقح بالمرض ؟. هل التلقيح فعال؟.

التمرين (13) عدد أقسام المستوى النهائي لشعبة في ثانوية هو 3 نرمز لها بالرموز C_1 و C_2 و C_3

. 30% من تلاميذ المستوى النهائي يدرسون في القسم C_1 و 50% من تلاميذ المستوى النهائي يدرسون في القسم C_2 وبقية تلاميذ المستوى النهائي يدرسون في القسم C_3.

25% من تلاميذ القسم C_1هم بنات ويشكل البنات نسبة 40% من تلاميذ القسم C_2، بينما يشكلن في القسم C_3 ما نسبته 80% .

1-نعين بصفة عشوائية تلميذ من المستوى النهائي.ما هو احتمال أن نعين بنتا ؟

2– عيّنا بصفة عشوائية تلميذ من المستوى النهائي فتبين أنه بنت ، ما هو احتمال أن تكون هذه البنت من القسم C_1 ؟

التمرين (14) (1 A و B حادثتان مستقلتان . بين أن

أ) A و $\overline{B}$ مستقلتان   ب) $\overline{A}$ و B مستقلتان   ج) $\overline{A}$ و $\overline{B}$ مستقلتان

2) يرمي قاذفان T و S في نفس الوقت هدفا معينا . الحادثتان A " S يصيب الهدف " ، B " T يصيب الهدف " مستقلتان و احتمالاهما $p_S = \frac{4}{5}$ و $p_T = \frac{7}{8}$ على الترتيب

- أحسب إحتمال الحوادث التالية :

أ) S و T يصيبيان الهدف   ب) S فقط بصيب الهدف

ج) الهدف لم يصب   د) الهدف يصاب

هــ) قاذف واحد يصيب الهدف

التمرين (15)   نرمي ثلاث مرات قطعة نقود متوازنة

نرمز بـــ X_1 لعدد مرات ظهور " وجه " في الرمية الأولى (X_1 يأخذ القيمتين 0 أو 1)

و نرمز بالرمز X_2 لعدد مرات ظهور " وجه " في الرميتين الثانية و الثالثة .

- تحقق أن X_1 و X_2 هما متغيران عشوائيان مستقلان

التمرين (01) يقوم لاعب بإلقاء حجر نرد ، ويعتبر اللاعب رابحا إذا كان الوجه الظاهر للنرد هو 6 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ القيمة 1 إذا كانت نتيجة الرمية هي 6 و يأخذ القيمة 0 إذا كانت نتيجة الرمية غير ذلك.

1- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

2- يقوم الآن اللاعب بإلقاء النرد 3 مرات متتابعة في نفس الشروط .ليكن Y المتغير العشوائي الذي يحصي عدد المرات التي يربح فيها هذا اللاعب .

أ- ما هي القيم الممكنة لـــ Y

ب- مثل المخارج الممكنة لهذه التجربة بشجرة الاحتمالات .

جـــ - عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي Y

التمرين (02) اختبار مكون من 10 أسئلة و لكل سؤال ثلاثة أجوبة مقترحة من بينها إجابة واحدة صحيحة فقط ، مترشح أجاب عشوائيا على الأسئلة العشرة ، وهذه الأجوبة مستقلة عن بعضها البعض

ما هو احتمال أن يكون المترشح أجاب إجابة صحيحة على :

1- ثلاثة أسئلة فقط ؟

2- كل الأسئلة ؟ 3- على الأكثر ثمانية أسئلة ؟

التمرين (03) نرمي 8 مرّات حجر نرد مكعب غير مزوّر مرقم من 1 الى 6 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد مرات الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 .

1) هل X يتبع قانونا ؟ في حالة الإيجاب ، أذكر القانون محدّدا وسائطه .

2) عين الأمل الرياضياتي و الإنحراف المعياري للمتغيرX

3) ماهو احتمال الحادثة " الحصول على 4 مرّات على مضاعف 3 " ؟

4) ما هو احتمال الحادثة " الحصول على 7 مرّات على الأكثر على مضاعف 3 " ؟

5) نرمي الآن الحجر n مرّة . ما هو احتمال الحادثة " الحصول على مرّة واحدة على الأقل على مضاعف 3 " ؟ - ما هي أصغر قيمة للعدد n حتى يكون هذا الاحتمال أكبر من 0,999 ؟

التمرين (04) يحتوي مجمع اقتصادي على عدة محلات ذات طابع تجاري من بينهم مكتبة . في دراسة إحصائية لوحظ أنه من بين 10 زوار للمجمع هناك شخص واحد يزور المكتبة .

