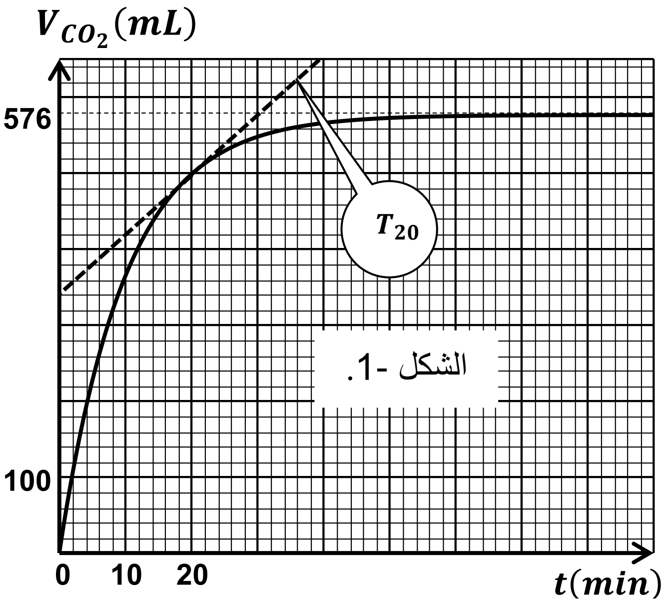
التمرين(1)

لدراسة تطور حركية التحول بين شوارد البيكرومات $Cr_2O_{7(aq)}^{2-}$ و محلول حمض الأكساليك $C_2H_2O_{4(aq)}$ عند درجة الحرارة θ = 20°C. نمزج في اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 40mL$ من محلول بيكرومات البوتاسيوم $\left(2K_{(aq)}^{+} + Cr_2O_{7(aq)}^{2-}\right)$ تركيزه المولي $C_1 = 0,2mol/L$ مع حجم $V_2 = 60mL$ من محلول حمض الأكساليك تركيزه المولي C_2 . مكننا تجهيز تجريبي مناسب من جمع و قياس حجم غاز ثنائي أكسيد الكربون المنطلق (V_{CO_2}) عند الضغط الجوي $P = 1,013\times10^5$ Pa . النتائج المحصل عليها مكنتنا من رسم المنحني البياني الشكل -1.

نعتبر أنه يمكن اعتبار غاز ثنائي أكسيد الكربون في الشروط التجريبية كغاز مثالي ينطبق عليه القانون التالي:
$P.V = n.R.T$. حيث: $R = 8,31\ J.mol^{-1}.K^{-1}$ ، $T = (273 + \theta)°K$ ، V حجم الغاز مقدرا بـ m^3 .
الثنائيتان المشاركتان في التفاعل هما : $CO_{2(g)}/C_2H_2O_{4(aq)}$ ، $Cr_2O_{7(aq)}^{2-}/Cr_{(aq)}^{3+}$.

1) أكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة- إرجاع المنمذج للتحول الكيميائي الحادث .
2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل .
3) أوجد من البيان :
   - أ- سرعة تشكل شوارد $Cr_{(aq)}^{3+}$ في اللحظة $t = 20min$.
   - ب- استنتج السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 20min$
   - ج- التقدم الأعظمي x_m .
   - د- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.
4) أوجد التركيز المولي لمحلول حمض الاكساليك C_2 .
5) أوجد التركيب المولي للمزيج في اللحظة $t = 10min$.



الشكل -1.

التمرين(2)

نضع في كاس بيشر حجما V=100mL من محلول حمض الازوت $\left(H_3O_{(aq)}^{+} + NO_{3(aq)}^{-}\right)$ تركيزه المولي $C = 1mol/L$ ، نضيف له كتلة قدرها $m = 19,2g$ من النحاس $\left(Cu_{(s)}\right)$.

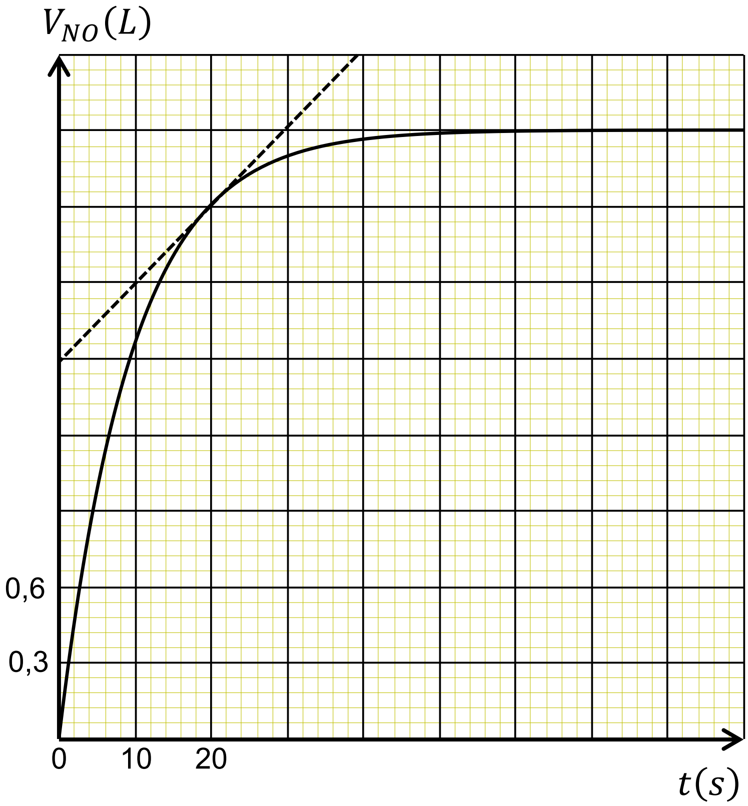
1) علما ان الثنائيتين OX/Red الداخلتان في التفاعل هما

$$Cu_{(aq)}^{2+}/Cu_{(s)} \quad و \quad NO_{3(aq)}^{-}/NO_{(g)}$$

أ- بين ان معادلة التفاعل المنمذج للتحول السابق هي :

$$3Cu_{(s)} + 2NO_{3(aq)}^{-} + 8H_3O_{(aq)}^{+} \rightarrow 3Cu_{(aq)}^{2+} + 2NO_{(g)} + 12H_2O_{(l)}$$

ب- احسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات .
ج- انشيء جدول التقدم للتفاعل المنمذج للتحول السابق .
د- حدد المتفاعل المحد .
2) علما ان التجربة اجرية في درجة الحرارة 25^0C وتحت الضغط $P = 10^5 Pa$.
أ- بين ان الحجم المولي للغازات في شروط التجربة هو $V_M = 24L/mol$.
ب- اوجد العلاقة بين حجم غاز اكسيد الازوت V_{NO} و التقدم x .
3) يعطى في الشكل تغير حجم غاز اكسيد الازوت V_{NO} بدلالة الزمن .

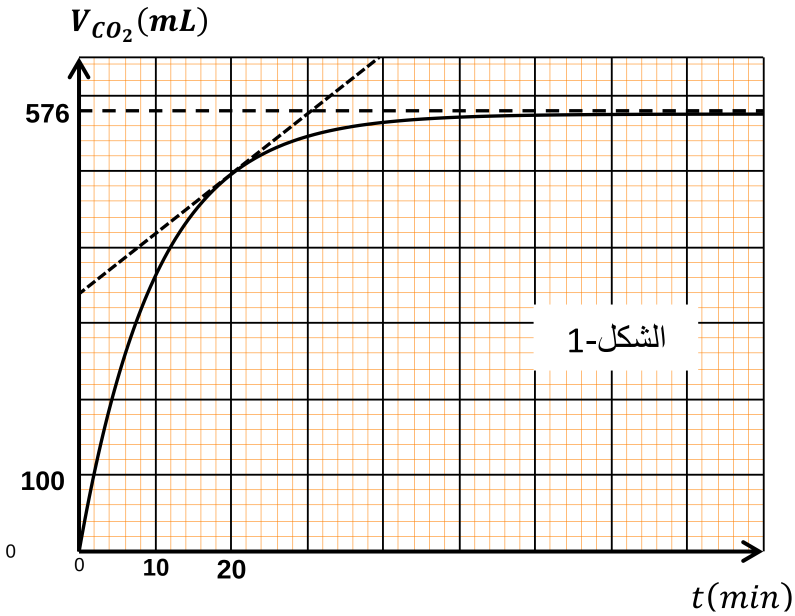


أ- عرف سرعة التفاعل واحسب قيمتها في اللحظة $t = 20s$.
ب- استنتج التركيب المولي للمزيج في اللحظة $t = 20s$.
4) اعط عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$ للمحلول بدلالة (x) يعطى:
قانون الغازات $PV = nRT$ ، $R = 8,31SI$ ،
$M_{Cu} = 64g/mol$
$\lambda_{H_3O^+} = 35msm^2/mol$ ، $\lambda_{NO_3^-} = 7,14\, msm^2/mol$ ، $\lambda_{Cu^{2+}} = 10,4\, msm^2/mol$.

<u>التمرين(3)</u>

لدراسة تطور حركية التحول بين شوارد البيكرومات $Cr_2O_{7(aq)}^{2-}$ و محلول حمض الأكساليك $C_2H_2O_{4(aq)}$ عند درجة الحرارة $\theta = 20°C$. نمزج في اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 40mL$ من محلول بيكرومات البوتاسيوم $(2K_{(aq)}^{+} + Cr_2O_{7(aq)}^{2-})$ تركيزه المولي $C_1 = 0,2mol/L$ مع حجم $V_2 = 60mL$ من محلول حمض الأكساليك تركيزه المولي C_2 . مكننا تجهيز تجريبي مناسب من جمع و قياس حجم غاز ثنائي أكسيد الكربون المنطلق (V_{CO_2}) عند الضغط الجوي $P = 1,013 \times 10^5\ Pa$. النتائج المحصل عليها مكننتا من رسم المنحني البياني الشكل -1.

نعتبر أنه يمكن اعتبار غاز ثنائي أكسيد الكربون في الشروط التجريبية كغاز مثالي ينطبق عليه القانون التالي:
$P.V = n.R.T$. حيث:
$R = 8,31\ J.mol^{-1}.K^{-1}$، $T = (273 + \theta)°K$ ، V حجم الغاز مقدرا بـ m^3 .
الثنائيتان المشاركتان في التفاعل هما :
$CO_{2(g)}/C_2H_2O_{4(aq)}$ ، $Cr_2O_{7(aq)}^{2-}/Cr_{(aq)}^{3+}$.



الشكل-1

6) أكتب المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة-إرجاع المنمذج للتحول الكيميائي الحادث .
7) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل .
8) أوجد من البيان :
ه- سرعة تشكل شوارد $Cr_{(aq)}^{3+}$ في اللحظة

. $t = 20min$

و- استنتج السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 20min$

ز- التقدم الأعظمي x_m .

ح- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

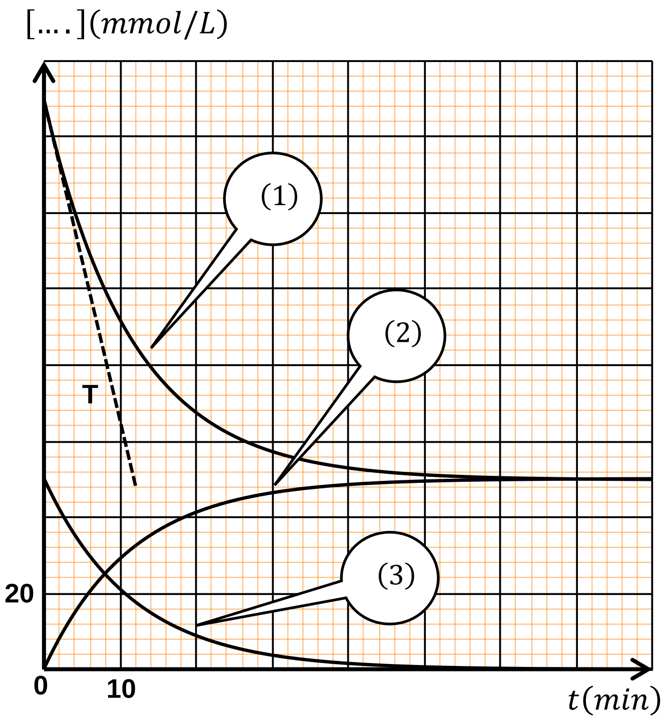
9) أوجد التركيز المولي لمحلول حمض الاكساليك C_2 .

10) أوجد التركيب المولي للمزيج في اللحظة $t = 10min$.

التمرين(4)

ندرس تطور التفاعل التام الحاصل بين محلول يود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)}, I^-_{(aq)})$ حجمه $V_1 = 100\ ml$ وتركيزه C_1 ، ومحلول بيروكسودي كبريتات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)}, S_2O^{2-}_{8(aq)})$ حجمه $V_2 = 100\ ml$ وتركيزه بشوارد $(S_2O^{2-}_{8(aq)})$ C_2 تكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الحاصل:

$$S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2I^-_{(aq)} = I_{2(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)}$$



تمكنا عن طريق معايرة ثنائي اليود المتشكل من تمثيل البيانات $[I_2]$ و $[I^-]$ و $[S_2O_8^{2-}]$ بدلالة الزمن ورسمنا المماس (T).

1) انجز جدول تقدم التفاعل .

2) احسب قيمة التقدم الأعظمي x_m .

3) احسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعل الموافق للبيان (1) وللمتفاعل الموافق للبيان (3) .

4) بين أن البيان (3) يوافق المتفاعل $S_2O_8^{2-}$.

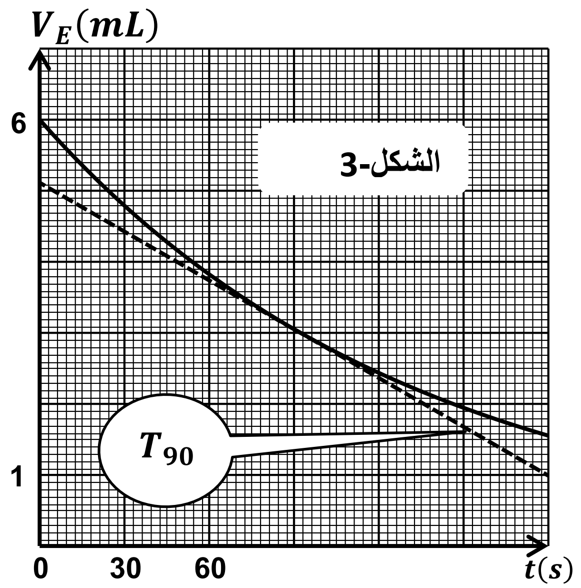
5) احسب قيمة كل من C_1 و C_2 .

6) عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ واستنتج قيمته من أحد البيانات .

7) بين أن السرعة الحجمية للتفاعل تكتب بالشكل $v_{vol} = -\frac{1}{2}\frac{d[I^-]}{dt}$ ، ثم احسب قيمتها عند اللحظة $t = 0$.

التمرين (5)

نمزج عند اللحظة $t = 0$ حجم $V_1 = 500mL$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + MnO^-_{4(aq)})$ تركيزه المولي $C_1 = 0{,}06mol/L$ مع حجم $V_2 = 500mL$ من محلول حمض الأكساليك $H_2C_2O_{4(aq)}$ تركيزه المولي $.C_2 = 0{,}1mol/L$



نكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي بالشكل :

$$5\ H_2C_2O_{4(aq)} + 2MnO^-_{4(aq)} + 6H^+_{(aq)} = 2Mn^{2+}_{(aq)} + 10CO_{2(g)} + 8H_2O_{(l)}$$

1) ما هما الثنائيتان Ox/Red الداخلتان في التفاعل؟.
2) أكتب جدول تقدم التفاعل .
3) هل المزيج الابتدائي ستكيومتري ؟
4) بين أنه في أي لحظة t : $[CO_2] = 0{,}15 - 5[MnO_4^-]$

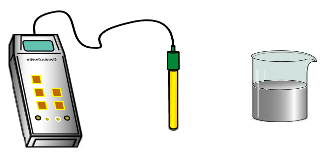
لمتابعة التفاعل نأخذ خلال أزمنة مختلفة t حجما $V_0 = 10mL$ من المزيج ، ثم نعاير كمية مادة شوارد البرمنغنات المتبقية $MnO^-_{4(aq)}$ بواسطة محلول لكبريتات الحديد الثنائي $\left(Fe^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}\right)$ ذي التركيز $C = 0{,}25mol/L$. تعطى الثنائية $\left(Fe^{3+}_{(aq)}/Fe^{2+}_{(aq)}\right)$.

5) أكتب معادلة تفاعل المعايرة .
6) عرف التكافؤ ، ثم استنتج عبارة حجم محلول كبريتات الحديد الثنائي المضاف عند التكافؤ V_E بدلالة C و V_0 و $[MnO_4^-]$.
7) قسنا حجم التكافؤ خلال أزمنة مختلفةt ثم تم رسم المنحنى $V_E = f(t)$ الشكل-3
   أ- أحسب السرعة الحجمية لتشكل CO_2 عند اللحظة $t = 90s$.
   ب- أستنتج السرعة الحجمية لتشكل $Mn^{2+}_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 90s$.
   ج- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدد قيمته .

التمرين(6)

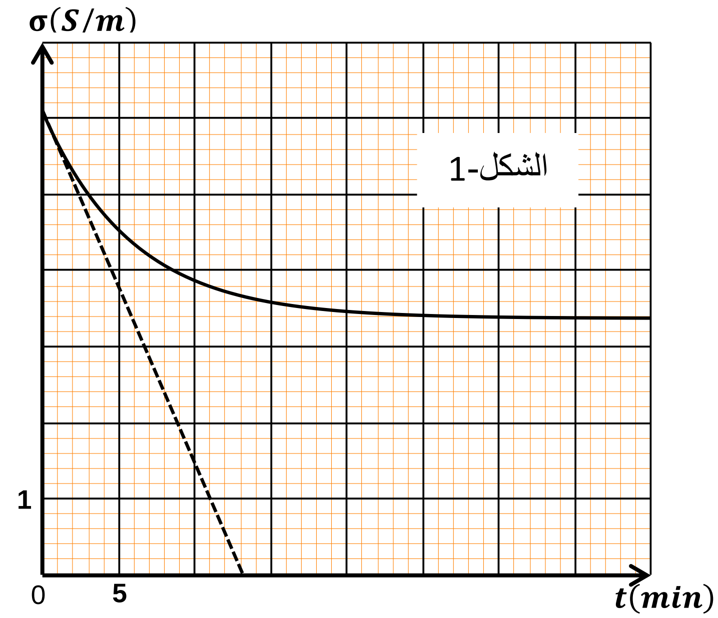
في محلول مائي، و عند درجة الحرارة $T = 20°C$ ، يتفاعل الماء الأوكسيجيني مع شوارد اليود $I^-_{(aq)}$ وفق المعادلة الكيميائية التالية: $H_2O_2\,(aq) + 2I^-(aq) + 2H_3O^+(aq) = I_2(aq) + 4H_2O(\ell)$

المحلول المائي لثنائي اليود $I_2(aq)$ يتميز بلون بني في حين المحلول المائي ليود الهيدروجين $(H_3O^+(aq) + I^-(aq))$ عديم اللون .



عند اللحظة $t = 0$ نحضر مزيجا تفاعليا و ذلك بمزج:

- حجم $V_1 = 5{,}0.10^{-5}\,m^3$ من الماء الأوكسيجيني تركيزه المولي $C_1 = 56\,mo\ell/m^3$.
- حجم $V_2 = 5{,}0.10^{-5}\,m^3$ من محلول يود البوتاسيوم $(K^+(aq) + I^-(aq))$ تركيزه المولي $C_2 = 2 \times 10^2\,mo\ell/m^3$.
- حجم $V_3 = 1{,}0.10^{-6}\,m^3$ من محلول حمض الكبريت $(2H_3O^+(aq) + SO_4^{2-}(aq))$.تركيزه المولي $C_3 = 6 \times 10^3\,mo\ell/m^3$.



يعطى : $\lambda_{SO_4^{2-}} = 8 \times 10^{-3} S.m^2/mo\ell$ ، $\lambda_{K^+} = 7{,}35 \times 10^{-3} S.m^2/mo\ell$

$\lambda_{I^-} = 7{,}68 \times 10^{-3} S.m^2/mo\ell$ ، $\lambda_{H_3O^+} = 35 \times 10^{-3} S.m^2/mo\ell$

1) كيف يمكن التأكد تجريبيا بأن التفاعل بطيء ؟
2) من خلال معادلة التفاعل، تعرف على الثنائيتين Ox/Red المتدخلتين في هذا التفاعل.
3) تحقق أن $n_0(H_2O_2) = 2{,}8 \times 10^{-3} mo\ell$ و $n_0(I^-) = 1{,}0 \times 10^{-2} mo\ell$ و $n_0(H_3O^+) = 1{,}2 \times 10^{-2} mo\ell$.

4) انجز جدولا لتقدم التفاعل الكيميائي ثم حدد التقدم الأعظمي x_{max} .

5) باستغلال جدول التقدم بين أن الناقلية النوعية في المزيج عند اللحظة t تحقق العلاقة $\sigma = 6{,}1 - 845x$

حيث x تقدم التفاعل بالمول $(mo\ell)$. σ الناقلية النوعية (S/m) .

6) استنتج σ_f الناقلية النوعية في نهاية التحول .

7) يمثل المنحنى (الشكل-1) تغيرات الناقلية النوعية بدلالة الزمن $\sigma = f\ (t)$.

أ) حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

ب) بين أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل تكتب على الشكل $v_{vol} = -\frac{1}{845V_T}\frac{d\sigma}{dt}$.

ج) احسب بالوحدة $mo\ell.m^{-3}.\min^{-1}$ قيمة السرعة الحجمية عند $t = 0$.

التمرين (7)

الليكول $Lugol$ مادة مطهرة تباع عند الصيدليات مكونها الأساسي هو ثنائي اليود $I_{2(aq)}$.

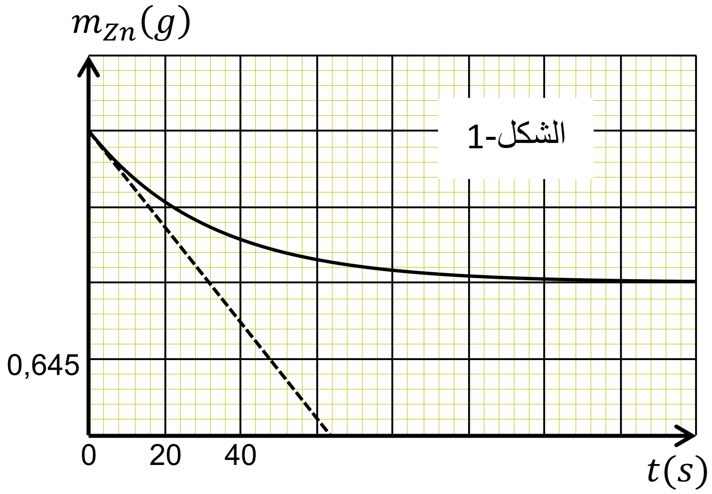
نغمر صفيحة من الزنك $Zn_{(s)}$ كتلتها m_0 في كأس يحتوي على حجم V من الليكول حيث التركيز الابتدائي لثنائي اليود C_0 التحول الكيميائي بين الليكول و الزنك بطيء و تام.

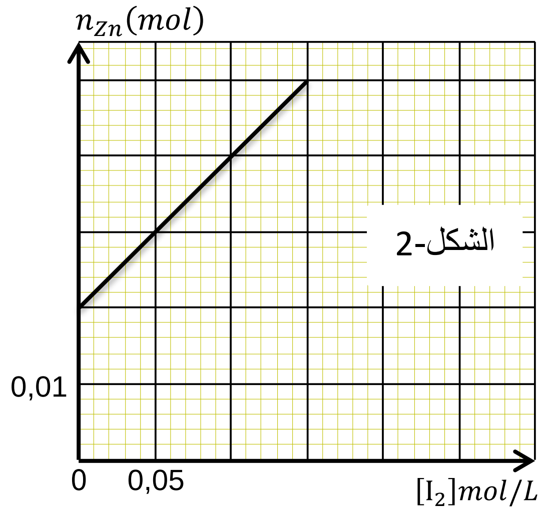
1) كيف يمكن التّأكد تجريبيا من أنّ التفاعل بطيء؟.

2) اكتب معادلة تفاعل الأكسدة و الا رجاع الحادث ثم ضع جدولا لتقدم التفاعل .تعطى الثنائيتان I_2/I^- و Zn^{2+}/Zn .

3) اعتمادا على جدول التقدم بيّن أنّ: $n_{Zn} = V[I_2] + \frac{m_0}{M_{Zn}} - C_0V$.

4) بواسطة تقنية خاصة تمكّنا من رسم المنحنيين البيانيين التاليين:





اعتمادا على الشكلين (1) و (2)اجب على الأسئلة التالية:

أ) استنتج المتفاعل المحدّ.

ب) اكتب معادلة البيان $n_{Zn} = f(I_2)$.

ج) حدّد قيم كلاّ من x_{max} ، V و C_0 .

د) زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

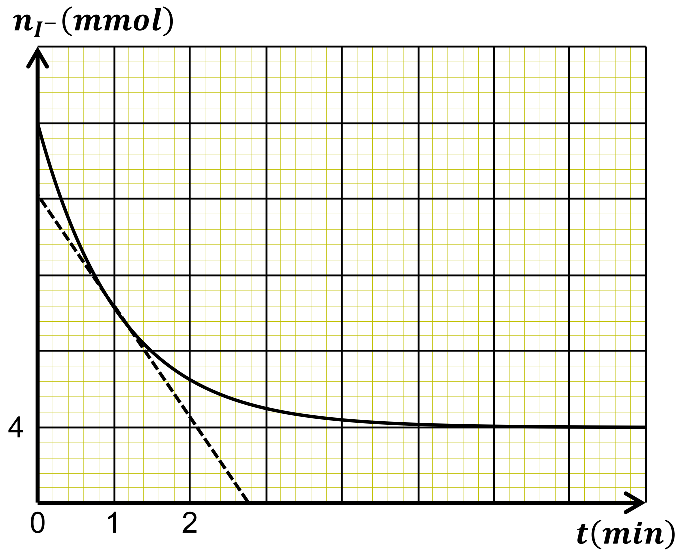
5) بيّن أن السرعة الحجمية للتفاعل تعطى بالعبارة التالية $v_{vol} = -\frac{1}{V.M_{Zn}} \times \frac{dm_{Zn}}{dt}$.

احسب قيمةالسرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$.

تعطى : $M_{Zn} = 65g/mol$.

التمرين(8)

نمزج عند اللحظة $t = 0$ حجما V_1 من محلول مائي لبيروكسوديكبريتات البوتاسيوم $\left(2K^+_{(aq)} + S_2O^{2-}_{8(aq)}\right)$ تركيزه المولي C_1 مع حجم $V_2 = 200mL$ من محلول يود البوتاسيوم $\left(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)}\right)$ تركيزه المولي C_2 ، نتابع تغيرات كمية مادة $\left(I^-_{(aq)}\right)$ المتبقية في الوسط التفاعلي في لحظات زمنية مختلفة ، فتحصلنا على البيان -1-



1) إذا علمت أن الثنائيتين الداخلتين في التحول الكيميائي الحاصل هما :
$\left(S_2O^{2-}_{8(aq)}/SO^{2-}_{4(aq)}\right)$ و $\left(I_{2(aq)}/I^-_{(aq)}\right)$

أ) أكتب معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية المنمذج للتحول الكيميائي الحاصل .

ب)أنجز جدول تقدم التفاعل .

2) اعتمادا على البيان :

أ) استنتج التركيز المولي C_2 لمحلول يود البوتاسيوم .

ب)حدد المتفاعل المحد علما أن التفاعل تام .

ج) استنتج قيمة التقدم الأعظمي x_{max} .

3) من البيان

أ) استنتج قيمة سرعة اختفاء شوارد اليود $\left(I^-_{(aq)}\right)$ عند اللحظة $t = 1min$.

ب) أوجد قيمة الحجم الكلي V_T للوسط التفاعلي علما أن قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 1min$ هي : $v_{vol} = 9{,}1 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.min^{-1}$.

ج) استنتج قيمة الحجم V_1 لمحلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم و تركيزه المولي C_1 .

4) عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

5) بين أن كمية مادة شوارد اليود عند اللحظة $t_{1/2}$ تعطى بالعلاقة : $n_{I^-}(t_{1/2}) = \frac{n_0(I^-)+n_f(I^-)}{2}$.

6) استنتج قيمة $t_{1/2}$.

