التمرين 1 : (Bac S Liban 31 mai 2011)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :
$A(1\ ;\ 2\ ;\ -1)$ ، $B(-3\ ;\ -2\ ;\ 3)$ و $C(0\ ;\ -2\ ;\ -3)$.

1) أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(2\ ;\ -1\ ;\ 1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

2) ليكن (p) المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x+y-z+2=0$.

- بيّن أن المستويين (p) و (ABC) متعامدان .

3) نسمي G مرجح الجملة المثقلة $\{(A\ ;1),(B\ ;-1),(C\ ;2)\}$

أ- بيّن أن إحداثيات النقطة G هي $(5\ ;\ 0\ ;\ -2)$.

ب- أثبت أن المستقيم (CG) عمودي على المستوي (p) .

جـ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (CG) .

د- عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع المستوي (p) مع المستقيم (CG) .

4) بيّن أن المجموعة (S) للنقط M من الفضاء بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$ هي سطح كرة يطلب تعيين عناصرها المميزة .

5) بيّن أن المستوي (p) وسطح الكرة (S) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

التمرين 2 : (بكالوريا 2013 - الشعبة : تقني رياضي)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقطتين
$A(2\ ;-5\ ;4)$ ، $B(3\ ;-4\ ;6)$ والمستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=4+t \end{cases}\ ;\ t\in\mathbb{R}$

1) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار بالنقطتين A و B .

ب- ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .

2) (P) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ) .

- برهن أن $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) ، ثم عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

3) M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D) .

أ- عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (D) .

ب- احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P) .

التمرين 3 :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :
$A(6\ ;\ 0\ ;\ 0)$ ، $B(0\ ;\ 6\ ;\ 0)$ و $C(0\ ;\ 0\ ;\ 4)$.

1) عيّن إحداثيات النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(O\ ;\ 1),(A\ ;\ 2),(B\ ;\ 3)\}$.

2) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $(\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}).\overrightarrow{CM}=0$.

3) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $OM^2+2AM^2-3BM^2=24$.

4) عيّن مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $OM^2+2AM^2+3BM^2=24$.

التمرين 4 : (Bac Amérique du Nord Juin 2010 S)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :
$A(1;-2;4)$ ، $B(-2;-6;5)$ و $C(-4;0;-3)$.

1) أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(1;-1;-1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ- عيّن معادلة للمستوي (ABC) .

2) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم الذي يمرّ بالنقطة O وعمودي على المستوي (ABC) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .

3) نسمي H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC) .

ليكن t العدد الحقيقي الذي يحقق $\overrightarrow{BH}=t\overrightarrow{BC}$.

أ- بيّن أن : $t=\dfrac{\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|^2}$.

ب- استنتج قيمة t وإحداثيات النقطة H .

التمرين 5 : (بكالوريا 2013 - الشعبة : تقني رياضي)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط :
$A(3;-2;-1)$ ، $B(5;-3;2)$ ، $C(2;3;2)$ و $D(1;-5;-2)$.

1) بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا ؛ نرمز له بالرمز (P) .

2) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(2;1;-1)$ ناظمي للمستوي (P) ، ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D ويعامد (P) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة E ؛ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (P) .

4) H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB) ، و λ العدد الحقيقي حيث $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$

أ- بيّن أن : $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|^2}$.

ب- استنتج العدد الحقيقي λ وإحداثيات النقطة H ، ثم المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB) .

التمرين 6 : (Bac Polynésie Juin 2009 S)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :
$A(1;-1;3)$، $B(0;3;1)$، $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ و $E(4;-6;2)$

1) أ- أثبت أن مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1),(C;1)\}$ هو النقطة E .

ب- استنتج (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\sqrt{21}$

2) أ- بيّن أن النقط A ، B و D تعيّن مستويا .

ب- بيّن أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) .

جـ- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) .

3) أ- عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة F نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD) .

4) أثبت أن المستوي (ABD) والمجموعة (Γ) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .