سلسلة استعد للبكالوريا رقم (02)

المستوى : ثالثة ثانوي   السنة الدراسية :2009/2008

الشعبـــــــة :علوم تجريبية + رياضيات

و تقني رياضي

إعداد الأستاذ:
خليلات عمار

{المحور: الاشتقاقية + التدريب على دراسة دوال والتوظيف}

التمرين (01) : ادرس قابلية اشتقاق الدوال التالية عند القيمة x_0 مفسرا بيانيا في كل مرة النتيجة .

/1 $x_0 = 1$ $f(x) = (x^2 - 2x + 3)^2$ /4 $x_0 = 1$ $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$

/2 $x_0 = 2$ $f(x) = \sqrt{x - 2}$ /5 $x_0 = -2$ $f(x) = 3x + |x^2 - 4|$

/3 $x_0 = 1$ $f(x) = 2x|x - 1|$ /6 $x_0 \in \mathbb{R}$ $f(x) = \sin x$

التمرين (02) احسب الدالة المشتقة لكل من الدوال التالـــــية مبيّنا المجمـــــــوعة التي تجري الحسابات عليها .

/1 $f(x) = x^3(x^2 + 1)^4$ /2 $f(x) = \frac{x^4(x - 1)^2}{(x^2 + 1)^3}$ /3 $f(x) = \left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)^n$

/3 $f(x) = \cos^3(x) + \sin(x^2 + 1)$ /4 $f(t) = \tan^3 t$ /5 $f(x) = \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 2}}$

التمرين (03) باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية :

/1 $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$ ، /2 $\lim_{x \to 3} \frac{x\sqrt{x + 1} - 6}{x - 3}$ ، /3 $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ ، /4 $\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{2\cos x - 1}$

/5 $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2\cos x - \sqrt{2}}$ ، /6 $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x}$ ، /7 $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos x}}$

التمرين (04) n عدد طبيعي غير معدوم ، و x عدد حقيقي يختلف عن1.

1) بسط المجموع $1 + x + x^2 + ... + x^n$.

2) استنتج تبسيطا للعبارة : $1 + 2x + 3x^2 + ... + nx^{n-1}$

التمرين (05) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2x + 5}{x - 1}$

/1 عيّن f' ، f'' ، $f^{(3)}$ و $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f

/2 أعط تخمينا ، حسب قيم العدد n لعبارة $f^{(n)}(x)$

إعداد الأستاذ:
خليلات عمار

التمرين (06) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بــ : $f(x)=x\cos x$.

1) من أجل كل عدد حقيقي x ، أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$ و $f^{(3)}(x)$.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، ومن أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f^{(n)}(x)=x\cos\left(x+\frac{np}{2}\right)+n\cos\left(x+(n-1)\frac{p}{2}\right)$$

التمرين (07) لدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بــ : $f(x)=\frac{2x}{x^2-1}$

1) جد عددين حقيقيين a و b بحيث : $f(x)=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+1}$.

2) n عدد طبيعي غير معدوم . باستعمال النتيجة السابقة ، أعط عبارة لـِ : $f^{(n)}(x)$.

التمرين (08) كرة حديدية نصف قطرها $8cm$ تتمدد عند ارتفاع دراجة الحرارة.

1. ما هو تغير حجمها لما يرتفع نصف قطرها بــِ $1mm$ ؟
2. ما هو تغير مساحتها في نفس الظروف ؟

التمرين (09) 1/برّر التقريب التآلفي المحلي عند 0 في كل حالة من الحالات التالية :

أ) $(1+x)^3\approx 1+3x$. ب) $\sqrt{1+x}\approx 1+\frac{x}{2}$. ج) $\frac{1}{1+x}\approx 1-x$. د) $\sin x\approx x$.

2/ باختيار دالة مناسبة وباستعمال التقريب التآلفي احسب : أ) $\tan 46°$ ، ب) $\sqrt{3654}$

التمرين (10) لتكن f دالة تحقق: $f(0)=1$ و $f'(x)=\sqrt{x}$.