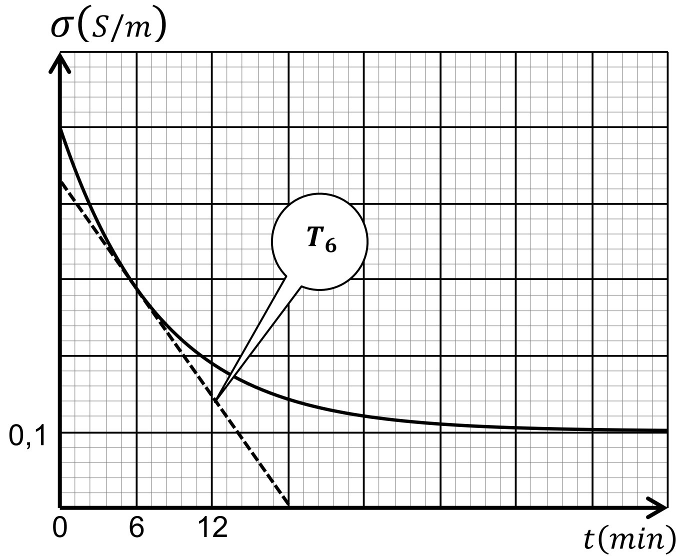
التمرين(9)

لغرض المتابعة الزمنية للتحول الكيميائي المنمذج بالمعادلة :

$$2Al_{(s)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

عن طريق قياس الناقلية ، عند درجة حرارة 25^0c نضع في بيشر كتلة $m = 27mg$ من الألمنيوم $Al_{(s)}$ ونضيف اليها عند اللحظة $t = 0$ حجما $V = 20ml$ من محلول حمض كلور الماء $\left(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}\right)$ تركيزه المولي $C = 0{,}012mol / l$

ونتابع تغيرات الناقلية النوعية σ بدلالة الزمن t فتحصانا على البيان الموضح الشكل .



1) مثل جدولا لتقدم التفاعل .

2) أكتب عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$ للمزيج .

3) بين أن : $\sigma(t) = -1{,}01 \times 10^4 x + 0{,}511$.

4) أوجد كمية المادة لكل من : $H_3O^+_{(aq)}$ و $Al^{3+}_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 6min$.

5) بين أن سرعة التفاعل في هذه الحالة تعطى بالعلاقة :

$$v = -\frac{1}{1{,}01\times10^4} \times \frac{d\sigma}{dt}.$$

6) أوجد قيمة سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 6min$

تعطى عند درجة حرارة 25^0c :

$\lambda(H_3O^+_{(aq)}) = 35 \times 10^{-3} sm^2/mol$ ، $\lambda(Al^{3+}_{(aq)}) = 4 \times 10^{-3} sm^2/mol$ ،

$\lambda(Cl^-_{(aq)}) = 7{,}6 \times 10^{-3} sm^2/mol$ ، $M(Al) = 27g/mol$

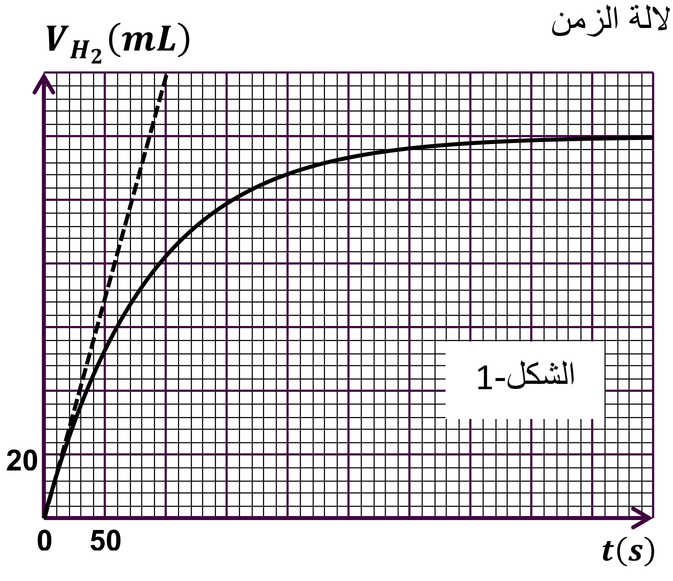
<u>التمرين(10)</u>

i. نضع قطعة من المغنيزيوم كتلتها $m = 0{,}12g$ في محلول حمض كلور الهيدروجين (H_3O^+, Cl^-) تركيزه المولي $C = 0{,}5mol / L$ وحجمه $V = 40mL$.

1) اكتب معادلة التفاعل باستعمال الثنائيتين Mg^{2+}/Mg و H_3O^+/ H_2 .

2) أنشيء جدول التقدّم واحسب قيمة التقدّم الأعظمي.

3) نمثّل بيانيا في الشكل 1 – حجم غاز الهيدروجين المنطلق بدلالة الزمن $\mathrm{v}_{H_2} = \mathrm{f}(\mathrm{t})$.



أ) بيّن أن هذا التفاعل تام.

ب) بيّن أن السرعة الحجمية للتفاعل تُكتب بالشكل :

$v_{\mathrm{vol}} = \frac{1}{\mathrm{V_M}\times\mathrm{V}} \times \frac{\mathrm{dV_{H_2}}}{\mathrm{dt}}$ ، ثم احسب هذه السرعة عند $t = 0$

ii. في تجربة أخرى ، أخذنا من محلول حمض كلور الهيدروجين السابق حجما $\mathrm{V_0 = 10mL}$ وأضفنا له $190mL$ من الماء المقطّر ووضعنا في المحلول الذي حصلنا عليه نفس قطعة المغنيزيوم السابقة $(0{,}12\ g)$ استعملنا جهاز قياس الناقلية لمتابعة تطور التفاعل.

1) باستعمال جدول التقدم ، بيّن أن الناقلية النوعية في اللحظة t تُكتب بدلالة التقدم بالشكل $\sigma = 1{,}06 - 297\,\mathrm{x}$.

2) احسب قيمة الناقلية النوعية للمزيج في نهاية التفاعل.

الكتلة الذرية المولية للمغنيزيوم : $M = 24\mathrm{g / mol}$ ، الحجم المولي للغازات $\mathrm{V}_M = 24\mathrm{L/mole}$

$\lambda(H_3O^+_{(aq)}) = 35 \times 10^{-3} sm^2/mol$ ، $\lambda(Cl^-_{(aq)}) = 7{,}6 \times 10^{-3} sm^2/mol$

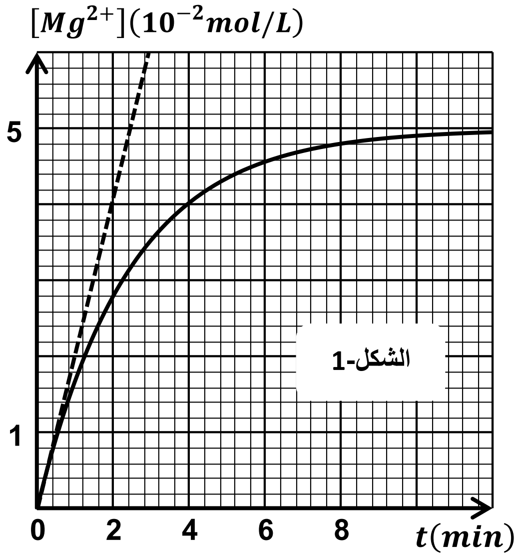
$\lambda(Mg^{2+}_{(aq)}) = 10{,}6 \times 10^{-3} sm^2/mol$.

التمرين(11)

لدراسة سرعة تشكيل شاردة المغنيزيوم $Mg^{2+}(aq)$ نجري تفاعل لمحلول حمض كلور الماء مع معدن المغنيزيوم فينتج غاز ثنائي الهيدروجين وتتشكل شوارد Mg^{2+} وفق المعادلة :

$$Mg(s) + 2\,H_3O^+(aq) = Mg^{2+}(aq) + H_2(g) + 2H_2O(l)$$

عند اللحظة $t = 0$ نضع $1g$ من المغنيزيوم الصلب في حجم $V = 30mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه $C = 0{,}10mol/L$.



1) أ - حدد الثنائيتين (Ox / Red) الداخلتين في التفاعل مع كتابة المعادلتين النصفيتين .

ب - هل التفاعل الحادث ستيكيومتري؟.

جـ - أنجز جدول تقدم التفاعل ، وأستنتج المتفاعل المحد .

د - أستنتج تركيز شاردة Mg^{2+}عند نهاية التفاعل .

2) بمتابعة تطور تركيز شاردة $H_3O^+{}_{(aq)}$ خلال الزمن واستنتاج التركيز المولي لشاردة Mg^{2+} نحصل على البيان الذي يمثل تغيرات $[Mg^{2+}]$ بدلالة الزمن t والموضح في (الشكل – 1)

أ - هل ينتهي التفاعل عند $t = 12\ min$.

ب – عرف زمن نصف التفاعل وأحسب قيمته .

جـ - أحسب التركيب المولي للوسط التفاعلي عند $t = 2\ min$.

د - اعتمادا على البيان استنتج السرعة الحجمية لتشكل Mg^{2+} عند اللحظة $t = 0$.

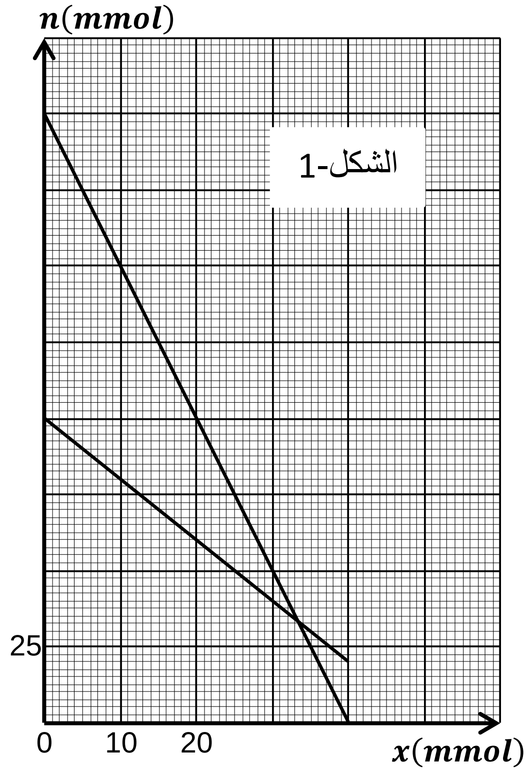
ه – ارسم الشكل التقريبي للمنحني إذا وضعنا في البداية $1g$ من المغنزيوم الصلب في حجم $V = 30\ mL$من محلول حمض كلور الماء تركيزه $C = 0.30\ mol/L$.

-ماهو العامل الحركي الذي أثر على سرعة التفاعل في هذه الحالة ؟ .

و- ماهو العامل الحركي الأخر الذي يمكن أن يؤثر على سرعة التفاعل ؟ .

$M_{Mg} = 24g/mol$

التمرين(12)



ننمذج تفاعل كيميائي بالمعادلة التالية:

$$aA + bB + 6H^+ = 2Mn^{2+} + 5C_3H_6O + 8H_2O$$

1) مثّلنا في الشكل -1 كميتي مادة المتفاعلين A و B بدلالة التقدّم x .

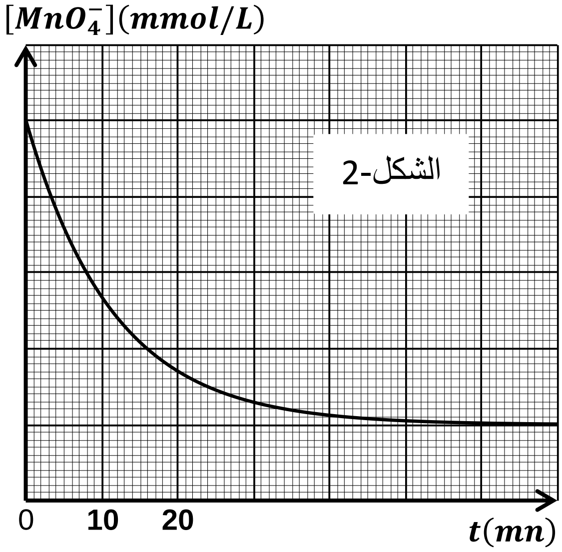
أ) عيّن المتفاعل المحد .

ب) أنشئ جدول التقدّم ، ثمّ احسب قيمتي a وb .

ج) احسب كمية مادة شوارد المنغنيز عند اللحظة $t = t_{1/2}$.

2) المتفاعلان A و B هما على التوالي : البروبان 2 - أول ، صيغته المجملة (C_3H_8O) وهو سائل كتلته الحجمية $\rho = 0{,}78kg/L$ ، و شاردة البرمنغنات (MnO_4^-) يتشكل

المزيج المتفاعل من حجم V_1 من البروبان 2 – أول و حجم $V_2 = 100mL$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم تركيزه المولي C. مثّلنا في الشكل -2 تغيرات التركيز المولي لشاردة البرمنغنات بدلالة الزمن.



أ) احسب قيمتي V_1 و C .

ب) اعتمادا على جدول التقدم بيّن أن $[MnO_4^-]_0 + [MnO_4^-]_\infty = 2[MnO_4^-]_{t_{1/2}}$: ،

ثم حدّد زمن نصف التفاعل.

ج) بيّن أن السرعة الحجمية للتفاعل تكتب بالشكل :

$v_{vol} = -\frac{1}{2}\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$.

احسب قيمتها عند اللحظة $t = 60mn$.

$M(H) = 1g/mol$ ، $M(O) = 16g/mol$ ، $M(C) = 12g/mol$

الحلول

التمرين(1)

1) كتابة المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة- إرجاع المنمذج للتحول الكيميائي الحادث .

$$C_2H_2O_{4(aq)} = 2CO_{2(g)} + 2H^+ + 2e^-$$

$$Cr_2O_{7(aq)}^{2-} + 14H^+ + 6e^- = 2Cr_{(aq)}^{3+} + 7H_2O$$

$$Cr_2O_{7(aq)}^{2-} + 3C_2H_2O_{4(aq)} + 8H^+ = 2Cr_{(aq)}^{3+} + 6CO_{2(g)} + 7H_2O$$.

2) جدول تقدم التفاعل .

	$Cr_2O_{7(aq)}^{2-}$	$+ 3C_2H_2O_{4(aq)}$	$+ 8H^+$	$= 2Cr_{(aq)}^{3+}$	$+ 6CO_{2(g)}$	$+ 7H_2O$
$t = 0$	C_1V_1	C_2V_2	بوفرة	0	0	بوفرة
t	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - 3x$	بوفرة	$2x$	$6x$	بوفرة
t_f	$C_1V_1 - x_m$	$C_2V_2 - 3x_m$	بوفرة	$2x_m$	$6x_m$	بوفرة

3) أوجد من البيان :

أ) سرعة تشكل شوارد $Cr_{(aq)}^{3+}$ في اللحظة $t = 20min$.

من جدول التقدم $n(Cr_{(aq)}^{3+}) = 2x$.

من قانون الغاز المثالي $P.V_{CO_2} = n_{CO_2}.R.T$.

$n_{CO_2} = \frac{P.V_{CO_2}}{R.T}$. ومن جدول التقدم $n_{CO_2} = 6x$.

$6x = \frac{P.V_{CO_2}}{R.T}$ ومنه $x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}$.

لدينا $v_{Cr^{3+}_{(aq)}} = \frac{dn\left(Cr^{3+}_{(aq)}\right)}{dt}$.

$$v_{Cr^{3+}_{(aq)}} = \frac{dn\left(Cr^{3+}_{(aq)}\right)}{dt} = \frac{d2x}{dt} = 2\frac{dx}{dt}$$

$$v_{Cr^{3+}_{(aq)}} = 2\frac{dx}{dt} = 2\frac{d\left(\frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}\right)}{dt} = \frac{P}{3RT}\frac{dV_{CO_2}}{dt} .$$

$$v_{Cr^{3+}_{(aq)}} = \frac{P}{3RT}\frac{dV_{CO_2}}{dt} .$$

$$v_{Cr^{3+}_{(aq)}}(20min) = \frac{P}{3RT}\left(\frac{dV_{CO_2}}{dt}\right)_{t=20min} = \frac{1{,}013\times10^5}{3\times8{,}31\times293}\left(\frac{(500-340)\times10^{-6}}{20}\right)$$

$$v_{Cr^{3+}_{(aq)}}(20min) = \frac{1{,}013\times10^5}{7304{,}49}\left(\frac{160\times10^{-6}}{20}\right) = 1{,}1\times10^{-3}mol/min. .$$

ب) استنتاج السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 20min$

$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$ ولدينا $n\left(Cr^{3+}_{(aq)}\right) = 2x$

$x = \frac{n\left(Cr^{3+}_{(aq)}\right)}{2}$.ومنه $v_{vol} = \frac{1}{2V_T}\frac{dn\left(Cr^{3+}_{(aq)}\right)}{dt}$.

$$v_{vol} = \frac{1}{2V_T}v_{Cr^{3+}_{(aq)}} = \frac{1}{2\times100\times10^{-3}}\times1{,}1\times10^{-3} = 5{,}5\times10^{-3}mol.min^{-1}.L^{-1} .$$

ج) التقدم الأعظمي x_m .

لدينا $x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}$ وبالتالي $x_m = \frac{P.V_f(CO_2)}{6R.T}$.

$$x_m = \frac{1{,}013\times10^5\times576\times10^{-6}}{6\times8{,}31\times293} = 4\times10^{-3}mol .$$

د) زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

$x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}$ وبالتالي $V_{CO_2} = \frac{6R.T.x}{P}$.

$$V_{CO_2}(t_{1/2}) = \frac{6R.T.\left(\frac{x_m}{2}\right)}{P} = \frac{3R.T.x_m}{P} .$$

$$V_{CO_2}(t_{1/2}) = \frac{3\times8{,}31\times293\times4\times10^{-3}}{1{,}013\times10^5} = 288{,}43\times10^{-6}m^3$$

$V_{CO_2}(t_{1/2}) = 288{,}43mL$ تقابلها منن البيان $t_{1/2}$.

$t_{1/2} = 7min$.

4) أوجد التركيز المولي لمحلول حمض الاكساليك C_2 .

$$n_f\left(Cr_2O_{7(aq)}^{2-}\right) = C_1V_1 - x_m = 0{,}2 \times 40 \times 10^{-3} - 4 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3}mol$$

معناه $C_2H_2O_{4(aq)}$ هو المتفاعل المحد وبالتالي $C_2V_2 - 3x_m = 0$.

$C_2 = \frac{3x_m}{V_2} = \frac{12\times10^{-3}}{60\times10^{-3}} = 0{,}2mol/L$.

5) التركيب المولي للمزيج في اللحظة $t = 10min$.

عند اللحظة $t = 10min$ يكون $V_{CO_2} = 360\text{mL}$.

$x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T} = \frac{1{,}013\times10^5\times360\times10^{-6}}{6\times8{,}31\times293} = 2{,}5 \times 10^{-3}mol$.

$n\left(Cr_2O_{7(aq)}^{2-}\right)$	$n\left(C_2H_2O_{4(aq)}\right)$	$n\left(Cr_{(aq)}^{3+}\right)$	$n(CO_2)$
$6{,}5 \times 10^{-3}mol$	$4{,}5 \times 10^{-3}mol$	$5 \times 10^{-3}mol$	$15 \times 10^{-3}mol$

<u>التمرين(2)</u>

/- أ- التأكد من المعادلة :

$$3(Cu_{(s)} = Cu_{(aq)}^{2+} + 2e^-)$$
$$2(NO_{3(aq)}^- + 3e^- + 4H_3O_{(aq)}^+ = NO_{(g)} + 6H_2O_{(L)})$$
$$3Cu_{(s)} + 2NO_{3(aq)}^- + 8H_3O_{(aq)}^+ \rightarrow 3Cu_{(aq)}^{2+} + 2NO_{(g)} + 12H_2O_{(L)}$$

(.1)...

ب/- حساب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات

$$n(Cu) = \frac{m}{M} \rightarrow \boxed{n(Cu) = 0.3mol}$$

$$n(NO_3^-) = C.V \rightarrow \boxed{n(NO_3^-) = 0.1mol}$$

جـ/- جدول التقدم :

المعادلة	$3Cu_{(s)}$	$+2NO_{3(aq)}^-$	$+8H_3O_{(aq)}^+ \rightarrow$	$3Cu_{(aq)}^{2+}$	$+2NO_{(g)}$	$+12H_2O_{(L)}$
$t = 0$	0.3	0.1		0	0	بزيادة
t	0.3 – 3X	0.1 – 2X		3X	2X	بزيادة
t_f	0.3 – 3 X_f	0.1 – 2X_f		3X_f	2X_f	بزيادة

د/المتفاعل المحد:

$$.0.3 - 3x_1 = 0 \rightarrow x_1 = 0.1mol$$

$$........0.1-2x_2=0 \rightarrow x_2=0.05mol \rightarrow \boxed{x_{max}=0.05mol}$$

وعليه فان (NO_3^-) هو المتفاعل المحد .

2-أ/حساب الحجم المولي للغازات في شروط التجربة:

$$.PV=nRT \rightarrow V=0.024m^3 \rightarrow \boxed{V=24L/mol}$$

ب/ العلاقة بين التقدم (x)وحجم الغاز (V_{NO})

من الجدول لدينا $n=2x$..

ولدينا $n=\frac{V_{NO}}{V_M}$.

$$x=\frac{V_{NO}}{2V_M} \rightarrow \boxed{x=0.02V_{NO}}$$

3-أ/ سرعة التفاعل :

$\upsilon=\frac{dx}{dt}$ (0.25

ومنه $\upsilon=0.02\frac{dV}{dt}$

$$\upsilon=0.02\left(\frac{2,1-1.5}{20-0}\right)$$

ومنه $\upsilon=6\times10^{-4}mol/s$..

ب/التركيب المولي للمزيج:

لدينا : $x=0.02V$

ومن المنحنى نجد أن $V=2.1L$.

وعليه فان $x=0.042mol$.

وبالتعويض في جدول التقدم في الحالة الوسطية نجد 0.25x4

3x	2x	0.1 – 2x	0.3 – 3x	ح.الانتقالية
0,126mol	0.084moL	0.016moL	0.174moL	$t=20s$

ج/ عبارة الناقلية:

$\sigma=[H^+]\lambda_{H^+}+[NO_3^-]\lambda_{NO_3^-}+[Cu^{+2}]\lambda_{Cu^{+2}}$ ومنه $\sigma=C.\lambda_{H_3O^+}+(3x)/V\,\lambda_{Cu^{+2}}+(0.1-2x)/V.\lambda_{NO_3^-}$ ومنه

$\sigma=42.14+169.2x$

التمرين(3)

6) كتابة المعادلة المعبرة عن التفاعل أكسدة- إرجاع المنمذج للتحول الكيميائي الحادث .

$$C_2H_2O_{4(aq)} = 2CO_{2(g)} + 2H^+ + 2e^-$$

$$Cr_2O_{7(aq)}^{2-} + 14H^+ + 6e^- = 2Cr_{(aq)}^{3+} + 7H_2O$$

$$Cr_2O_{7(aq)}^{2-} + 3C_2H_2O_{4(aq)} + 8H^+ = 2Cr_{(aq)}^{3+} + 6CO_{2(g)} + 7H_2O \; .$$

7) جدول تقدم التفاعل .

	$Cr_2O_{7(aq)}^{2-}$	$+3C_2H_2O_{4(aq)}$	$+8H^+$	$=2Cr_{(aq)}^{3+}$	$+6CO_{2(g)}$	$+7H_2O$
$t=0$	C_1V_1	C_2V_2	بوفرة	0	0	بوفرة
t	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - 3x$	بوفرة	$2x$	$6x$	بوفرة
t_f	$C_1V_1 - x_m$	$C_2V_2 - 3x_m$	بوفرة	$2x_m$	$6x_m$	بوفرة

8) أوجد من البيان :

ه) سرعة تشكل شوارد $Cr_{(aq)}^{3+}$ في اللحظة $t = 20min$.

من جدول التقدم $n\left(Cr_{(aq)}^{3+}\right) = 2x$.

من قانون الغاز المثالي $P.V_{CO_2} = n_{CO_2}.R.T$.

$n_{CO_2} = \frac{P.V_{CO_2}}{R.T}$. ومن جدول التقدم $n_{CO_2} = 6x$.

$6x = \frac{P.V_{CO_2}}{R.T}$ ومنه $x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}$.

لدينا $v_{Cr_{(aq)}^{3+}} = \frac{dn\left(Cr_{(aq)}^{3+}\right)}{dt}$.

$$v_{Cr_{(aq)}^{3+}} = \frac{dn\left(Cr_{(aq)}^{3+}\right)}{dt} = \frac{d2x}{dt} = 2\frac{dx}{dt}$$

$$v_{Cr_{(aq)}^{3+}} = 2\frac{dx}{dt} = 2\frac{d\left(\frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}\right)}{dt} = \frac{P}{3RT}\frac{dV_{CO_2}}{dt} \; .$$

$$v_{Cr_{(aq)}^{3+}} = \frac{P}{3RT}\frac{dV_{CO_2}}{dt} \; .$$

$$v_{Cr_{(aq)}^{3+}}(20min) = \frac{P}{3RT}\left(\frac{dV_{CO_2}}{dt}\right)_{t=20min} = \frac{1{,}013\times10^5}{3\times8{,}31\times293}\left(\frac{(500-340)\times10^{-6}}{20}\right)$$

$$v_{Cr_{(aq)}^{3+}}(20min) = \frac{1{,}013\times10^5}{7304{,}49}\left(\frac{160\times10^{-6}}{20}\right) = 1{,}1\times10^{-3}mol/min. \; .$$

و) استنتاج السرعة الحجمية للتفاعل في اللحظة $t = 20min$

$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$ ولدينا $n\left(Cr_{(aq)}^{3+}\right) = 2x$

$x = \frac{n\left(Cr_{(aq)}^{3+}\right)}{2}$ ومنه. $v_{vol} = \frac{1}{2V_T}\frac{dn\left(Cr_{(aq)}^{3+}\right)}{dt}$.

$. v_{vol} = \frac{1}{2V_T} v_{Cr^{3+}_{(aq)}} = \frac{1}{2\times100\times10^{-3}} \times 1{,}1 \times 10^{-3} = 5{,}5 \times 10^{-3} mol.min^{-1}.L^{-1}$

ز) التقدم الأعظمي x_m .

لدينا $x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}$ وبالتالي $x_m = \frac{P.V_f(CO_2)}{6R.T}$.

$. x_m = \frac{1{,}013\times10^5\times576\times10^{-6}}{6\times8{,}31\times293} = 4 \times 10^{-3} mol$

ح) زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

$x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T}$ وبالتالي $V_{CO_2} = \frac{6R.T.x}{P}$.

$. V_{CO_2}(t_{1/2}) = \frac{6R.T.\left(\frac{x_m}{2}\right)}{P} = \frac{3R.T.x_m}{P}$

$V_{CO_2}(t_{1/2}) = \frac{3\times8{,}31\times293\times4\times10^{-3}}{1{,}013\times10^5} = 288{,}43 \times 10^{-6} m^3$

$V_{CO_2}(t_{1/2}) = 288{,}43mL$ تقابلها منن البيان $t_{1/2}$.

$. t_{1/2} = 7min$

9) أوجد التركيز المولي لمحلول حمض الاكساليك C_2 .

$n_f(Cr_2O^{2-}_{7(aq)}) = C_1V_1 - x_m = 0{,}2 \times 40 \times 10^{-3} - 4 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} mol$

معناه $C_2H_2O_{4(aq)}$ هو المتفاعل المحد وبالتالي $C_2V_2 - 3x_m = 0$.

$. C_2 = \frac{3x_m}{V_2} = \frac{12\times10^{-3}}{60\times10^{-3}} = 0{,}2mol/L$

10) التركيب المولي للمزيج في اللحظة $t = 10min$.

عند اللحظة $t = 10min$ يكون $V_{CO_2} = 360\text{mL}$.

$. x = \frac{P.V_{CO_2}}{6R.T} = \frac{1{,}013\times10^5\times360\times10^{-6}}{6\times8{,}31\times293} = 2{,}5 \times 10^{-3} mol$

$n(Cr_2O^{2-}_{7(aq)})$	$n(C_2H_2O_{4(aq)})$	$n(Cr^{3+}_{(aq)})$	$n(CO_2)$
$6{,}5 \times 10^{-3} mol$	$4{,}5 \times 10^{-3} mol$	$5 \times 10^{-3} mol$	$15 \times 10^{-3} mol$

التمرين(4)

1) جدول تقدم التفاعل .

	$S_2O^{2-}_{8(aq)}$ +	$2I^-_{(aq)}$ =	$I_{2(aq)}$ +	$2SO^{2-}_{4(aq)}$
$t = 0$	C_2V_2	C_1V_1	0	0
t	$C_2V_2 - x$	$C_1V_1 - 2x$	x	$2x$
t_f	$C_2V_2 - x_m$	$C_1V_1 - 2x_m$	x_m	$2x_m$

2) حساب قيمة التقدم الأعظمي x_m .

من جدول التقدم نلاحظ أن $[I_2]_f = \frac{x_m}{V_1+V_2}$.

من البيان $[I_2]_f = 50 \times 10^{-3} mol/L$.

$x_m = [I_2]_f(V_1 + V_2)$.

$x_m = 50 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3} = 10^{-2} mol$.

$x_m = 10^{-2} mol$.

3) حساب كمية المادة الابتدائية للمتفاعل الموافق للبيان (1) وللمتفاعل الموافق للبيان (3) .

$n_1 = 150 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-2} mol$

$n_3 = 50 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3} = 10^{-2} mol$.

4) بين أن البيان (3) يوافق المتفاعل $S_2O_8^{2-}$.

البيان (3) يوافق المتفاعل المحد .

$$n(S_2O_8^{2-}) = C_2V_2 - x_m = 10^{-2} - 10^{-2} = 0$$

ومنه البيان (3) يوافق المتفاعل $S_2O_8^{2-}$.

5) حساب قيمة كل من C_1 و C_2 .

$C_1V_1 - 2x_m = 10^{-2}$

$C_1 \times 0{,}1 - 2 \times 10^{-2} = 10^{-2}$ ومنه $C_1 = \frac{3\times10^{-2}}{0{,}1} = 0{,}3 mol/L$.

$C_2V_2 - x_m = 0$ ومنه $C_2 = \frac{x_m}{V_2}$ وبالتالي $C_2 = 0{,}1 mol/L$.

6) بين أن السرعة الحجمية للتفاعل تكتب بالشكل $v_{vol} = -\frac{1}{2}\frac{d[I^-]}{dt}$ ، ثم احسب قيمتها عند اللحظة $t = 0$.

$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$.

$[I^-] = \frac{C_1V_1-2x}{V_T}$ وبالاشتقاق نجد $\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{2}{V_T}\frac{dx}{dt}$ ومنه $\frac{dx}{dt} = -\frac{V_T}{2}\frac{d[I^-]}{dt}$.

$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V_T}\left(-\frac{V_T}{2}\frac{d[I^-]}{dt}\right) = -\frac{1}{2}\frac{d[I^-]}{dt}$.

ومنه $v_{vol} = -\frac{1}{2}\frac{d[I^-]}{dt}$.

$$v_{vol}(0) = -\frac{1}{2}\left(\frac{d[I^-]}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{1}{2}\left(\frac{80-150}{8}\right) = 4{,}37 mmol.L^{-1}.min^{-1}$$

$v_{vol}(0) = 4{,}37 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.min^{-1}$.

التمرين (5)

$5\,H_2C_2O_{4(aq)} + 2MnO^-_{4(aq)} + 6H^+_{(aq)} = 2Mn^{2+}_{(aq)} + 10CO_{2(g)} + 8H_2O_{(l)}$.

1) الثنائيتان Ox/Red الداخلتان في التفاعل .

$\left(CO_{2(g)}/H_2C_2O_{4(aq)}\right)$ و $\left(MnO^-_{4(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)}\right)$.

2) جدول تقدم التفاعل .

$$n_0\left(H_2C_2O_{4(aq)}\right) = C_2V_2 = 0{,}1 \times 0{,}5 = 0{,}05mol$$
$$n_0\left(MnO^-_{4(aq)}\right) = C_1V_1 = 0{,}06 \times 0{,}5 = 0{,}03mol$$

	$5\,H_2C_2O_{4(aq)}$	$+\ 2MnO^-_{4(aq)}$	$+\ 6H^+_{(aq)}$	$=\ 2Mn^{2+}_{(aq)}$	$+\ 10CO_{2(g)}$	$+\ 8H_2O_{(l)}$
	$0{,}05$	$0{,}03$	بوفرة	0	0	بوفرة
	$0{,}05-5x$	$0{,}03-2x$	بوفرة	$2x$	$10x$	بوفرة
	$0{,}05-5x_m$	$0{,}03-2x_m$	بوفرة	$2x_m$	$10x_m$	بوفرة

3) هل المزيج الابتدائي ستكيومتري ؟.

$$\frac{n_0\left(H_2C_2O_{4(aq)}\right)}{5} = \frac{0{,}05}{5} = 0{,}01$$
$$\frac{n_0\left(MnO^-_{4(aq)}\right)}{2} = \frac{0{,}03}{2} = 0{,}015$$
$$\frac{n_0\left(H_2C_2O_{4(aq)}\right)}{5} \neq \frac{n_0\left(MnO^-_{4(aq)}\right)}{2}$$

ومنه المزيج الابتدائي ليس ستكيومتري .

4) بين أنه في أي لحظة t : $[CO_2] = 0{,}15 - 5[MnO_4^-]$

من جدول التقدم .

$$(1)\ldots\ldots\ldots\ [MnO_4^-] = \frac{0{,}03-2x}{1} = 0{,}03 - 2x$$
$$(2)\ldots\ldots\ [CO_2] = \frac{10x}{1} = 10x$$

من (1) نجد $x = \frac{0{,}03-[MnO_4^-]}{2}$ نعوض في (2) .

$$[CO_2] = 10x = 10\left(\frac{0{,}03-[MnO_4^-]}{2}\right)$$

ومنه $[CO_2] = 0{,}15 - 5[MnO_4^-]$.

5) معادلة تفاعل المعايرة .

$$MnO^-_{4(aq)} + 8H^+_{(aq)} + 5e^- = Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$
$$Fe^{2+}_{(aq)} = Fe^{3+}_{(aq)} + e^-$$
$$MnO^-_{4(aq)} + 5Fe^{2+}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} + 5e^- = Mn^{2+}_{(aq)} + 5Fe^{3+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$

6) عرف التكافؤ ، ثم استنتج عبارة حجم محلول كبريتات الحديد الثنائي المضاف عند التكافؤ V_E بدلالة C و V_0 و $[MnO_4^-]$.

عند التكافؤ يكون المزيج ستكويومتري .

$$n\left(MnO^-_{4(aq)}\right) = \frac{n_E\left(Fe^{2+}_{(aq)}\right)}{5} .$$
$$[MnO_4^-]V_0 = \frac{CV_E}{5} .$$

$V_E = \frac{5[MnO_4^-]V_0}{C}$.

7) قسنا حجم التكافؤ خلال أزمنة مختلفة tثم تم رسم المنحنى $V_E = f(t)$ الشكل-3

أ) حساب السرعة الحجمية لتشكل CO_2 عند اللحظة $t = 90s$.

لدين العلاقة $[CO_2] = 0,15 - 5[MnO_4^-]$.

بالاشتقاق $\frac{d[CO_2]}{dt} = -5\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$.

ولدينا العلاقة $V_E = \frac{5[MnO_4^-]V_0}{C}$

بالاشتقاق $\frac{dV_E}{dt} = \frac{5V_0}{C}\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$ ومنه $\frac{d[MnO_4^-]}{dt} = \frac{C}{5V_0}\frac{dV_E}{dt}$.

$$v_{vol} = \frac{d[CO_2]}{dt} = -5\frac{d[MnO_4^-]}{dt} = -5\frac{C}{5V_0}\frac{dV_E}{dt}$$

$$v_{vol} = \frac{d[CO_2]}{dt} = -\frac{C}{V_0}\frac{dV_E}{dt}$$

$$v_{vol} = -\frac{0,25}{0,01}\left(\frac{-2,1\times10^{-3}}{90}\right) = 5,83\times10^{-4}mol/s.L$$

ب) السرعة الحجمية لتشكل $Mn^{2+}_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 90s$.

$\frac{v_{vol}(Mn^{2+}_{(aq)})}{2} = \frac{v_{vol}(CO_2)}{10}$ ومنه $v_{vol}(Mn^{2+}_{(aq)}) = \frac{v_{vol}(CO_2)}{5}$.

$v_{vol}(Mn^{2+}_{(aq)}) = \frac{5,83\times10^{-4}}{5} = 1,16\times10^{-4}mol/s.L$.

ج) عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدد قيمته .

زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو الزمن اللازم لبلوغ تقدم التفاعل نصف تقدمه النهائي .

$x(t_{1/2}) = \frac{x_m}{2}$.

$0,05 - 5x_m = 0$ ومنه $x_m = 0,01\text{mol}$.

$[MnO_4^-]_{t_{1/2}} = 0,03 - 2\frac{x_m}{2} = 0,02\text{mol/L}$

$V_E(t_{1/2}) = \frac{5[MnO_4^-]_{t_{1/2}}V_0}{C} = \frac{5\times0,02\times10}{0,25} = 4mL$.

من البيان

$t_{1/2} = 54s$

التمرين(6)

1) كيف يمكن التأكد تجريبيا بأن التفاعل بطيء ؟

وذلك ظهور اللون البني ل I_2 تدريجيا أو نضيف قطرات من محلول التيودان .

2) الثنائيتين Ox/Red المتدخلتين في هذا التفاعل.

(H_2O_2/H_2O) و (I_2/I^-) .

3) تحقق أن $n_0(H_2O_2) = 2,8\times10^{-3}mol$ و $n_0(I^-) = 1,0\times10^{-2}mol$ و $n_0(H_3O^+) = 6\times10^{-3}mol$.

$$n_0(H_2O_2) = C_1V_1 = 56\times5,0.10^{-5} = 2,8\times10^{-3}mol$$

$$n_0(I^-) = C_2V_2 = 2\times 10^2 \times 5{,}0.10^{-5} = 1{,}0\times 10^{-2} mo\ell$$

$$H_2SO_4 + H_2O = 2H_3O^+(aq) + SO_4^{2-}(aq)$$
$$C_3V_3 \quad\quad 2C_3V_3 \quad\quad C_3V_3$$
$$n_0(H_3O^+) = 2C_3V_3 = 12\times 10^3 \times 1{,}0.10^{-6} = 1{,}2\times 10^{-2} mo\ell$$

4) جدول تقدم التفاعل الكيميائي ثم تحديد التقدم الأعظمي x_{max} .

	$H_2O_2\,(aq)$ +	$2I^-(aq)$ +	$2H_3O^+(aq)$ =	$I_2(aq)$ +	$4H_2O(\ell)$
$t=0$	C_1V_1	C_2V_2	$2C_3V_3$	0	بزيادة
t	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - 2x$	$2C_3V_3 - 2x$	x	بزيادة
t_f	$C_1V_1 - x_m$	$C_2V_2 - 2x_m$	$2C_3V_3 - 2x_m$	x_m	بزيادة

التفاعل المحد هو (H_2O_2) وبالتالي $C_1V_1 - x_m = 0$ ومنه $x_m = 2{,}8\times 10^{-3} mo\ell$.

5) باستغلال جدول التقدم بين أن الناقلية النوعية في المزيج عند اللحظة t تحقق العلاقة $\sigma = 4{,}02 - 845x$
حيث x تقدم التفاعل بالمول $(mo\ell)$. σ الناقلية النوعية (S/m) .

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 5{,}0.10^{-5} + 5{,}0.10^{-5} + 1{,}0.10^{-6} = 10{,}1\times 10^{-5}\, m^3$$

$$\sigma = \lambda_{I^-}[I^-] + \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{K^+}[K^+] + \lambda_{SO_4^{2-}}[SO_4^{2-}]$$

$$\sigma = 7{,}68\times 10^{-3}\left(\frac{10^{-2}-2x}{10{,}1\times 10^{-5}}\right) + 35\times 10^{-3}\left(\frac{1{,}2\times 10^{-2}-2x}{10{,}1\times 10^{-5}}\right) + 7{,}35\times 10^{-3}\left(\frac{10^{-2}}{10{,}1\times 10^{-5}}\right) + 8\times 10^{-3}\left(\frac{6\times 10^{-3}}{10{,}1\times 10^{-5}}\right)$$

نجد $\sigma = 6{,}1 - 845x$.

6) استنتاج σ_f الناقلية النوعية في نهاية التحول .

$$\sigma_f = 4{,}02 - 845x_m$$

$$\sigma_f = 6{,}1 - 845\times 2{,}8\times 10^{-3} = 3{,}734\, S/m \ .$$

7) يمثل المنحنى (الشكل-1) تغيرات الناقلية النوعية بدلالة الزمن $\sigma = f\,(t)$.

أ) تحديد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

$$\sigma_{t_{1/2}} = 6{,}1 - 845\,\frac{x_m}{2}$$

$$\sigma_{t_{1/2}} = 6{,}1 - 845\times \frac{2{,}8\times 10^{-3}}{2}$$

$$\sigma_{t_{1/2}} = 4{,}917\, S/m \ .$$

من البيان $t_{1/2} = 3min$.

ب) بين أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل تكتب على الشكل $v_{vol} = -\frac{1}{845V_T}\frac{d\sigma}{dt}$.

$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$

لدينا $\sigma = 6{,}1 - 845x$.

بالاشتقاق $\frac{d\sigma}{dt} = -845\frac{dx}{dt}$. ومنه $\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{845V_T}\frac{d\sigma}{dt}$.

$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V_T}\left(-\frac{1}{845V_T}\frac{d\sigma}{dt}\right)$

ومنه $v_{vol} = -\frac{1}{845V_T}\frac{d\sigma}{dt}$.

ج) حساب بالوحدة $mo\ell.m^{-3}.\min^{-1}$ قيمة السرعة الحجمية عند $t = 0$.

$v_{vol} = -\frac{1}{845\times10{,}1\times10^{-5}}\left(\frac{-6.1}{13}\right) = 5{,}49mo\ell.m^{-3}.\min^{-1}$.

التمرين (7)

1) التّأكد تجريبيا من أنّ التفاعل بطيء.

اللون البني ل I_2 يزول تدريجيا .

2) اكتب معادلة تفاعل الأكسدة و الا رجاع الحادث ثم ضع جدولا لتقدم التفاعل .تعطى الثنائيتان I_2/I^- و Zn^{2+}/Zn .

المعادلة النصفية للأكسدة : $Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2e^-$.

المعادلة النصفية للارجاع: $I_{2(aq)} + 2e^- = 2I^-_{(aq)}$.

معادلة تفاعل الأكسدة و الا رجاع : $I_{2(aq)} + Zn_{(s)} = 2I^-_{(aq)} + Zn^{2+}_{(aq)}$.

