<u>***عشرة تمارين بكالوريا في الجبر***</u>

<u>التمرين الأوّل: (بكالوريا 2007)</u>

n عدد طبيعي أكبر تماما من 2، و نعتبر الأعداد الطبيعية: $a=2n+1$ ، $b=4n+3$ و $c=2n+3$.

1. أثبت أنّ العددين a و b أوليان فيما بينهما و أستنتج أنّ الآعداد a ، b و c أولية فيما بينها.
2. عيّن تبعا لقيم العدد n ، قيمة القاسم المشترك الآكبر للعددين b و c.
3. عيّن قيمة العدد n بحيث يكون : $PGCD\,(b;c)=3$ و $PPCM\,(b;c)=1305$.
4. أكتب العدد b^2 في نظام العد الذي أساسه a.
5. نفرض أنّ $(a;b;c)$ هي احداثيات نقطة ω في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

أ ــ بيّن أنّ النقطة ω تنتمي الى مستقيم (Δ) يطلب تعيينه.

ب ــ اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل المبدأ O و يحوي المستقيم (Δ).

<u>التمرين الثاني: (بكالوريا 2005)</u>

n عدد طبيعي ، و نعتبر العددين الطبيعيين $\alpha=n^2+n$ و $\beta=n+2$.

1. برهن أنّ $PGCD\,(\alpha;\beta)=PGCD\,(\beta;n)$.
2. استنتج القيم الممكنة لــ $PGCD\,(\alpha;\beta)$.
3. a و b عددان طبيعيان يكتبان في تظام العدّ الذي أساسه n على الشكل: $a=\overline{3520}$ و $b=\overline{384}$.

أ ــ برهن أنّ العدد $3n+2$ قاسم مشترك للعددين a و b. ب

ــ استنتج تبعا لقيم العدد ن أنّ $PGCD\,(a;b)$ هو $3n+2$ أو $2(3n+2)$.

جــ ــ عيّن العددين α و β علما أنّ $PGCD\,(a;b)=41$.

التمرين الثالث: (بكالوريا 2001)

1. عيّن $PGCD\,(225;180)$.
2. حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $225x-180y=90.....(1)$.
3. عيّن مجموعة الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (1) التي تحقق $|x-y+1|\prec 2$.
4. a و b عددان طبيعيان يكتبان في تظام عدّ أساسه α على الشكل: $a=\overline{52}$ و $b=\overline{252}$ و يكتبان في تظام عدّ أساسه β على الشكل: $a=\overline{44}$ و $b=\overline{206}$.
   عيّن α و β ثمّ a و b.

التمرين الرابع: (بكالوريا 2000)

1. حلّ في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $9x-14y=13....(1)$. (لاحظ أنّ $(3;1)$ حلّ خاص).
2. نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $45x-28y=130.....(2)$.
   بيّن أنّه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (2) فإنّ x مضاعف للعدد 2 و أنّ y مضاعف للعدد 5.
   عيّن مجموعة حلول المعادلة (2).
3. n عدد طبيعي يكتب في نظام العد الذي أساسه 9 على الشكل $\overline{2\alpha\alpha3}$ و يكتب في تظام العد الذي أساسه 7 على الشكل $\overline{5\beta\beta6}$ ، حيث α و β عددان طبيعيان.
   عيّن العددين α و β و اكتب العدد n في النظام العشري.

<u>التمرين الخامس: (بكالوريا 2004)</u>

ليكن λ عددا صحيحا و نعتبر المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $43x-13y=\lambda.....(1)$.

1. تحقق أنّ $(-3\lambda;-10\lambda)$ حلّ للمنعادلة (1) و اعط مجموعة حلول هذه المعادلة.
2. n عدد طبيعي يكتب في نظام العد الذي أساسه 6 على الشكل $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ و يكتب في تظام العد الذي أساسه 5 على الشكل $\overline{\beta 0\gamma\gamma\gamma}$ ، حيث α ، β و γ أعداد طبيعية.
أ ــ تحقق أنّ $43\alpha-13\beta=\gamma$.
ب ــ عيّن الأعداد α ، β و γ و اكتب العدد n في النظام العشري.

التمرين السادس: (بكالوريا 2003)

1. α و β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما و $\alpha \succ \beta$.
عيّن α و β بحيث يكون: $\alpha\left(\alpha^2-19\right)=35\beta$
2. (u_n) متتالية هندسية حدّها الآوّل u_0 و أساسها q ، حيث u_0 و q عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما و $q \succ u_0$
أ ــ عيّن u_0 و q اذا علمت أنّ : $35u_0{}^2+19u_1-u_0q^3=0$.
ب ــ احسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+....+u_n$.
جــ ــ عيّن قيم n بحيث يقبل العدد S_n القسمة على 30 .

التمرين السابع: (بكالوريا 2001)

1. α و β عددان طبيعيان أوليان فيما . عيّن α و β بحيث يكون: $\beta\left(\beta^3-1\right)=28\alpha^2$.
2. a ، b ، c ، d و e أعداد طبيعية غير معدومة تشكّل بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها q .
عيّن هذه الأعداد اذا علمت أنّ العددين a و q عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما و أنّ $e-b=28a^3$.

التمرين الثامن: (بكالوريا 1996)

1. حلّل كلاّ من العددين 1995 و 105 الى جداء عوامل أولية.
2. α و β عددان طبيعيان حيث $\alpha \prec \beta$. حل في المجموعة $\mathbb{N}^2$ المعادلة $\alpha\beta=105$.
3. a و b عددان طبيعيان غير معدومين و غير أوليين فيما بينهما و بحيث $a \prec b$.
عيّن a و b بحيث يكون: $\begin{cases} 95d+19m=1995 \\ d \prec 7 \end{cases}$ ، حيث d هو $PGCD\left(a;b\right)$ و m هو $PPCM\left(a;b\right)$.

التمرين التاسع: (بكالوريا 1994)

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^2 على 10.
استنتج رقم آحاد العدد 1994^{1414}.
2. (u_n) متتالية عددية معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم n بـــ: $u_n=2^n$.
أ ــ تحقق أنّ (u_n) هندسية.
ب ــ احسب بدلالة n العدد : $S_n=\left(5+2^1\right)+\left(5+2^2\right)+\left(5+2^3\right)+....+\left(5+2^2\right)$.
جــ ــ اوجد قيم العدد بحيث يكون العدد S_n مضاعفا للعدد 10.

التمرين العاشر (بكالوريا 1991)

1. حلّ في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $18x+4y=84$ و عيّن مجموعة الحلول $(x;y)$ التي تحقق $xy \succ 0$.
2. n عدد طبيعي يكتب في نظام العد الذي أساسه 5 على الشكل $\overline{30\beta\gamma}$ و يكتب في تظام العد الذي أساسه 7 على الشكل $\overline{55\alpha\beta}$ ، حيث α ، β و γ أعداد طبيعية.
عيّن الأعداد α ، β و γ و اكتب العدد n في النظام العشري.