نفرض في إحدى الأيام إقبال 100 شخص على المجمع .

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي الذي يعطي النسبة المئوية للزوار الذين يزورون المكتبة

التمرين (05) f دالة معرفة على المجال $[0;1]$ بالعبارة : $f(x)=-6x^2+6x$

1- بين أن f دالة كثافة احتمال على المجال $[0;1]$

2- X متغير عشوائي كثافته f .

- احسب $P(X \le 0.5)$ ، $P(X < 0.1)$ ، $P(0.2 < X < 0.8)$

التمرين (06) ليكن m عدد حقيقي و f دالة معرفة على [1 ; 0] كما يلي $f(x) = \frac{mx^2}{1+x^3}$

1) عين m حتى تكون f دالة كثافة احتمال على [1 ; 0]

2) ليكن X المتغير العشوائي المعرف على [1 ; 0] و الذي قانون احتماله p و يقبل f دالة كثافة احتماله. عين $p(X \le \frac{1}{2})$ ، $p(X \ge \frac{1}{2})$ ، $p(\frac{1}{3} \le X \le \frac{1}{2})$ (تعطى القيم مدورة إلى 10^{-2})

التمرين (07) ليكن X متغيرعشوائي مستمر و دالة الكثافة f لقانون الاحتمال X معرف على المجال $[1;2]$ بالعبارة : $f(x) = a.\frac{x+\ln x}{x^2}$ ، aعدد حقيق ثابت

1- عين : a

2- احسب : $E(X)$ و $V(X)$

التمرين (08) باستعمال قانون منتظم مختار بعناية حل المسألة الآتية :

في محطة نقل المسافرين تقلع حافلة لنقل المسافرين لولاية معينة كل 140 دقيقة . يصل أحد المسافرين صدفة إلى هذه المحطة .

1- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي الذي يعطي فترة انتظار هذا المسافر في المحطة لكي تقلع أول حافلة إلى الولاية التي يقصدها .

2- عين متوسط الفترة الزمنية التي ينتظرها فيها هذا المسافر إقلاع الحافلة .

3- احسب احتمال أن ينتظر هذا المسافر فترة زمنية تتعدى 50 دقيقة.

التمرين (09) يمثل زمن الانتظار أمام الشباك في إحدى الإدارات متغيرا عشوائيا X يناسب (بالدقائق) فترة الانتظار و يتبع قانونا أسيا بوسيط λ حيث $\lambda = 0,08$

1) ما إحتمال أن ينتظر شخص : أ) أقل من 10 دقائق ؟ ب) أكثر من 30 دقيقة ؟

2) ما هو معدل زمن الانتظار ؟

التمرين (10) صندوق يحتوي على 8 قريصات صفراء و15 حمراء غير مميزة باللمس. نسحب عشوائيا على التوالي ودون إرجاع قريصتين من الصندوق .

1- احسب احتمال الحادثة : E "القريصة المسحوبة الأولى صفراء"

2- نكرر سبعة مرات هذه التجربة،و بعد كل تجربة نرجع القريصتين إلى الصندوق . ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ القيمة المتمثلة في عدد وقوع الحادثة E خلال التجارب السبعة.

أ* احسب احتمال الحادثة A " الحادثة E تقع بالضبط 3 مرات"

ب* احسب احتمال الحادثة B " الحادثة E تقع 6 مرات على الأقل"

التمرين (11) تمت نمذجة مدة صلاحية حاسوب بالأشهر بواسطة متغير عشوائي X يتبع قانون آسي ذو الوسيط 0.01

1-ماهو احتمال أن تكون مدة صلاحية هذا الحاسوب أصغر من 50 شهرا

2-ماهو احتمال أن تكون مدة صلاحية هذا الحاسوب اكبر من 50 شهرا .

التمرين (12) في دراسة أعدّتها مؤسسة الكهرباء عن الأخطار التي يتعرض لها عمالها ، تبين أن كل عامل معرض باستمرار الى خطرين رئيسيين : الخطر (A) " سقوط العامل من العمود الكهربائي " احتماله 0,03 و الخطر (B) " تعرض العامل لصعق كهربائي " احتماله 0, 17 ، مع العلم أن الخطرين مستقلان عن بعضهما البعض . نسمي العامل الذي يصاب بأحد الخطرين " عامل مصاب " .