1. باستعمال طريقة أولر و باختيار خطوة $h=0,5$ شكل جدولا يتضمن القيم التقريبية لـِ $f(x)$ من أجل x ينتمي إلى $[0;5]$ ثم أنشئ تمثيلا تقريبيا للدالة f . تدور النتائج إلى $0,01$. عين قيمة مقربة للعدد $f(4)$.
2. باختيار خطوة جديدة $h=0,1$ عين قيمة مقربة للعدد $f(4)$.
3. نبرهن أن $f(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{x}+1$. تحقق أن $f(0)=1$ و $f'(x)=\sqrt{x}$. أحسب $f(4)$ ثم قارن النتيجة مع القيم المقربة المحصل عليها سابقا بالخطوتين $0,5$ و $0,1$.

التمرين (11) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفــــة بــ: $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-2}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون للمنحني C_f مستقيم مقارب معادلته : $y=x-3$ ويقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها3.

2/ ادرس تغيرات الدالة f

3/ اثبت ان المنحني C_f يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما (-3) ، يطلب إعطاء إحداثيات نقطتي التماس M_1 و M_2 ومعادلتي المماسين (D_1) و (D_2)

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

4/ ارسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحني C_f

5/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحني C_f والمستقيم (Δ_m) الذي معادلته : $y=-3x+m$

التمرين (12) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f_n(x)=\left(x^2-2x\right)^n$.

1) أدرس تغيرات الدالة f_n (ميّز الحالتين n زوجي ثم فردي) .

2) نسمي C_n المنحني الممثل للدالة f_n في معلم متعامد ومتجانس .

أ ـــ تحقق من أنّ المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني C_n.

ب ـــ برّر أنّ C_n يمرّ من أربع نقط إحداثياتها مستقلة عن العدد الطبيعي n .

أحسب إحداثيات هذه النقط . أرسم في نفس المعلم المنحنيين C_1 و C_7 .

التمرين (13) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ $f(x)=1+2\cos x+\cos 2x$

1/ اثبت أن الدالة f دورية ودورها 2π

2/ بيّن ان الدالة f زوجية واستنتج مجال كافي لدراسة تغيرات الدالة f

3/ ادرس تغيرات الدالة f

4/ أوجد نقط تقاطع المنحني C_f مع حامل محور الفواصل

5/ ارسم المنحني C_f على المجال $[-\pi;\pi]$ و كيف يمكن استنتاج المنحني C_f

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول الجملة $\left\{\cos^2 x+\cos x=\frac{m}{2};-\pi\le x\le\pi\right\}$

التمرين (14) ادرس تغيرات كل دالة من الدوال التالية ثم مثلها بيانيا:

1/ $f(x)=\frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$ ، 2/ $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$ ، 3/ $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^2}$ ،

4/ $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ، 5/ $f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ ، 6/ $f(x)=\frac{x^3}{(x+1)^2}$ ،

7/ $f(x)=\frac{x^2+5x+4}{\sqrt{(x+5)^2}}$ ، 8/ $f(x)=|x+2|+\frac{1}{x+1}$ ، 9/ $f(x)=x-\sqrt{x-2}$

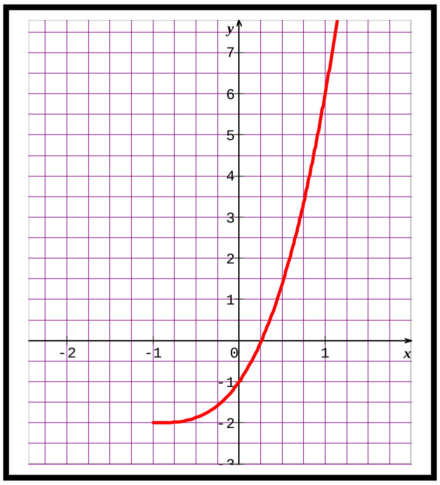
التمرين (15) ادرس تغيرات كل دالة من الدوال التالية ثم مثلها بيانيا:

1/ $f(x)=\sin 3x-3\sin x$ ، 2/ $f(x)=\frac{1}{2}\cos 2x-\cos x$ ، 3/ $f(x)=\frac{\cos 2x}{\cos x}$

4/ $f(x)=\cos^2 x.\sin 2x$ ، 5/ $f(x)=2\tan x-\tan 2x$ ، 6/ $f(x)=\frac{1+\sin x}{1-\cos x}$

{ التدريب على حل مسائل (دراسة دوال) - الجزء الثاني }

مسألة (01) المنحني (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي : $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1- أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدّد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب) علل وجود عدد حقيقي a من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق : $g(a)=0$

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2- f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي:

$f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب)عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ وفسّر النتيجة بيانيا.

ج) احسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ وفسّر النتيجة بيانيا.

د) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3- نأخذ $a \approx 0.26$. أ) عيّن مدور $f(a)$ إلى 10^{-2} . ب) ارسم المنحني (Γ) .

مسألة (02) لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها . لها جدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	3	↗ $+\infty$

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث a,b,c أعداد حقيقية.

1) احسب $f'(x)$

2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ) عيّن الأعداد الحقيقية a,b,c .

ب)عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{f} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{p} 1} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا .

جـ) قارن بين صورتي العددين $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$ بالدالة f معللا إجابتك .

3) نأخذ فيما يلي : $a=1\ ;b=1;\ c=\frac{1}{4}$ وليكن (C) المنحني البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

أ) بين أن المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x+1$.

ب)ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج) أثبت أن النقطة $w(1;2)$ مركز تناظر للمنحني (C).

د) عين نقط تقاطع المنحني (C) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم المنحني (C)

4) l عدد حقيقي ، عيّن بيانيا ، حسب قيم l عدد حلول المعادلة $f(x)=|l|$

مسألة (03) $\boxed{\text{أ}}$ لتكن الدالة f في المتغير الحقيقي x و المعرفة بـــــ :

$f(x)=1+\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ عين مجموعة التعريف D_f ثم ادرس تغيرات الدالة f .

2/ عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع C_f مع حامل محور الفواصل .

3/ بيّن أن المنحني C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلتهما .

4 / اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني C_f في النقطة التي فاصلتها $x_0=-1$.

5/ احسب $f(2)$ ثم ارسم بدقة المماس (Δ) و المنحني C_f و بخاصة نصف المماس في النقطة ذات الفاصلة $x=-2$.

$\boxed{\text{ب}}$ نعرف الدالة g في المتغير الحقيقي x حيث : $f(x)=1+\frac{\sqrt{|x|+2}}{|x|}$

1/ عيّن مجموعة التعريف D_g . 2/ ادرس شفعية الدالة g

3/ حدّد المجال I لقيم x بحيث يكون لكل x من I : $g(x)=f(x)$.

4/ ارسم في نفس المعلم و بلون مخالف المنحني البياني (C_g) للدالة g انطلاقا من المنحني (C_f) موضحا بالشرح طريقة رسمه .

مسألة (04) لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الطول : $2cm$)

الجزء A : لتكن الدالة g المعرفة على ℝ كما يلي : $g(x)=x^3-3x-4$

1) شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد a من المجال $\left]2;\frac{7}{3}\right[$ و يحقق : $g(a)=0$ ، ثم عيّن قيمة تقريبية له بتقريب 10^{-2} .

3) ادرس إشارة g على ℝ

الجزء B : 1) اوجد D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات للدالة f عند أطراف D_f.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{\left(x^2-1\right)^2}$

ب - استنتج جدول تغيرات الدالة f

3) أ-أوجد ثلاثة أعداد حقيقية c و a,b بحيث من اجل كل عدد حقيقي x من D_f

تكتب $f(x)$ على الشكل : $f(x)=a.x+b+\dfrac{x+c}{x^2-1}$

ب- أستنتج أن المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار كل من $-\infty$ و $+\infty$ يطلب تعيين معادلته .

ج) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

د) بيّن أن : $f(a)=\dfrac{3a^2+10a+8}{2a+4}$. ثم احسب قيمة تقريبية لـــ $f(a)$ بتقريب 10^{-2}

هــ) أنشئ المنحني (C) و المستقيم (Δ) .

الجزء C : 1) عيّن فواصل النقط من المنحني (C) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم الذي معادلته : $y=x+2$

2) عين معادلة لكل مماس ثم ارسمه في نفس المعلم السابق .

3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

مسألة (05) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$

1/ عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f

2/ عيّن الأعداد الحقيقية a,b,c,d بحيث من اجل كل x من D_f يكون :

$$f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{(x+1)^2}$$

3/ ادرس تغيرات الدالة f . ماذا تستنتج بخصوص النقطة ذات الفاصلة 0.

4/ بيّن أن المنحني (C) الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته الديكارتية وتحديد وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى (Δ) .