3) اعتمادا على جدول التقدم بيّن أنّ: $n_{Zn} = V[I_2] + \frac{m_0}{M_{Zn}} - C_0V$.

	$I_{2(aq)}$ +	$Zn_{(s)}$ =	$2I^-_{(aq)}$ +	$Zn^{2+}_{(aq)}$
$t = 0$	C_0V	$\frac{m_0}{M_{Zn}}$	0	0
t	$C_0V - x$	$\frac{m_0}{M_{Zn}} - x$	$2x$	x
t_f	$C_0V - x_m$	$\frac{m_0}{M_{Zn}} - x_m$	$2x_m$	x_m

من جدول التقدم نجد $n_{Zn} = \frac{m_0}{M_{Zn}} - x \ldots\ldots(1)$.

وكذلك $[I_2] = \frac{C_0V-x}{V} \ldots\ldots(2)$.

من (2) نجد $x = C_0V - V[I_2]$ نعوض في (1) .

$$n_{Zn} = \frac{m_0}{M_{Zn}} - (C_0V - V[I_2]) .$$

نجد $n_{Zn} = V[I_2] + \frac{m_0}{M_{Zn}} - C_0V$.

4) اعتمادا على الشكلين (1) و (2)اجب على الأسئلة التالية:

أ) استنتاج المتفاعل المحدّ.

من البيان (1) نلاحظ أن $Zn_{(s)}$ متفاعل بزيادة وبالتالي المتفاعل المحد هو $I_{2(aq)}$.

ب) كتابة معادلة البيان $n_{Zn} = f(I_2)$

بيان الشكل (2) هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل

$$n_{Zn} = a[I_2] + b .$$

حيث a ميل البيان .

$a = \frac{0,05-0,02}{0,15} = 0,2$. حيث $b = 0,02$.

$$n_{Zn} = 0,2[I_2] + 0,02 .$$

ج) حدّد قيم كلاّ من x_{max} ، V و C_0 .

$$\frac{1,29}{M_{Zn}} = \frac{m_0}{M_{Zn}} - x_m .$$

$$m_0 = 4 \times 0,645 = 2,58g .$$

$$x_m = \frac{m_0}{M_{Zn}} - \frac{1,29}{M_{Zn}} = \frac{2,58}{65} - \frac{1,29}{65} = 1,98 \times 10^{-2}mol .$$

$$x_m = 1,98 \times 10^{-2}mol .$$

$$n_{Zn} = V[I_2] + \frac{m_0}{M_{Zn}} - C_0V \ldots.(1)$$

$$n_{Zn} = 0,2[I_2] + 0,02 \ldots.(2) .$$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$$V = 0,2L .$$

$$\frac{m_0}{M_{Zn}} - C_0V = 0,02 .$$

$$3,97 \times 10^{-2} - C_0V = 0,02 .$$

$$C_0 = \frac{3,97\times10^{-2}-0,02}{0,2} = 9,85 \times 10^{-2}mol/L .$$

د) زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

$\frac{2,58+1,29}{2} = 1,935g$ تقابلها $t_{1/2}$.

$t_{1/2} = 22s$.

5) بيّن أن السرعة الحجمية للتفاعل تعطى بالعبارة التالية $v_{vol} = -\frac{1}{V.M_{Zn}} \times \frac{dm_{Zn}}{dt}$.

$v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$.

$n_{Zn} = \frac{m_0}{M_{Zn}} - x$.

$\frac{m_{Zn}}{M_{Zn}} = \frac{m_0}{M_{Zn}} - x$.

باشتقاق العبارة الأخيرة بالنسبة للزمن .

$$\frac{1}{M_{Zn}}\frac{dm_{Zn}}{dt} = 0 - \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{M_{Zn}}\frac{dm_{Zn}}{dt} .$$

$$v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V}\left(-\frac{1}{M_{Zn}}\frac{dm_{Zn}}{dt}\right) .$$

$$v_{vol} = -\frac{1}{V.M_{Zn}} \times \frac{dm_{Zn}}{dt} .$$

احسب قيمةالسرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$.

$$v_{vol} = -\frac{1}{V.M_{Zn}} \times \left(\frac{dm_{Zn}}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{1}{0,2\times 65}\left(\frac{-2,58}{64}\right)$$

$$v_{vol} = 3,1 \times 10^{-3} mol/L.s .$$

التمرين(8)

1) إذا علمت أن الثنائيتين الداخلتين في التحول الكيميائي الحاصل هما :
$(S_2O_{8(aq)}^{2-}/SO_{4(aq)}^{2-})$ و $(I_{2(aq)}/I_{(aq)}^{-})$

أ) أكتب معادلة تفاعل الأكسدة الإرجاعية المنمذج للتحول الكيميائي الحاصل .

المعادلة النصفية للأكسدة : $2I_{(aq)}^{-} = I_{2(aq)} + 2e^{-}$.

المعادلة النصفية للارجاع : $S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2e^{-} = 2SO_{4(aq)}^{2-}$.

$$S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2I_{(aq)}^{-} = 2SO_{4(aq)}^{2-} + I_{2(aq)} .$$

ب) أنجز جدول تقدم التفاعل .

	$S_2O_{8(aq)}^{2-}$ +	$2I_{(aq)}^-$ =	$2SO_{4(aq)}^{2-}$ +	$I_{2(aq)}$
$t=0$	C_1V_1	C_2V_2	0	0
t	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - 2x$	$2x$	x
t_f	$C_1V_1 - x_m$	$C_2V_2 - 2x_m$	$2x_m$	x_m

2) اعتمادا على البيان :

أ) استنتج التركيز المولي C_2 لمحلول يود البوتاسيوم .

من البيان نجد $n_0(I^-) = 2 \times 10^{-2} mol$.

$n_0(I^-) = C_2V_2$ وبالتالي $C_2 = \frac{n_0(I^-)}{V_2}$.

$C_2 = \frac{2\times10^{-2}}{0,2} = 0,1 mol/L$.

ب) حدد المتفاعل المحد علما أن التفاعل تام .

من البيان يظهر أن المتفاعل I^- هو متفاعل بزيادة وبالتالي المتفاعل المحد هو $S_2O_{8(aq)}^{2-}$.

ت) استنتج قيمة التقدم الأعظمي x_{max} .

$C_2V_2 - 2x_m = 4 \times 10^{-3}$.

$$x_m = \frac{C_2V_2 - 4\times10^{-3}}{2} = \frac{2\times10^{-2} - 4\times10^{-3}}{2}$$

$x_m = 8 \times 10^{-3} mol$.

3) من البيان .

أ) استنتج قيمة سرعة اختفاء شوارد اليود $\left(I_{(aq)}^-\right)$ عند اللحظة $t = 1min$.

$v_{I^-} = -\frac{dn_{I^-}}{dt}$.

$$v_{I^-}(1min) = -\left(\frac{dn_{I^-}}{dt}\right)_{t=1min} = -\left(\frac{-16\times10^{-3}}{2,8}\right)$$

$v_{I^-}(1min) = 5,71 \times 10^{-3} mol.min^{-1}$.

ب) أوجد قيمة الحجم الكلي V_T للوسط التفاعلي علما أن قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 1min$ هي :

$v_{vol} = 9,1 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.min^{-1}$.

$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}$.

$n_{I^-} = C_2V_2 - 2x$.

$$\frac{dn_{I^-}}{dt} = -2\frac{dx}{dt} .$$

$$v_{I^-} = -\frac{dn_{I^-}}{dt} = 2\frac{dx}{dt} .$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{v_{I^-}}{2} .$$

$$v_{vol} = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V_T}\frac{v_{I^-}}{2} = \frac{v_{I^-}}{2V_T} .$$

$$V_T = \frac{v_{I^-}}{2v_{vol}} = \frac{5{,}71\times10^{-3}}{2\times9{,}1\times10^{-3}} = 0{,}3L$$

$$V_T = 300mL .$$

ت) استنتج قيمة الحجم V_1 لمحلول بيروكسوديكبريتات البوتاسيوم و تركيزه المولي C_1 .

$$V_1 = V_T - V_2 = 100mL .$$

المتفاعل المحد هو $S_2O_{8(aq)}^{2-}$.

$C_1V_1 - x_m = 0$ وبالتالي $C_1 = \frac{x_m}{V_1}$.

$$C_1 = \frac{8\times10^{-3}}{0{,}1} = 8\times10^{-2}mol/L .$$

4) عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو الزمن اللازم لبلوغ تقدم التفاعل نصف تقدمه النهائي .

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_m}{2} .$$

5) بين أن كمية مادة شوارد اليود عند اللحظة $t_{1/2}$ تعطى بالعلاقة : $n_{I^-}(t_{1/2}) = \frac{n_0(I^-)+n_f(I^-)}{2}$.

$$n_{I^-}(t) = C_2V_2 - 2x(t)$$

$$n_{I^-}(t_{1/2}) = C_2V_2 - 2x(t_{1/2})$$

$$n_{I^-}(t_{1/2}) = C_2V_2 - 2\frac{x_m}{2}$$

$$n_{I^-}(t_{1/2}) = \frac{2C_2V_2-2x_m}{2} = \frac{C_2V_2+C_2V_2-2x_m}{2} .$$

$$n_{I^-}(t_{1/2}) = \frac{n_0(I^-)+n_f(I^-)}{2} .$$

6) استنتج قيمة $t_{1/2}$.

$$n_{I^-}(t_{1/2}) = \frac{4+20}{2} = 12mmol .$$

$$t_{1/2} = 0{,}75min .$$

التمرين(9)

$$2Al_{(s)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

1) تمثيل جدول تقدم التفاعل .

$$n_0(Al) = \frac{m}{M} = \frac{27\times10^{-3}}{27} = 10^{-3}mol$$

$$n_0(H_3O^+_{(aq)}) = CV = 0{,}012 \times 20 \times 10^{-3} = 2{,}4 \times 10^{-4}mol$$

	$2Al_{(s)}$ +	$6H_3O^+_{(aq)}$ =	$2Al^{3+}_{(aq)}$ +	$3H_{2(g)}$ +	$6H_2O_{(l)}$
$t=0$	10^{-3}	$2{,}4.10^{-4}$	0	0	بزيادة
t	$10^{-3}-2x$	$2{,}4.10^{-4}-6x$	$2x$	$3x$	بزيادة
t_f	$10^{-3}-2x_f$	$2{,}4.10^{-4}-6x_f$	$2x_f$	$3x_f$	بزيادة

2) عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$ للمزيج .

$$\sigma(t) = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{Al^{3+}}[Al^{3+}] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-] .$$

3) بين أن : $\sigma(t) = -1{,}01 \times 10^4 x + 0{,}511$.

$$\sigma(t) = 35 \times 10^{-3}\left(\frac{2{,}4.10^{-4}-6x}{2\times10^{-5}}\right) + 4\times10^{-3}\left(\frac{2x}{2\times10^{-5}}\right) + 7{,}6\times10^{-3}\times 12 .$$

نجد $\sigma(t) = -1{,}01 \times 10^4 x + 0{,}511$

4) كمية المادة لكل من : $H_3O^+_{(aq)}$ و $Al^{3+}_{(aq)}$ عند اللحظة $t = 6min$.

من البيان عند $t = 6min$ يكون $\sigma(6min) = 0{,}29S/m$

$$-1{,}01 \times 10^4 x + 0{,}511 = 0{,}29 .$$

ومنه $x = 2{,}2 \times 10^{-5} mol$.

$$n(Al^{3+}_{(aq)}) = 2x = 2 \times 2{,}2 \times 10^{-5} = 4{,}4 \times 10^{-5}mol$$

$$n(H_3O^+_{(aq)}) = 2{,}4.10^{-4} - 6 \times 2{,}2 \times 10^{-5} = 2{,}4.10^{-4} - 6x = 1{,}08 \times 10^{-4}mol$$

5) بين أن سرعة التفاعل في هذه الحالة تعطى بالعلاقة : $v = -\frac{1}{1{,}01\times10^4} \times \frac{d\sigma}{dt}$

$$v = \frac{dx}{dt} .$$

نشتق العبارة $\sigma(t) = -1{,}01 \times 10^4 x + 0{,}511$.

$\frac{d\sigma}{dt} = -1{,}01 \times 10^4 \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{1{,}01\times10^4} \times \frac{d\sigma}{dt}$.

ومنه $v = -\frac{1}{1{,}01\times10^4} \times \frac{d\sigma}{dt}$.

6) قيمة سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 6min$

$$v = -\frac{1}{1{,}01\times10^4} \times \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=6min} = -\frac{1}{1{,}01\times10^4} \times \left(-\frac{0{,}43}{18}\right)$$

$$v = 2{,}36 \times 10^{-6} mol/min$$

التمرين(10)

نضع قطعة من المغنيزيوم كتلتها $m = 0{,}12g$ في محلول حمض كلور الهيدروجين (H_3O^+, Cl^-) .

1) معادلة التفاعل باستعمال الثنائيتين Mg^{2+}/Mg و H_3O^+/H_2 .

المعادلة النصفية للأكسدة.

$$Mg = Mg^{2+} + 2e^-$$

المعادلة النصفية للارجاع.

$$2H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2H_2O$$

معادلة التفاعل $Mg + 2H_3O^+ = Mg^{2+} + H_2 + 2H_2O$

2) جدول التقدّم وحساب قيمة التقدّم الأعظمي.

$$n_0(Mg) = \frac{m}{M} = \frac{0{,}12}{24} = 5 \times 10^{-3} mol$$

$$n_0(H_3O^+) = CV = 0{,}5 \times 40 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-2} mol$$

	Mg +	$2H_3O^+$ =	Mg^{2+} +	H_2 +	$2H_2O$
$t = 0$	5.10^{-3}	2.10^{-2}	0	0	بزيادة
t	$5.10^{-3} - x$	$2.10^{-2} - 2x$	x	x	بزيادة
t_f	$5.10^{-3} - x_f$	$2.10^{-2} - 2x_f$	x_f	x_f	بزيادة

المتفاعل المحد هو Mg وبالتالي $(5.10^{-3} - x_m = 0)$ ومنه $x_m = 5 \times 10^{-3} mol$.

3) نمثّل بيانيا في الشكل 1 – حجم غاز الهيدروجين المنطلق بدلالة الزمن $v_{H_2} = f(t)$.

أ) نبيّن أن هذا التفاعل تام.

من جدول التقدم نلاحظ أن $n(H_2) = x$ ولدينا $n(H_2) = \frac{V_{H_2}}{V_M}$.

$x = \frac{V_{H_2}}{V_M}$ وبالتالي $x_f = \frac{V_f(H_2)}{V_M}$.

