إعداد: عبد المطلب

بوزريعة: ربيع الثاني 1432 هـ

الحساب التكاملي

Calcul Intégrale

تمرين1

احسب التكامل I في كل حالة من الحالات التالية:

1) $I=\int_1^2 (2x^3+x^2-2x-1)dx$

2) $I=\int_{-1}^3 (2x+1)(x^2+x-4)^2 dx$

3) $I=\int_7^{\sqrt{7}} x\sqrt{2x^2+2}\,dx$

4) $I=\int_4^7 [\frac{1}{(x-3)^2}-\frac{1}{(2x-5)^2}]dx$

5) $I=\int_{-\ln 2}^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1}dx$ **6)** $I=\int_{-3\ln 2}^{-\ln 3} \frac{e^{-x}}{\sqrt{e^{-x}+1}}dx$

7) $I=\int_{\frac{3}{2}}^2 \frac{5x^2-6x+2}{2x^2-3x+1}dx$ لاحظ وجود ثلاثة أعداد حقيقية a , b , c بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x>1$ فإن:

$$\frac{5x^2-6x+2}{2x^2-3x+1}=a+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{2x-1}.$$

8) $I=\int_0^3 (|x-2|-1)dx$ (استعمل علاقة شال)

9) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2(\cos x+\sin 2x)dx$

10) $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x\sin^2 x\,dx$

11) $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\tan 2t}{\cos^2 2t}dt$ **12)** $I=\int_{-1}^1 \frac{\sin 2x}{x^2+1}dx$

13) $I=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^4 x dx$ يمكن كتابة $\cos^4 x$ بدلالة $\cos 4x$ و $\cos 2x$. (العبارة الخطية)

$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}(5-\ln 3+5\ln 2)$	2	$\ln 2$	$\frac{23}{36}$	-156	192	$\frac{35}{6}$
$\frac{3\pi}{16}$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$\sqrt{2}+1$			

تمرين2

باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب التكامل I في كل حالة:

1) $I=\int_{-2}^0 (x+3)e^x\,dx$

2) $I=\int_0^{\pi} (x+1)\sin x\,dx$

3) $I=\int_0^1 x\sqrt{1-x}\,dx$ **4)** $I=\int_4^{40} \frac{2x-3}{\sqrt{2x+1}}dx$

5) $I=\int_1^2 \ln\frac{x}{x+1}dx$ **6)** $I=\int_1^e x^n \ln x\,dx$

7) $I=\int_{-1}^0 (2x^2+3x)e^{-x}\,dx$ (كامل مرتين)

8) $I=\int_0^{\pi} (x^2+3x-5)\sin(2x+\pi)\,dx$ (كامل مرتين)

9) $I=\int_1^e (\ln x)^2\,dx$ **10)** $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^x\sin x\,dx$

$2e-7$	$\frac{ne^{n+1}+1}{(n+1)^2}$	$4ln2-3ln3$	210	$\frac{4}{15}$	$\pi+2$	2
$\frac{1}{2}$	$e-2$	$\frac{\pi(\pi+3)}{2}$				

تمرين3

f دالة معرفة على $]-\infty\,;\frac{5}{2}]$ بـــ: $f(x)=x\sqrt{-2x+5}$

g دالة معرفة بـــ: $g(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{-2x+5}$

1- عين الأعداد الحقيقية a , b , c بحيث من أجل كل $x<\frac{5}{2}$ تكون الدالة g دالة أصلية للدالة f.

2- استنتج حساب التكامل التالي: $I=\int_{-2}^2 f(x)\,dx$

3- احسب القيمة المتوسطة μ لـــ f على $[-2\,;2]$.

$-\frac{19}{30}$	$-\frac{38}{15}$	$-\frac{5}{3}$ ، $-\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{5}$

تمرين4

نعتبر التكاملين: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x dx$ و $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 x dx$

1- احسب: $I+J$ و $I-J$.

2- استنتج حساب قيمتي: I و J.

$\frac{\pi^2+4}{16}$ ، $\frac{\pi^2-4}{16}$	$-\frac{1}{2}$ ، $\frac{\pi^2}{8}$

تمرين5

n عدد طبيعي. نعتبر التكامل: $I_n=\int_0^1 x^n\sin\pi x\,dx$

1- ادرس تغيرات I_n.

2- احسب: I_0 و I_1.

3- أوجد علاقة بين I_n و I_{n-2}. (كامل بالتجزئة مرتين)

4- استنتج حساب قيمتي: I_2 و I_3.

$\frac{1}{\pi}-\frac{6}{\pi^3}$	$\frac{1}{\pi}-\frac{4}{\pi^3}$	$I_n=\frac{1}{\pi^2}[\pi-n(n-1)I_{n-2}]$	$\frac{1}{\pi}$	$\frac{2}{\pi}$