4/ ارسم (Δ) و (C) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

مسألة (06) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x) = -x + \sqrt{x^2 + 8}$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ أحسب $\lim_{x \to -\infty}\left[f(x) + 2x\right]$. فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها ثم ارسم المنحني C_f.

3/ نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x) = -x - \sqrt{x^2 + 8}$

وليكن C_g منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) بين ان C_g و C_f متناظران بالنسبة للمبدأ O

ب) ارسم C_g ثم عين معادلة لــ (Γ) حيث $(\Gamma) = (C_f) \cup (C_g)$

مسألة (07) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) **1**/ ادرس تغيرات الدالة f ثم عين المستقيمات المقاربة للمنحني C_f

2/ اكتب معادلة للمماس (D) للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0

3/ احسب $f(-x) + f(x)$ وماذا تستنتج بالنسبة للمنحني C_f

4/ ادرس الوضع النسبي للمنحني C_f والمستقيم (D) .ماذا تستنتج ؟

5/ بيّن أن المنحني C_f يقطع المستقيم الذي معادلته $y = x$ في نقطة فاصلتها x_0 حيث : $1 < x_0 < 2$

6/ ارسم المنحني C_f .

II) / لتكن الدالة h المعرفة بـــــ: $h(x) = 1 + \dfrac{|x|}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (g') تمثيلها البياني

1/ ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0 = 0$

2/ بين أن الدالة h زوجية .

3/استنتج رسم المنحني (C_h) انطلاقا من رسم C_f

مسألة (08) الجزء الأول الدالة العددية: $f(x) = ax + \dfrac{bx + c}{(x-2)^2}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث المنحني C_f يشمل النقطة $D(3;1)$ وتكون النقطة $E(1;1)$ ذروة للمنحني C_f .

2/ بيّن أن الدالة المعرفة في السؤال 1) هي الدالة : $f(x) = \dfrac{x^3 - 4x^2 + 3x + 1}{(x-2)^2}$

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

3/ ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f

4/ عيّن عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ وبيّن أنه يوجد حل وحيد a في المجال $\left]\frac{5}{2};3\right[$

5/ باستعمال خوارزمية التنصيف اوجد حصرا للعدد a سعته 0.125

6/ ادرس وضعي المنحني C_f بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

7/ بيّن ان المنحني C_f يقبل مماسا (Δ) يوازي المستقيم المقارب المائل

8/ اثبت ان المنحني C_f يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيينها

9/ ارسم (Δ) و C_f .

10/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

الجزء الثاني h الدالة المعرفة كما يلي : $\begin{cases} h(x)=f(x) & x\geq 3 \\ h(x)=x-3+\dfrac{1}{x-2} & x < 3 \end{cases}$

1/ ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق h عند القيمة $x_0=3$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2 / ادرس تغيرات الدالة h مستعينا بتغيرات الدالة f

3/ ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (C_h) ثم ارسم المنحني (C_h)

مسألة (09) f الدالة العددية : $f(x)=|x-2|+\dfrac{1}{x-1}$

1/ ادرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=2$.فسر النتيجة بيانيا

2/ ادرس تغيرات الدالة f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f)

3/ اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$

4/ ارسم المنحني (C_f)

5/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $|x-2|+\dfrac{1-m(x-1)}{x-1}=0$

6/ استنتج مما سبق عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي q : $|\cos q-2|+\dfrac{1-m(\cos q-1)}{\cos-1}=0$

مسألة (10) **الجزء الأول** f هي الدالة المعرّفة على المجموعة D_f بـِ :

$$.f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$$

مع $D_f=]-\infty;-4]\cup[0;+\infty[$ ؛ و C تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب النهايتين للدالة f عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

2) بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=2x+3$ ، هو مستقيم مقارب للمنحني C بجوار $(+\infty)$.

3) هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟ عند -4 ؟

4) أحسب $f'(x)$ من أجل $x\in D_f-\{-4;0\}$.

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

5) أنشئ جدول التّغيّرات للدالة f .

6) أرسم المستقيمات المقاربة ثمّ المنحنى C .

الجزء الثاني نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x)=x+1-\sqrt{x^2+4x}$

C' تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ- برهن ان المنحنيين C و C' متناظران بالنسبة للنقطة $w(-2;-1)$

ب- نعتبر المنحني $(\Gamma)=(C)\cup(C')$. بيإن ان معادلة (Γ) هي : $y^2-2(x+1)y-2x+1=0$

جـــ- ارسم (Γ)

د- عيّن معادلة (Γ) في المعلم $(w;\vec{i};\vec{u})$ حيث : $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$ ثم حدد طبيعة (Γ)

مسألة (11) f الدالة العددية: $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{2x}$

(g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ احسب : $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ وماذا تستنتج ؟

3/ اكتب معادلة المماس (T) في النقطة التي فاصلتها $x_0=1$

4/ بيّن أن المماس (T) يقطع المنحني (g) في نقطة M_0 يطلب تعيينها

5/ اثبت ان المنحني (g) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيينها

6/ مستعينا بالنتائج السابقة ارسم المنحني (g)

7/ نعتبر الدالة h حيث : $h:x\to\dfrac{-x^2|x|-|x|-2}{2x}$

أ- ادرس شفعية الدالة h . ب- استنتج رسم المنحني (C_h) انطلاقا من رسم المنحني (g)

مسألة (12) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=x-1+\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-3)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3/ بيّن ان النقطة $A\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني C_f

4/ بين أن المنحني C_f يقبل مماسين T_1 و T_2 ميلهما $\frac{5}{2}$ ثم حدد معادلتيهما

5/ بيّن أن المنحني C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a حيث : $\frac{5}{8}<a<\frac{1}{2}$

6/ ارسم C_f ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

7/ ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$ حيث m وسيط حقيقي

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

مسألة (13) F دالة معرّفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $F(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x $F'(x)=\frac{1}{x^2+1}$. نقبل أنّ الدالة F موجودة ولا نريد إيجاد عبارتها $F(x)$. نسمي C تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

F دالة معرّفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $F(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي $F'(x)=\frac{1}{x^2+1}$.
نقبل أنّ الدالة F موجودة ولا نريد إيجاد عبارتها $F(x)$.

1) G الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $G(x)=F(x)+F(-x)$

أ ــ برّر أنّ G تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأحسب $G'(x)$ من أجل $x\in\mathbb{R}$.

ب ــ أحسب $G(0)$ واستنتج أن الدالة F فردية .

2) H الدلة المعرّفة على المجال $I=]0;+\infty[$ بـِ : $H(x)=F(x)+F\left(\frac{1}{x}\right)$

أ ــ برّر أنّ H تقبل الاشتقاق على I وأحسب $H'(x)$ من أجل $x\in I$.

ب ــ برهن أنّه من أجل كل $x\in I$ ، $H(x)=2F(1)$.

ج ــ استنتج أن $\lim_{x\to+\infty}F(x)=2F(1)$. ماذا ينتج عن المنحني C ؟

د ــ 3) T الدالة المعرّفة على $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بـِ : $T(x)=F(\tan x)-x$

أ ــ أحسب $T'(x)$. ماذا ينتج عن الدالة T ؟   ب ــ أحسب $F(1)$.

4) أنجز جدول تغيّرات الدالة F على $\mathbb{R}$.

5) أرسم المنحني C ، مستقيماته المقاربة ومماساته عند النقط ذات الفواصل -1 ، 0 و 1 .

مسألة (14) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\frac{4x^2-11x+7}{2(x-2)}$

وليكن C منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f وادرس الفروع اللانهائية للمنحني

2/ برهن أن النقطة A تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر للمنحني

3/ احسب إحداثيات نقط تقاطع المنحني مع المحورين الإحداثيين ثم ارسم المنحني C

4/ برهن انه يوجد مماسان للمنحني معامل توجيه كل منهما

5/ احسب إحداثيات نقطتي التماس B و C لهذين المماسين مع المنحني ثم تحقق من أن النقطتين B و C متناظرتين بالنسبة إلى النقطة A .