من البيان $V_f(H_2) = 120\text{mL}$

$x_f = \frac{120\times10^{-3}}{24} = 5\times10^{-3}mol$.

نلاحظ أن $x_f = x_m$ وبالتالي التفاعل تام .

ملاحظة : x_f قيمة تجريبية نستنتجها من البيان الذي حصلنا عليه من القيم الناتجة عن التجربة .

x_m قيمة نظرية نتحصل عليها من جدول التقدم والتي توافق استهلاك المتفاعل المحد .

ب) نبيّن أن السرعة الحجمية للتفاعل تُكتب بالشكل : $v_{\text{vol}} = \frac{1}{\text{V}_\text{M}\times\text{V}} \times \frac{\text{dV}_{\text{H}_2}}{\text{dt}}$ ، ثم حساب هذه السرعة عند $t = 0$

حسب تعريف السرعة الحجمية للتفاعل

$v_{\text{vol}} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$ ولدينا $x = \frac{V_{H_2}}{V_M}$ باشتقاق طرفي هذه المعادلة نجد $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V_M}\frac{dV_{H_2}}{dt}$.

$v_{\text{vol}} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V}\left(\frac{1}{V_M}\frac{dV_{H_2}}{dt}\right)$.

ومنه $v_{\text{vol}} = \frac{1}{\text{V}_\text{M}\times\text{V}} \times \frac{\text{dV}_{\text{H}_2}}{\text{dt}}$.

$$v_{\text{vol}}(0) = \frac{1}{\text{V}_\text{M}\times\text{V}} \times \left(\frac{\text{dV}_{\text{H}_2}}{\text{dt}}\right)_{t=0} = \frac{1}{24\times40}\left(\frac{68}{50}\right) = 1{,}41\times10^{-3}mol/s.L$$

في تجربة أخرى ، أخذنا من محلول حمض كلور الهيدروجين السابق حجما $\text{V}_0 = 10\text{mL}$ وأضفنا له $190mL$ من الماء المقطّر ووضعنا في المحلول الذي حصلنا عليه نفس قطعة المغنيزيوم السابقة $(0{,}12\ g)$ استعملنا جهاز قياس الناقلية لمتابعة تطور التفاعل.

1) باستعمال جدول التقدم ، بيّن أن الناقلية النوعية في اللحظة t تُكتب بدلالة التقدم بالشكل $\sigma = 1{,}06 - 297\,x$.

جدول التقدم.

$$n_0(Mg) = \frac{m}{M} = \frac{0{,}12}{24} = 5\times10^{-3}mol$$

$$n_0(H_3O^+) = CV = 0{,}5\times10\times10^{-3} = 5\times10^{-3}mol$$

	Mg	$+\ 2H_3O^+$	$= Mg^{2+}$	$+\ H_2 +$	$2H_2O$
$t = 0$	5.10^{-3}	5.10^{-3}	0	0	بزيادة
t	$5.10^{-3} - x$	$5.10^{-3} - 2x$	x	x	بزيادة
t_f	$5.10^{-3} - x_f$	$5.10^{-3} - 2x_f$	x_f	x_f	بزيادة

. $\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{Mg^{2+}}[Mg^{2+}] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$

. $x_m = 2,5 \times 10^{-3} mol$ دون أن ننسى أن $V_T = 200 \times 10^{-6} m^3$

$$\sigma = 35 \times 10^{-3}\left(\frac{5.10^{-3} - 2x}{2\times10^{-4}}\right) + 10,6 \times 10^{-3}\left(\frac{x}{2\times10^{-4}}\right) + 7,6 \times 10^{-3}\left(\frac{5.10^{-3}}{2\times10^{-4}}\right)$$

$$\sigma = 0,875 - 350x + 53x + 0,19$$

. $\sigma = 1,065 - 297x$

2) حساب قيمة الناقلية النوعية للمزيج في نهاية التفاعل.

$$\sigma_f = 1,065 - 297x_f$$

. $\sigma_f = 1,065 - 297 \times 2,5 \times 10^{-3} = 0,32 S/m$

التمرين(11)

1) دراسة سرعة تشكيل شاردة المغنيزيوم $Mg^{2+}(\mathrm{aq})$

$$Mg(\mathrm{s}) + 2\,\mathrm{H_3O^+(aq)} = Mg^{2+}(\mathrm{aq}) + \mathrm{H_2(g)} + 2\mathrm{H_2O(l)}$$

أ) تحديد الثنائيتين (Ox / Red) الداخلتين في التفاعل مع كتابة المعادلتين النصفيتين .

. $(\mathrm{H_3O^+}/\mathrm{H_2})$ و (Mg^{2+}/Mg)

المعادلة النصفية للأكسدة

$$Mg \rightarrow Mg^{2+} + 2e^-$$

المعادلة النصفية للإرجاع

$$2\,\mathrm{H_3O^+} + 2e^- = \mathrm{H_2} + 2\mathrm{H_2O}$$

ب) هل التفاعل الحادث ستيكيومتري.

$$n_0(Mg) = \frac{m}{M} = \frac{1}{24} = 4,16 \times 10^{-2} mol$$

$$n_0(\mathrm{H_3O^+}) = CV = 0,1 \times 30 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} mol$$

حتى يكون المزيج ستيكيومتري يجب ان تتحقق العلاقة $\frac{n_0(\mathrm{H_3O^+})}{2} = \frac{n_0(Mg)}{1}$.

$$\frac{n_0(\mathrm{H_3O^+})}{2} = \frac{3\times10^{-3}}{2} = 1,5 \times 10^{-3} mol$$

$\frac{n_0(\mathrm{H_3O^+})}{2} \neq \frac{n_0(Mg)}{1}$ ومنه التفاعل الحادث ليس ستيكيومتري.

ج) أنجز جدول تقدم التفاعل ، وأستنتج المتفاعل المحد .

	$Mg(s) + 2H_3O^+(aq) = Mg^{2+}(aq) + H_2(g) + 2H_2O(l$				
$t = 0$	$4{,}16.10^{-2}$	3.10^{-3}	0	0	بزيادة
t	$4{,}16.10^{-2} - x$	$3.10^{-3} - 2x$	x	x	بزيادة
t_f	$4{,}16.10^{-2} - x_m$	$3.10^{-3} - 2x_m$	x_m	x_m	بزيادة

المتفاعل المحد هو H_3O^+ ومنه $3.10^{-3} - 2x_m = 0$ ومنه $x_m = 1{,}5 \times 10^{-3} mol$.

بمتابعة تطور تركيز شاردة $H_3O^+{}_{(aq)}$ خلال الزمن واستنتاج التركيز المولي لشاردة Mg^{2+} نحصل على البيان الذي يمثل تغيرات $[Mg^{2+}]$ بدلالة الزمن t والموضح في (الشكل – 1) .

د) أستنتج تركيز شاردة Mg^{2+} عند نهاية التفاعل .

$$[Mg^{2+}]_f = \frac{x_m}{V} = \frac{1{,}5\times10^{-3}}{30\times10^{-3}} = 5 \times 10^{-2} mol/L$$

هل ينتهي التفاعل عند $t = 12\ min$.

من البيان $[Mg^{2+}]$ عند $t = 12\ min$ أقل من $5 \times 10^{-2} mol/L$.

لا ينتهي التفاعل عند $t = 12\ min$.

عرف زمن نصف التفاعل و أحسب قيمته .

زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم لبلوغ التقدم x نصف تقدمه النهائي . $x(t_{1/2}) = \frac{x_m}{2}$.

$$[Mg^{2+}] = \frac{x}{V}$$

$$[Mg^{2+}]_{t_{1/2}} = \frac{x_m}{2V} = \frac{[Mg^{2+}]_f}{2} .$$

من البيان $t_{1/2} = 1{,}7 min$.

حساب التركيب المولي للوسط التفاعلي عند $t = 2\ min$.

عند $t = 2\ min$ يكون $[Mg^{2+}] = 2{,}8 \times 10^{-2} mol/L$.من البيان .

$[Mg^{2+}] = \frac{x}{V}$ ومنه $x = [Mg^{2+}]V$.

$$x = 2{,}8 \times 10^{-2} \times 30 \times 10^{-3} = 8{,}4 \times 10^{-4} mol .$$

Mg	H_3O^+	Mg^{2+}	H_2	

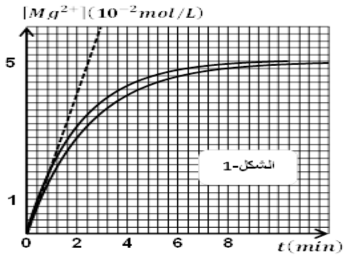
$4{,}07.10^{-2} mol$	$1{,}32.10^{-3} mol$	$8{,}4\times10^{-4} mol$	$8{,}4\times10^{-4} mol$

اعتمادا على البيان استنتج السرعة الحجمية لتشكل Mg^{2+} عند اللحظة $t=0$.

$$v_{vol}=\frac{d[Mg^{2+}]}{dt}$$

$$.\ v_{vol}(0)=\left(\frac{d[Mg^{2+}]}{dt}\right)_{t=0}=\frac{4\times10^{-2}}{2}=2\times10^{-2}\ \frac{mol}{min.L}$$

ارسم الشكل التقريبي للمنحني إذا وضعنا في البداية $1g$ من المغنزيوم الصلب في حجم $V=30\ mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه $C=0.30\ mol/L$.



ماهو العامل الحركي الذي أثر على سرعة التفاعل في هذه الحالة ؟ .

العامل الحركي الذي أثر على سرعة التفاعل في هذه الحالة هو زيادة تركيز أخد المتفاعلات .

ماهو العامل الحركي الأخر الذي يمكن أن يؤثر على سرعة التفاعل ؟ .

العامل الحركي الأخر الذي يمكن أن يؤثر على سرعة التفاعل هو درجة الحرارة .

التمرين(12)

1) مثّلنا في الشكل -1 كميتي مادة المتفاعلين A و B بدلالة التقدّم x .

المتفاعل المحد هو المتفاعل (A) لأنه من خلال البيان نلاحظ أنه هو من ينتهي أولا .

جدول التقدم .

$n_0(A)=200\ mmol$

$n_0(B)=100\ mmol$

	aA	$+\ bB$	$+\ 6H^+$	$=\ 2Mn^{2+}$	$+\ 5C_3H_6O$	$+\ 8H_2O$
$t=0$	0,2	0,1	بزيادة	0	0	بزيادة
t	$0{,}2-a\,x$	$0{,}1-bx$	بزيادة	$2x$	$5x$	بزيادة
t_f	$0{,}2-a\,x_m$	$0{,}1-bx_m$	بزيادة	$2x_m$	$5x_m$	بزيادة

حساب قيمتي a وb .

المتفاعل المحد هو المتفاعل (A) ومنه من البيان $x_m=0{,}04mol$ وبالتالي $(0{,}2-a\,x_m=0)$.

$$.\ a=\frac{0{,}2}{0{,}04}=5$$

ومن البيان كمية المادة المتبقية من (B) هي $n_f(B) = 20\ mmol$

ومنه $0{,}1 - \mathrm{b}x_m = 0{,}02$.

$$\mathrm{b} = \frac{0{,}1-0{,}02}{0{,}04} = 2$$

تصبح المعادلة : $5C_3H_8O + 2MnO_4^- + 6H^+ = 2Mn^{2+} + 5C_3H_6O + 8H_2O$

كمية مادة شوارد المنغنيز عند اللحظة $t = t_{1/2}$.

يكون $x(t_{1/2}) = \frac{x_m}{2}$.

$n_{t_{1/2}}(Mn^{2+}) = 2\frac{x_m}{2} = 0{,}04mol$.

المتفاعلان A و B هما على التوالي : البروبان 2 - أول ، صيغته المجملة (C_3H_8O) وهو سائل كتلته الحجمية $\rho = 0{,}78kg/L$ ، و شاردة البرمنغنات (MnO_4^-) يتشكل المزيج المتفاعل من حجم V_1 من البروبان 2 – أول و حجم $V_2 = 100mL$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم تركيزه المولي C .مثّلنا في الشكل -2 تغيرات التركيز المولي لشاردة البرمنغنات بدلالة الزمن.

حساب قيمتي V_1 و C .

$$n_0(C_3H_8O) = 0{,}2mol$$

$n_0(C_3H_8O) = \frac{m}{M}$ ومنه $m = n_0M$.

$$M = 36 + 8 + 16 = 60g/mol$$

$$m = 0{,}2 \times 60 = 12g$$

$\rho = \frac{m}{V_1}$ ومنه $V_1 = \frac{m}{\rho} = \frac{12\times10^{-3}}{0{,}78} = 15{,}4mL$.

$n_0(MnO_4^-) = CV_2$ ومنه

$$C = \frac{n_0(MnO_4^-)}{V_2} = \frac{0{,}1}{0{,}1} = 1mol/L$$

اعتمادا على جدول التقدم بيّن أن $[MnO_4^-]_0 + [MnO_4^-]_\infty = 2[MnO_4^-]_{t_{1/2}}$ ، ثم حدّد زمن نصف التفاعل.

$$n(MnO_4^-) = 0{,}1 - \mathrm{b}x$$

$$n_{t_{1/2}}(MnO_4^-) = 0{,}1 - \mathrm{b}\frac{x_m}{2}$$

$$n_{t_{1/2}}(MnO_4^-) = 0,1 - b\frac{x_m}{2} = \frac{2\times 0,1 - bx_m}{2}$$

$$2n_{t_{1/2}}(MnO_4^-) = 2\times 0,1 - bx_m = 0,1 + (0,1 - bx_m)$$

$$2n_{t_{1/2}}(MnO_4^-) = n_0(MnO_4^-) + n_\infty(MnO_4^-)$$

$$\frac{2n_{t_{1/2}}(MnO_4^-)}{V_1+V_2} = \frac{n_0(MnO_4^-)}{V_1+V_2} + \frac{n_\infty(MnO_4^-)}{V_1+V_2}$$

ومنه $[MnO_4^-]_0 + [MnO_4^-]_\infty = 2[MnO_4^-]_{t_{1/2}}$

تحدّيد زمن نصف التفاعل.

من البيان $t_{1/2} = 11\text{min}$.

بيّن أن السرعة الحجمية للتفاعل تكتب بالشكل : $v_{vol} = -\frac{1}{2}\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$.

$$v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$$

ومن جدول التقدم $[MnO_4^-] = \frac{0,1-2x}{V}$

بالاشتقاق $\frac{d[MnO_4^-]}{dt} = -\frac{2}{V}\frac{dx}{dt}$.