1) نأخذ عاملا عشوائيا من هذه المؤسسة . بين أن احتمال أن يكون مصابا هو 0,1949

2) هذه المؤسسة تضم 500 عامل . ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق عمال المؤسسة بعدد العمال المصابين .- عرّف قانون X و احسب أمله الرياضياتي

3) a) في فصل الشتاء شكّلت المؤسسة فوجا مكونا من 10 عمال للتدخل السريع من أجل إصلاح مختلف الأعطاب التي قد تحدث جراء التقلبات الجوية . أحسب احتمال أن يكون في هذا الفرع أكثر من عاملين مصابين .

b) حتى لا يؤثر المصابون على أداء زملائهم ، فكّرت إدارة المؤسسة في إعادة تشكيل فرع التدخل السريع بحيث يصبح احتمال وجود عاملا مصابا على الأقل ، أقل من 50 % . ماهو أكبر عدد من العمال يمكن أن يضمه هذا الفرع ؟

التمرين (13) كيس يحتوي على ثلاث قريصات حمراء ، وقريصتين بيضاوين و أربع قريصات خضراء ، لا نفرق بينها عند اللمس .

1.نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث قريصات من الكيس . احسب احتمال كل من الحوادث التالية

A : " القريصات الثلاث المسحوبة من نفس اللون "

B : " القريصات الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان "

C :" من بين القريصات الثلاث المسحوبة ، اثنين فقط من نفس اللون "

2.نكرر السحب السابق n مرة متتالية $(n \geq 2)$ ، حيث في كل مرة نعيد القريصات المسحوبة إلى الكيس. ليكن Xالمتغير العشوائي الذي يأخذ عدد المرات التي تكون فيها القريصات المسحوبة مختلفة الألوان . أ- احسب احتمال الحادثة $(X = 2)$

ب- بين أنه يجب على الأقل اربع سحبات متتالية حتى يكون الأمل الرياضي اكبر او يساوي 1

التمرين (14) 1) نرمي حجري نرد عاديين مرة واحدة .

- احسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما أكبر أو يساوي 10 ؟

2) نرمي الآن حجر النرد 5 مرات متتابعة و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل 5 رميات بعدد المرات التي نحصل فيها على رقمين مجموعهما أكبر أو يساوي 10

- عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي و انحرافه المعياري .

التمرين (15)* 1- X متغير عشوائي يتبع قانون ثنائي الحد $B(n, p)$ برهن أن :

$$V(X) = np(1-p) \quad \text{و} \quad E(X) = n.p$$

2- X متغير عشوائي يتبع القانون الأسى ذي الوسيط l برهن: $E(X) = \frac{1}{l}$ و $V(X) = \frac{1}{l^2}$

التدريب على حل تمارين بكالوريات

التمرين (01) صندوق به 8 كرات بيضاء و n كرة سوداء ($n \geq 2$).نفرض أن سحب كرة بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرة سوداء يفقد نقطتين . X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المحصل عليها.

I/نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إعادة الكرة المسحوبة قبل السحـــب الموالي

1)عين قيم المتغير العشوائي X . 2) عين قانون الاحتمال

3) احسب الأمل الرياضي $E(x)$ ثم عيّـــن العدد الطبيعي n حتى يكون $E(X)=0$

II/ **نفرض الآن** $n=6$. نسحب من هذا الكيس3 كرات في آن واحد

1)عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

2)احسب أمله الرياضي.

التمرين (02) يحتوي كيس U_1 على 5 كرات :ثلاث كرات تحمل الرقم 2 وكرتان تحملان الرقم 3 ، و يحتوي كيس U_2 على 5 كرات :ثلاث كرات بيضاء و كرتين حمراوين (لايمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرة من الكيس U_2 حيث n هو الرقم الذي تحمله الكرة المسحوبة من الكيس U_1 .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

1) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X . 2)احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين (03)ظهر مرض في مزرعة سلالة أبقار بدولة ، وجد انه مس 0.5% من أبقار المزرعة

1. نختار عشوائيا حيوان من المزرعة. ما احتمال أن يكون مصاب بالمرض؟
2. أ) نختارعشوائيا على التوالي 10 حيوانات من المزرعة .نسمي X المتغير العشوائي المساوي لعدد الحيوانات المصابة من هذه الحيوانات .برهن أن X يتبع توزيع ثنائي الحد يطلب تعيين الوسيطين . احسب الأمل الرياضياتي

ب) نسمي A الحادثة :" لاأحد من الحيوانات 10 مصاب بالمرض "

ونسمي B الحادثة :"واحد ، على الأقل ، من الحيوانات 10 مصاب بالمرض"

- احسب احتمال A و احتمال B

3.بينت الدراسة أن لدى حيوان احتمال أن يكون الإختبار إيجابي لوجود المرض بحيث الحيوان مريض يساوي 0.8 . وعندما يكون الحيوان غير مريض ، احتمال أن يكون الإختبار سلبي يساوي 0.9 . نرمز T للحادثة " الإختبار ايجابي لوجود المرض " و M للحادثة " الحيوان مصاب بالمرض "

أ -أنشئ الشجرة المثقلة التي تعبر عن المعطيات السابقة .

ب - احسب احتمال الحادثة T

ج- احسب احتمال أن يكون حيوان مريض علما أن الإختبار إيجابي لوجود المرض

التمرين (04) يتشكل قطاع الإنتاج بمؤسسة من3 أصناف من العمال :

مهندسين بنسبة 8% وعمال إنتاج بنسبة 82% والباقي اعوان صيانة .

النساء يمثلن 50%من المهندسين و25%من أعوان الصيانة و60%من عمال الإنتاج.

I- تم استجواب أحد أعضاء هذه المؤسسة عشوائيا

1-أنشئ الشجرة المثقلة التي تعبر عن المعطيات السابقة .

2-أحسب احتمالات الحوادث التالية العضو المستجوب هو :

A =(عون صيانة) . B= (عاملة صيانة) . C= (امرأة).

II- مصلحة الصيانة تقوم بمراقبة الماكينات كما تستدعى للتدخل عند وقوع عطل.من أجل ذلك وضعت صفارة للإنذار وبينت الدراسات أنه خلال اليوم :- احتمال عدم حدوث عطل ولا انطلاق لصفارة الانذار يساوي0.002 ، احتمال وقوع عطل وانطلاق لصفارة الانذار يساوي 0.003.

احتمال وقوع عطل هو0.04.

1-بين أن احتمال حدوث عطل وعدم انطلاق لصفارة الانذار هو0.037.

2-ماهو احتمال عدم انطلاق صفارة الانذار.

3-ماهو احتمال حدوث عطل علما أن صفارة الانذار لاتنطلق.

التمرين (05) يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 ، 0 ، 0 ، 1 ، 1 ، 2 وكرتين سوداوين تحملان العددين 0 ، 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس .

1) احسب احتمال كل من الحدثين :

A : " للكرتين المسحوبتين نفس اللون "

B : " جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين معدوم "

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بمجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين . أ) عين قيم المتغير العشوائي

ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X . ج) احسب الأمل الرياضي

التمرين (06) لصيانة أجهزة التدفئة تراقب شركة عن بعد خلال فصل الصيف الأجهزة .

نعلم أن 20% من الأجهزة هي تحت الضمان . من بين الأجهزة التي تحت الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحداها $\frac{1}{100}$ ، و من بين الأجهزة التي ليست تحت الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحدها $\frac{1}{10}$.نسمي G الحادثة " المدفئة تحت الضمان "

1) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A " المدفئة تحت الضمان و هي غير صالحة " ، B " المدفئة غير صالحة "

2) في سكن ما المدفئة غير صالحة . بين أن احتمال أنها تحت الضمان هو $\frac{1}{41}$

3) المراقبة مجانية إذا كانت المدفئة تحت الضمان ، و يقدر ثمن المراقبة بـــ 800 DA إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة بينما يقدر بـــ 2800 DA إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة .ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثمن تكلفة مراقبة مدفئة . عين قانون احتمال X و أمله الرياضياتي .

التمرين (07) I) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة كما يلي : $U_1=\frac{1}{2}$ و العلاقة التراجعية $U_{n+1}=\frac{1}{6}U_n+\frac{1}{3}$.

لتكن (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل $n\geq 1$ كما يلي $V_n=U_n-\frac{2}{5}$

- تحقق أن المتتالية (V_n) هي هندسية يطلب تحديد أساسها . أكتب U_n بدلالة n

II) نعتبر حجر نرد A و B حيث A يحوي 3 أوجه حمراء و 3 أوجه بيضاء بينما يحوي B ، 4 أوجه حمراء و
وجهين أبيضين . نأخذ عشوائيا أحد الحجرين و نرميه ، إذا حصلنا على وجه أحمر نحتفظ بنفس الحجر و إذا تحصلنا
على وجه أبيض نغير الحجر و نرمي مرّة ثانية و هكذا ...

