التمرين 1 : (بكالوريا 2015 - الشعبة : تقني رياضي - الموضوع الأول)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط : $A(1;2;2)$ ، $B(2;0;2)$ ، $C(-2;3;7)$ والمستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2+\beta \\ y=-1-3\alpha-\beta \\ z=-\alpha \end{cases}$ α و β وسيطان حقيقيان

1) أ- بيّن أن النقط A ، B و C تعيّن مستويا .

ب- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له .

2) أ- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P)، ثم بيّن أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

ب- بيّن أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=5+4t \\ y=-4-7t \\ z=-t \end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$

3) أ- عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$.

ب- احسب المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) .

4) لتكن (P') مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}).\vec{u}=0$ ، $\vec{u}$ هو شعاع توجيه (Δ) .

أ- بيّن أن المجموعة (P') هو مستو يطلب تعيين عناصره المميزة ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

ب- بيّن أن المستويات الثلاثة (P) ، (ABC) و (P') تتقاطع في نقطة واحدة E ، ثم عيّن إحداثيات E .

جـ- احسب بطريقة ثانية ، المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) .

التمرين 2 : (بكالوريا 2015 - الشعبة : تقني رياضي - الموضوع الثاني)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين :

$A(2;3;1)$ ، $B(1;2;-2)$ و (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=3+2t \end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$

1) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له .

ب- عيّن إحداثيات C نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

2) (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (D) و (Δ) .

بيّن أن $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

3) أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة B ويعامد المستقيم (Δ) .

ب- عيّن إحداثيات النقطة E المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (Δ) .

جـ- احسب المسافة بين النقطة B و المستقيم (Δ) .

د- احسب مساحة المثلث BEC .

التمرين 3 : (بكالوريا تجريبية 2014)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر :

- النقطتين $A(-3;0;1)$ و $B(1;-1;0)$

- المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = -t + 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

- المستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = 2\alpha - 3\beta \\ y = \alpha \\ z = -\alpha + \beta \end{cases} \quad ; (\alpha ; \beta) \in \mathbb{R}^2$

1) بيّن أن : $x + y + 3z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P') الذي يشمل النقطة B وعمودي على المستقيم (D) .

3) بيّن أن تقاطع (P) و (P') هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = -t' + 1 \\ y = -2t' - 1 \\ z = t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$

4) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (D) و (Δ) .

5) (S) سطح كرة مركزها النقطة O ونصف قطرها 2 .

بيّن أن المستوي (P') يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (C) ، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

التمرين 4 : (bac S Liban mai 2014)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر :

- النقط $A(1;1;0)$ ، $B(3;0;-1)$ و $C(7;1;-2)$ ؛
- المستوي (P) المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x - y + 3z + 1 = 0$ ؛
- المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = 2t \\ y = t + 1 \\ z = t - 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1) تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) هو : $\begin{cases} x = -2t + 5 \\ y = t - 1 \\ z = t - 2 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

2) المستقيمان (Δ) و (AB) متعامدان .

3) المستقيمان (Δ) و (AB) يقعان في نفس المستوي .

4) المستويان (P) و (ABC) متوازيان .

5) المستقيم (Δ) يقطع المستوي (P) في نقطة E إحداثياتها $(4 ; -3 ; 8)$.

التمرين 5 : (bac S Polynésie juin 2014)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(5;-5;2)$ ، $B(-1;1;0)$ ، $C(0;1;2)$ و $D(6;6;-1)$.

1) عيّن طبيعة المثلث BCD واحسب مساحته .

2) أ- بيّن أن $\vec{n}(1;3;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (BCD) .

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (BCD) .

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة A وعمودي على المستوي (BCD) .

4) عيّن إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (BCD) .

5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.