6/ نعتبر الدالة العددية (f_m) للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$f_m(x)=\frac{4x^2+(m-8)x-m+4}{2(x-2)}$$

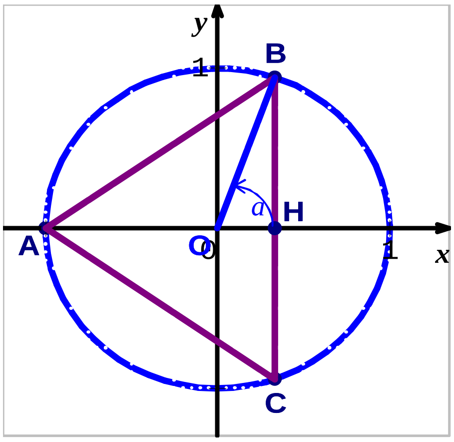
نسمــــــــي (C_m) المنحني الممثل للدالة (f_m) في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ - بين انه توجد نقطة ثابتة تنتمي إلى جميع المنحنيات (C_m)

ب - ما هو المنحني (C_m) الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيين $\left(\frac{7}{4};0\right)$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

مسألة (15) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{i};\vec{j})$.



مثلث ABC متساوي الساقين رأسه $A(-1;0)$ ، محيط بالدائرة ذات المركز O ونصف القطر 1. النقطة B تقع فوق المحور (Ox)، و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

ليكن α قيسا رئيسيا موجبا مقدّرا بالراديان للزاوية $(\vec{i},\overrightarrow{OB})$

1) ــ عين إحداثيتي النقطة B .

ــ عبّر عن المسافتين BH و AH بدلالة α .

- استنتج بدلالة α مساحة المثلث ABC .

2) نعتبر الدالة f المعرّفة على $[0;\pi]$ بــ : $f(x)=\sin x(1+\cos x)$.

أ ــ عين الدالة المشتقة للدالة f وبرهن أنّه من أجل كل $x\in[0;\pi]$

$f'(x)=2\cos^2 x+\cos x-1$.

استنتج أنّه من أجل كل $x\in[0;\pi]$ ، $f'(x)=(2\cos-1)(\cos x+1)$.

ب ــ أدرس اشارة $f'(x)$ ، ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f .

3) برهن أنّه توجد قيمة للعدد α التي من أجلها تكون مساحة المثلث ABC أكبر ما يمكن ، المطلوب تحديد هذه المساحة . ما هي إذن طبيعة المثلث ABC .

مسألة (16) نعتبر في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. النقط $A(-1;2)$ ، $B(-1;0)$ ، $C(0;2)$ و $M(x;0)$ حيث $x<-1$ المستقيم (AM) يقطع محور التراتيب في النقطة N .

1. احسب بدلالة x كل من ترتيب النقطة N ومساحات المثلثات OMN ، CAN ، ABM.

2. لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[$ بــ: $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$ وليكن (C_f) منحنيها في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) بتقسيم المثلث OMN بشكل مناسب عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل x من $]-\infty;-1[$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$

ب) ادرس تغيرات f على المجال $]-\infty;-1[$

جــ) تحقق ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D_1) و (D_2) يطلب تحديدهما

د) ارسم (C_f)

هــ) ما هي قيمة x التي تكون من أجلها مساحة المثلث OMN أصغر ما يمكن ؟

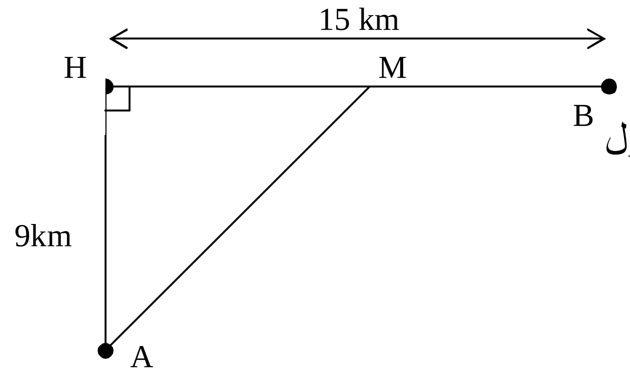
و) احسب عندئذ هذه المساحة.