نسمي A_n الحادثة " نستعمل الحجر A في الرمية n " و $\overline{A_n}$ الحادثة العكسية لها كما نسمي R_n الحادثة " نستعمل
الحجر R في الرمية n " و $\overline{R_n}$ الحادثة العكسية لها و نرمز بالرمزين $\boldsymbol{a_n}$ ، $\boldsymbol{r_n}$ لاحتمالي الحادثتين A_n و R_n على
الترتيب . 1) عين $\boldsymbol{a_1}$

2) عين $\boldsymbol{r_1}$ (يمكن استعمال شجرة الإحتمالات)

3) بملاحظة أنه من أجل كل $n\geq 1$ يكون $R_n=(A_n\cap R_n)\cup(R_n\cap\overline{A_n})$ و بين أن $\boldsymbol{r_n}=-\frac{1}{6}a_n+\frac{2}{3}$

4) تحقق أنه من أجل كل $n\geq 1$ يكون $A_{n+1}=(A_n\cap R_n)\cup(\overline{A_n}\cap\overline{R_n})$

5) استنتج أجل كل $n\geq 1$ يكون $\boldsymbol{a_{n+1}}=\frac{1}{6}a_n+\frac{1}{3}$ ثم أكتب $\boldsymbol{a_n}$ بدلالة n

6) استنتج عبارة $\boldsymbol{r_n}$ بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to\infty}\boldsymbol{r_n}$

التمرين (08) I) c_1 و c_2 حجرا نرد متوازنان تحمل أوجه المكعب c_1 الأعداد :
0،0،$\frac{p}{3}$،$\frac{p}{3}$،$\frac{4p}{3}$،$\frac{4p}{3}$ و تحمل أوجه المكعب c_2 الأعداد : 0،0،$\frac{p}{6}$،$\frac{p}{6}$،$\frac{p}{2}$،$\frac{p}{2}$.

نرمي الحجرين في آن واحد ونسجل العددين الظاهرين على الوجهين العلويين لـــ c_1 و c_2 . نرمز لهذين العددين بــــ a و b .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ر مية العدد $\sin(a+b)$.

1) ماهي القيم الممكنة للمتغير X ؟ (يمكن إعطاء النتائج في جدول) .

2) عيّن قانون احتمال X .

3) احسب الأمل الرياضي $E(X)$ والإنحراف المعياري $s(x)$ للمتغير العشوائي X .

II) نجري الآن اللعبة الآتية : يربح شخص ما 100 DA عندما يرمي حجري النرد ويتحصل على $\sin(a+b)=1$ أو $\sin(a+b)=-1$ ، ويخسر DA 50 في باقي الحالات .

1) ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية الربح أو الخسارة .

1) عيّن قانون احتمال Y .

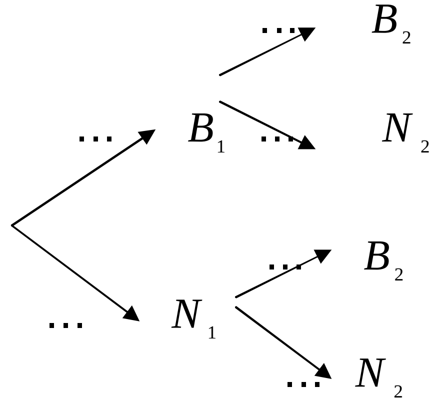
2) نرمي حجري النرد 5 مرات . ما هو الاحتمال أن يربح اللاعب DA 300 ؟

التمرين (09) يحتوي كيس U_1 على k كرات بيضاء(k عدد طبيعي اكبراو يساوي 1) وثلاث كرات سوداء و يحتوي كيس U_2 على كرتين بيضاويين و كرة سوداء (لايمكن التمييز بين الكرات باللمس) .نسحب كرة عشوائيا من الكيس U_1 و نضعها في الكيس U_2 ثم نسحب كرة عشوائيا من الكيس U_2 . مجموعة هذه العمليات تشكل تجربة .

