التمرين01 : جد كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية غير المعدومة والتي تحقق: $\begin{cases} PGCD(x;y)=42 \\ x+2y=336 \end{cases}$.

التمرين 02: a و b عددان طبيعيان غير معدومين .

1) بيّن أنّه إذا كان: $PGCD(a;b)=1$ فإنّ: $PGCD(a+b;b)=1$ و $PGCD(a+b;ab)=1$.

2) أستنتج أنّ الكسر : $\frac{2n+3}{n^2+3n+2}$ غير قابل للاختزال .

التمرين:03

1) عين مجموعة الأعداد الصحيحة n التي من أجلها يكون (n^2+3n+4) قابلا القسمة على 7 .

2) أثبت أنّه مهما يكن العدد الصحيح n فإنّ العدد (n^2+3n+4) لا يقبل القسمة على 49 .

التمرين : 04

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 4 .

2) عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $7^{n+1}-(n+1)7^n-1\equiv 0[4]$

التمرين 05: حل في مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$: $3x^2-27x+54\equiv 0[7]$.

التمرين:06

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة كل من الأعداد 4^n و 5^n و 6^n على 7 .

2) عين الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون: $4^n+5^n+6^n\equiv 0[7]$.

ثم عين عندئذ تلك التي تحقق: $105\le n\le 125$.

التمرين: 07 عين الأعداد الطبيعية غير المعدومة a، b و c وبحيث تحقق: $\overline{bbac}_7=\overline{abca}_{11}$.

التمرين: 08 عين مجموعة الأعداد الطبيعية n والتي تحقق: $200+202^n+20^n\equiv 0[5]$

التمرين: 09

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 7 .

– أستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(506390)^{128}$ على 7 .

2) عين العدد الطبيعي x بحيث يكون العدد $A=(506390)^{128}+\overline{561x}$ قابلا القسمة على 7 .

ملاحظة (العدد $\overline{561x}$ مكتوب في النظام العشري) .

التمرين : 10

نعتبر العدد $a_n=n^5-n$ حيث $n\in\mathbb{N}^*$.

1) أ– بيّن أن العدد a_n موجب .

ب –بيّن أن العدد a_n مضاعف للعدد 3 .

ج –بيّن أن العدد a_n مضاعف للعدد 5 .

د –اشرح لماذا a_n يقبل القسمة على 30 ؟ .

التمرين: 11

x_1 ، x_2 ، x_3 و x_4 أرقام و α عدد طبيعي حيث $\alpha>1$.

1) بيّن أنّ: $\overline{x_1x_2x_3x_4}_{\alpha}\equiv(x_1+x_2+x_3+x_4)[\alpha-1]$.(الأساس α)

2) أستنتج كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية بحيث: $\overline{4a3b}_7\equiv 0[6]$. (الأساس 7) .

التمرين: 12 :

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $7x-3y=1$.

2) ليكن العدد الطبيعي a بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 و على 3 هي 1 و 2 على الترتيب . ثم حدد باقي القسمة الإقليدية لـــ a على 35.

التمرين 13 :

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 4^n على 10 .

2) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $4^{n^2}+n-8\equiv 0[10]$.

3) نعتبر : $k_n=4+4^2+\cdots\cdots+4^n$.عين رقم آحاد العدد الطبيعي k_n تبعا لقيم العدد الطبيعي n .

4) أحسب k_n بدلالة n ثم أستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{n+1}-1\equiv 0[3]$.

التمرين 14:

u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 حدود لمتتالية هندسية أساسها q حيث u_0 و q غير معدومين و $PGCD(u_0;q)=1$.

* عين u_0 و q علما أنّ : $u_1+2u_3=44u_0^2$.

التمرين 15 :

1) بيّن أنّ العدد $\sqrt{3}$ غير ناطق .

2) بيّن أنّ العدد $\sqrt{\frac{2}{3}}$ غير ناطق .

التمرين:16

p و q عددان طبيعيان غير معدومين بحيث : $p^2-2q^2=1$.

1) بيّن أنّ العدد p فرديا .

2) بيّن أنّ العدد q فرديا .

التمرين17:

a و b عددان طبيعيان غير معدومين .

1) بيّن أنّه إذا كان: $PGCD(a;b)=1$ فإنّ: $PGCD(a+b;ab)=1$.

2) أستنتج أنّه من أجل كل x و y من $\mathbb{N}^*$: $PGCD(x;y)=(x+y)\times PPCM(x;y)$.

3) عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^{*2}$ وبحيث يكون: $\begin{cases} x+y=276 \\ PPCM(x;y)=1440 \\ x<y \end{cases}$.

التمرين18: 1) حدد رقم آحاد العدد 2015^{1437} ثم رقم آحاد العدد $2016^{1954}+1962^{1437}-1830^{1992}$.

3) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

أ- $3\times 2^{n+1}+3^{2n}\equiv 0[7]$

ب- $7^n+12n-1\equiv 0[9]$