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

{ التدريب على معالجة وضعيات ادماجية - الجزء الثاني }

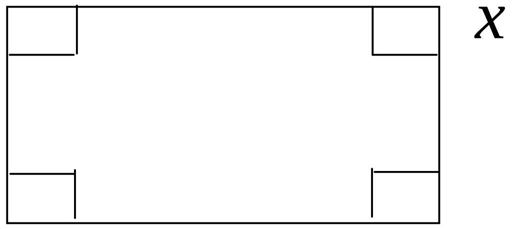
التمرين (01) : أراد فلاح إنشاء مدجنة مستطيلة الشكل مساحتها $392m^2$ أحد جدرانها حائط ضيعته كما هو مبين في الشكل
نرمز لبعد كل من الوتدين A وB عن الحائط بالرمز x و نرمز للبعد بين الوتدين A وB بالرمز y
أين يمكن وضع الوتدين A و B حتى يكون سياج المدجنة أصغر ما يمكن ؟

التمرين (02) بسبب الظلام يريد حارس المنارة الوصول إلى بيته الواقع على الساحل ، ينتقل بالقارب بسرعة : $4km.h^{-1}$ إلى ضفة النهر ، ثم ينتقل راجلا بسرعة : $5km.h^{-1}$.(الشكل)
أين يجب إرساء القارب حتى يصل الحارس إلى المنزل في أقل مدة ممكنة؟ و ما هي هذه المدة علما أن الطريق من الضفة إلى المنزل مستقيما ؟



التمرين (03) يراد إنجاز خزان دون غطاء قاعدته مربعة الشكل وجوانبه مستطيلة ، سعته $4m^3$ من الماء تكلفة المربع الواحد $100D.A$
-ماهي ابعاد الخزان التي تجعل التكلفة أقل ما يمكن ؟
- احسب هذه التكلفة.

التمرين (04)



انطلاقا من مستطيل بعداه 16 و10 بالسنتيمترات نصنع علبة على شكل متوازي مستطيلات قائم بالكيفية التالية: من كل ركن من المستطيل نقطع مربعا طول ضلعه يساوي X ثم نرفع الجوانب بالطي .
حدد قيمة X ليكون حجم العلبة اكبر ما يمكن ؟

التمرين (05) من جذع شجرة دائري المقطع قطره D ، نريد الحصول على رافد مستطيل المقطع قاعدته x وارتفاعه h .

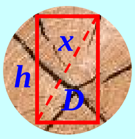
نحصل على المقاومة القصوى (العظمى) في الانحناء كلما كان المقدار xh^2 كبيرا مع $h > x$.

I) f هي الدالة المعرفة على المجال $\left[0;\frac{3}{2}\right]$ بـــ : $f(x) = -x^3 + \frac{9}{4}x$.

C المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث يؤخذ $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\| = 2cm$.

1. أحسب $f'(x)$ وأنجز جدول تغيرات الدالة f .

2. أكتب معادلة لِــ t_1 مماس المنحنى C عند النقطة O ثم معادلة لِــ t_2 مماس المنحنى C عند نقطته A ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$ ؛ ثم أدرس على المجال $\left[0;\frac{3}{2}\right]$ الوضعية النسبية للمنحني C بالنسبة لِــ t_1 وبالنسبة لِــ t_2 .



3. أنشئ المماسين t_1 و t_2 ثم المنحنى C .

II) تطبيق : نضع $D = 1,5m$. (D هو قطر المقطع الدائري لجذع الشجرة)

1. اشرح لماذا $x^2 + h^2 = \frac{9}{4}$.

2. أحسب xh^2 بدلالة x .

3. استعمل الجزء **I)** لإيجاد x و h بحيث تكون للرافد أقصى مقاومة للانحناء

التمرين (06)

نريد صنع علبة مصبرات اسطوانية الشكل (بغطاء) ذات حجم V معطى

اوجد النسبة بين الإرتفاع h ونصف القطر r حتى نستعمل اقل مايمكن من المعدن

(علبة اقتصادية الصنع)

problème de la boite de conserve

الهدية

المفاتيح العشرة للنجاح الدراسي

4- النجاح هو ما تصنعه (فكر بالنجاح - أحب النجاح..)

النجاح شعور والناجح يبدأ رحلته بحب النجاح والتفكير بالنجاح ..فكر وأحب وابدأ رحلتك نحو هدفك .. تذكر : " يبدأ النجاح من الحالة النفسية للفرد ، فعليك أن تؤمن بأنك ستنجح - بإذن الله - من أجل أن يكتب لك فعلا النجاح ." الناجحون لا ينجحون وهم جالسون لاهون ينتظرون النجاح ولا يعتقدون أنه فرصة حظ **وإنما يصنعونه بالعمل والجد والتفكير** والحب واستغلال الفرص **والاعتماد على ما ينجزونه بأيديهم .**