نسمي B_1 (على التوالي N_1) الحادثة " نسحب كرة بيضاء (على التوالي سوداء) من الكيس U_1

و نسمي B_2 (على التوالي N_2) الحادثة " نسحب كرة بيضاء (على التوالي سوداء) من الكيس U_2

1. أ- أكمل الشجرة المثقلة التالية :



ب- برهن أن احتمال الحادثة B_2 يساوي : $\dfrac{3k+6}{4k+12}$

في كل ما يلي نفرض $k=12$

2. لاعب مسجل لديه 8 نقاط كرصيد أولي ويقوم بتجربة .إذا كان في نهاية التجربة يحصل على كرة بيضاء من الكيس الثاني يربح اللاعب 12 نقطة و إلاّ لا يربح اية نقطة و يفقد رصيده .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل تجربة بـــ الفرق بين النقاط المحصل عليها و الرصيد الأولي .أ- بين أن قيم المتغير العشوائي هي :4 و -8

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

جـــ - احسب الأمل الرياضي

3. لاعب يقوم بهذه التجربة n مرة متتالية و مستقلة في بداية كل تجربة يكون الكيس U_1 به 12 كرة بيضاء و 3 سوداء و الكيس U_2 به 2 بيضاء وواحدة سوداء .

- عين اصغر عدد طبيعي n بحيث احتمال تحقق الحادثة B_2 على الأقل مرة يفوق 0.99

التمرين (10) باع محل للأجهزة الكهرومنزلية 4 ثلاجات في يوم واحد مضمونة لمدة 5 سنوات احتمال أن لا تتعطل كل ثلاجة خلال فترة الضمان هو 0.9.

1- احسب احتمال أن لا تتعطل الثلاجات الأربعة خلال فترة الضمان

2- احسب احتمال أن تتعطل ثلاجتان فقط خلال فترة الضمان .

التمرين (11) يقوم ممون ببيع نوعين أسلاك C_1 و C_2 ، بحيث تتضمن كل شحنة يبيعها 20% من النوع C_1 و 80% من النوع C_2

الجزء (أ) : في هذا الجزءلا يطلب أي حساب تقريبي .

نأخذ عشوائيا 4 أسلاك من شحنة تتكون من 50 سلكا.

1/ أعط احتمال تحقق الحادثة E " نتحصل على 4 أسلاك من النوع C_1 "

2/ أعط احتمال تحقق الحادثة F :" نتحصل على سلك واحد من النوع C_1 و3 أسلاك من النوع C_2"

3/ أعط احتمال تحقق الحادثة G:" نتحصل على سلك واحد على الأقل من النوع C_1"

الجزء (ب) في هذا الجزء نأخذ عشوائيا سلكا واحدا من شحنة ونسجل نوعه ثم نعيده إلى هذه الشحنة .نرمز لهذه التجربة بالرمز E ونكررها n مرة .ليكن X عدد الأسلاك من النوع C_1 التي نتحصل عليها بهذه الطريقة .

1) نفرض أن $n=4$. تعطى النتائج بتقريب قدره 10^{-4} بالنقصان.

أ- احسب احتمال الحصول على سلكين من النوع C_1.

ب-احسب احتمال الحصول على سلك واحد ، على الأقل ، من النوع C_1

جـ -احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و التباين $V(X)$.

2) في هذا السؤال n مجهول .

أ- عبر عن $P(X\geq 1)$ بدلالة n.

ب-كم من مرة يجب تكرار التجربة E حتى نستطيع القول أننا متأكدين بنسبة 90% من أننا سنحصل على سلك واحد على الأقل من النوع C_1؟

الهدية

توجيهات و إرشادات

التحضير للامتحان

- قبل موعد الامتحان بأسابيع نتثبت في القواعد والدساتير الأساسية لكل موضوع (مراجعة كراس التلخيص) و نعالج نماذج من تداريب و بكالوريات تجريبية مثلا)
- لا تكثر السهر المفرط وخاصة قبل موعد الامتحانات بأيام .
- المراجعة المكثفة وغير المنظمة والمتأخرة لا تجدي نفعا بل تحدث تشويش وتعب
- تجنب كل التكهنات والتوقعات الخاصة بالمواضيع المختارة في البكالوريا ولا تكن ضحية إشاعات وألزم التحضير الجاد .
- لا تتخوف عند اقتراب الامتحان ، بل ثق أن سنة الله في الكون كل مجتهد محضر جيّد يوفق إلى الخير بحول الله
- تحضير الوسائل والأدوات الضرورية والوثائق الثبوتية (بطاقة التعريف و الاستدعاء)
- الإطلاع الجيد لجدول سير الاختبارات
- إبتعد عن الزملاء المرتبكين وذوي العزائم الضعيفة .
- كن صاحب أمل وثقة في الله .

يتبع .. كيفية معالجة موضوع الامتحان