ومنه $\frac{dx}{dt} = -\frac{V}{2}\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$.

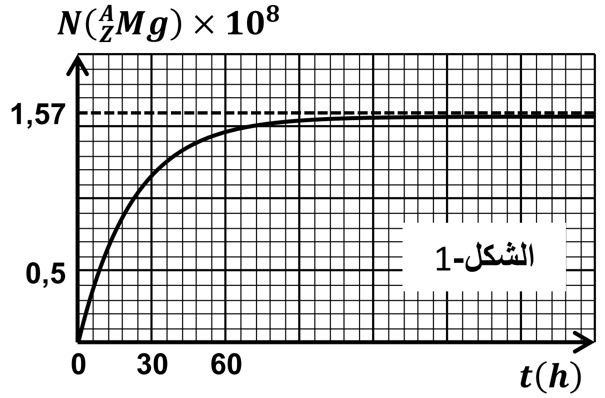
$$v_{vol} = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{V}\left(-\frac{V}{2}\frac{d[MnO_4^-]}{dt}\right) == -\frac{1}{2}\frac{d[MnO_4^-]}{dt}$$

قيمتها عند اللحظة $t = 60mn$.

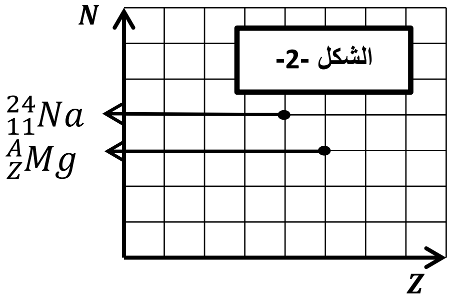
عند $t = 60mn$ يتوقف التفاعل وبالتالي $v_{vol}(60mn) = 0$

التمرين (1)

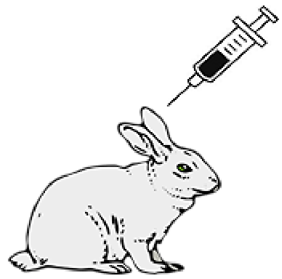
لتعيين حجم الدم في أرنب ، نحقنه ب $1mL$ من محلول يحوي نظير الصوديوم المشع $^{24}_{11}Na$ ، نمثّل بيانيا عدد أنوية الصوديوم المتفكّكة بدلالة الزمن. (الشكل-1)
تركنا الأرنب يستريح لمدة خمس ساعات ، ثم نزعنا عينة من دمه وقسنا نشاط $1mL$ منه ، فوجدناه يساوي $\acute{A} = 8Bq$. اذا علمت ان النظير $^{24}_{11}Na$ مشع يتحول الى $^{A}_{Z}Mg$ ، .(أنظر الى موقعها في مخطط سقري الشكل-2) مع إصدار جسيم $^{\acute{A}}_{\acute{Z}}Y$.



الشكل-1



الشكل -2-



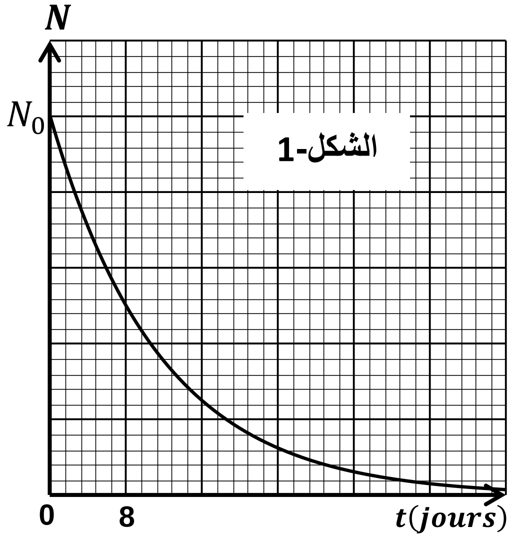
1) عرف النشاط الإشعاعي .
2) ما هو نمط التفكك الحادث ؟ برر اجابتك .
3) اكتب معادلة التفكك الاشعاعي للنظير $^{24}_{11}Na$.
4) استنتج زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ل $^{24}_{11}Na$.
5) أحسب عدد الانوية المتبقية من النظير $^{24}_{11}Na$ في الحقنة بعد 5 ساعات من لحظة الحقن .
6) أحسب حجم الدم في الأرنب .

ملاحظة : يهمل حجم الحقنة بالمقارنة مع حجم الدم ، ونعتبر كمية النظير محفوظة في الدم.

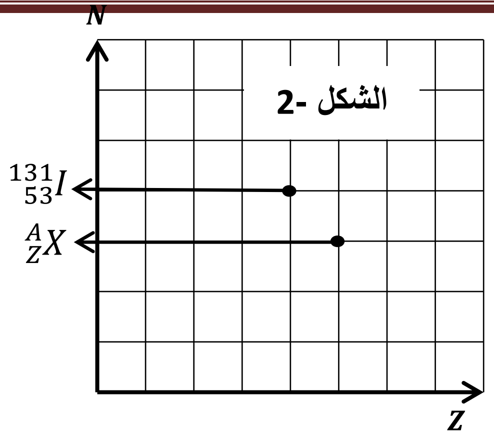
التمرين (2)

ارسلت عينة كتلتها m_0 ، من اليود المشع $^{131}_{53}I$ نشاطها الابتدائي $A_0 = 3{,}2 \times 10^9 Bq$ ولم تصل الى المستشفى إلا بعد 64 يوم ، وذلك لمعالجة سرطان الغدة الدرقية والذي يتطلب جرعة نشاطها $A = 10 \times 10^7 Bq$.

1) نواة اليود $^{131}_{53}I$ هي نواة مشعة تعطي نواة ابن $^{A}_{Z}X$ (أنظر الى موقعها في مخطط سقري (الشكل-2) مع إصدار جسيم $^{\acute{A}}_{\acute{Z}}Y$.
   أ- ما هو نمط تفكك النواة $^{131}_{53}I$ ؟ برر اجابتك .
   ب- أكتب معادلة التفكك وتعرف على النواة الابن من بين الانوية التالية : $_{57}Ba, _{54}Xe, _{52}Te$.
2) يمثل المنحنى في الشكل-1 عدد الأنوية المتبقية بدلالة الزمن .



الشكل-1



أ- عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ، ثم عين قيمته بيانيا مع شرح الطريقة المتبعة .

ب- أحسب قيمة ثابت التفكك λ .

ج-أكتب عبارة النشاط الاشعاعي الابتدائي A_0 بدلالة λ و N_0 ، ثم أحسب قيمة N_0 .

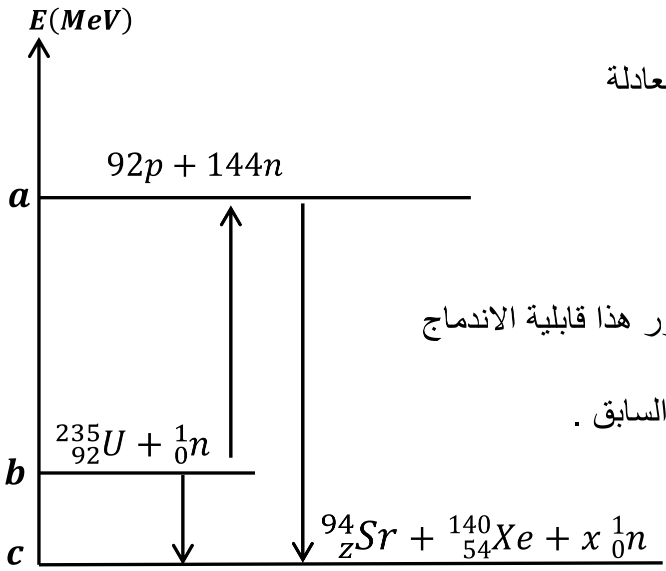
د- بين أنه يمكن كتابة قانون التناقص الاشعاعي بالشكل التالي : $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ ، مع تعيين عبارة m_0 .

ه- بين أنه في اللحظة $t = nt_{1/2}$ ، تحقق الكتلة المتبقية من $^{131}_{53}I$ العلاقة التالية : $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$.

و- أحسب قيمة الكتلة m_0 لحظة إرسال العينة ، ثم استنتج قيمة الكتلة المتبقية عند اللحظة $t = 24jours$.

ز- هل العينة صالحة للعلاج عند وصولها للمستشفى؟ .

التمرين (3)



في مفاعل نووي يحدث انشطار اليورانيوم 235 حسب المعادلة

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{94}_{Z}Sr + ^{140}_{54}Xe + x\ ^{1}_{0}n$$

1) أوجد قيمة كل من x و Z .
2) عرف الانشطار و الاندماج النووي .
3) اذكر مبرّرين لاعتماد الاندماج عوض الانشطار .
4) لماذا نحتاج إلى طاقة كبيرة جدا لدمج الأنوية ؟ هل يبرر هذا قابلية الاندماج للأنوية الخفيفة فقط ؟ .
5) مثّلنا جانبا مخطط الحصيلة الطاقوية لتفاعل الانشطار السابق .
   أ- أوجد قيم الأعداد a ، b ، c .
   ب-باستعمال المخطط الطاقوي أوجد طاقة الربط لكل نوكليون للنواتين $^{235}_{92}U$ و $^{94}_{38}Sr$.
   ج- باستعمال المخطط الطاقوي أوجد الطاقة المحررة عن انشطار $1mol$ من أنوية اليورانيوم 235 .
6) يُنتج المفاعل النووي استطاعة كهربائية قدرها $P = 900MW$. بمردود قدره 30%
   أ- احسب عدد الانشطارات في الثانية الواحدة في هذا التفاعل.
   ب- احسب كتلة اليورانيوم 235 التي يستهلكها المفاعل النووي خلال سنة.

يُعطى : $m(^{235}_{92}U) = 234{,}9934u$ ، $m(Sr) = 93{,}8945u$ ، $m(Xe) = 139{,}8920u$.

$m(p) = 1{,}0073u$ ، $m(n) = 1{,}0086u$ ، $\frac{El}{A}(Xe) = 8{,}29MeV$ ،

$1u = 931{,}5MeV/c^2$. $N_A = 6{,}02 \times 10^{23} mol^{-1}$

التمرين(4)

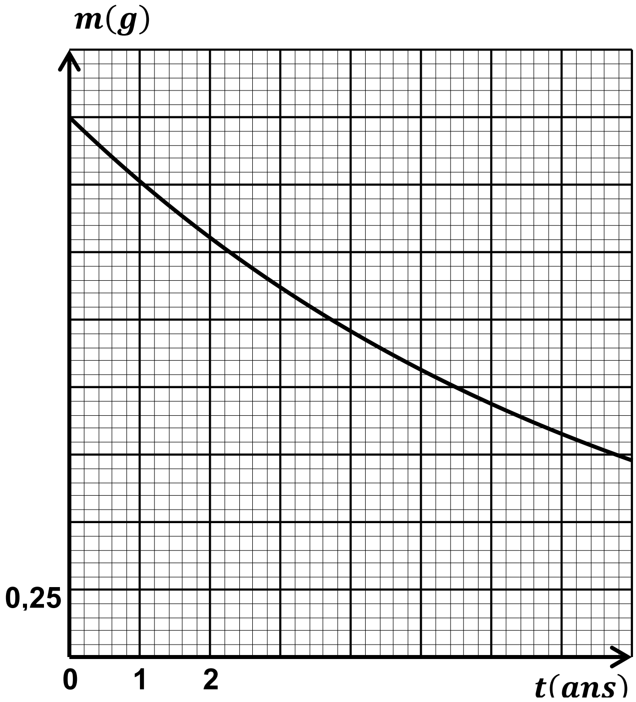
أصبح الطب النووي من بين أهم الاختصاصات في عصرنا الحالي . فهو يستعمل في تشخيص الأمراض وفي العلاج. من بين التقنيات المعتمدة ، العلاج بالإشعاع النووي ($Radiothérapie$) ، حيث يستعمل الإشعاع النووي في تدمير الاورام السرطانية . حيث يقذف الورم المصاب بالإشعاع المنبعث من الكوبالت $^{60}_{27}Co$. تصبح عينة الكوبالت غير فعالة

عندما تتحقق العلاقة التالية: $\frac{A(t)}{A_0} = 0,25$ حيث $A(t)$ نشاط عينة الكوبالت عند اللحظة t و A_0 نشاط العينة عند اللحظة الابتدائية . يفسر النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت $^{60}_{27}Co$ بتحول النوترون $^{1}_{0}n$ إلى بروتون $^{1}_{1}p$.

معطيات:

الكتلة المولية للكوبالت : $M(Co) = 60g/mol$ و $N_A = 6,02 \times 10^{23}\ mol$.

يمثل منحنى الشكل أسفله تغيرات الكتلة المتبقية من الكوبالت $^{60}_{27}Co$ خلال الزمن .

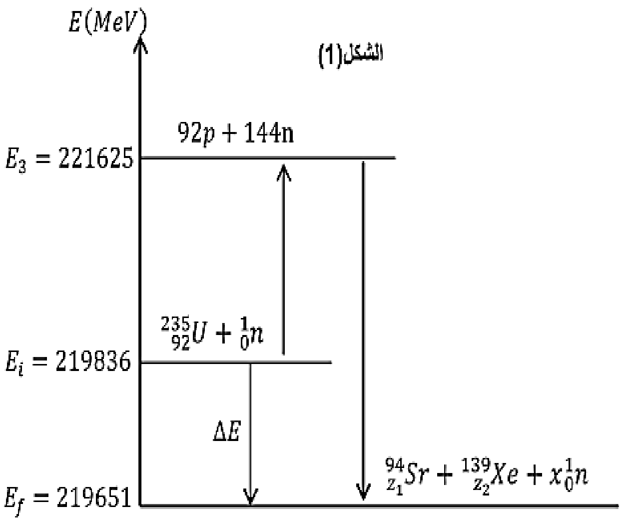


1) حدد معللا جوابك نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت.
2) أكتب معادلة التفكك النووي وتعرف على النواة المتولدة من بين النواتين $_{28}Ni$ و $_{26}Fe$.
3) بين أن قانون التناقص الإشعاعي للكوبالت يكتب على الشكل التالي : $m(t) = m_0\, e^{-\lambda t}$ ، بحيث $m(t)$ كتلة عينة الكوبالت عند اللحظة t و m_0 كتلة عينة الكوبالت عند اللحظة الابتدائية.
4) حدد m_0 قيمة كتلة العينة الابتدائية للكوبالت.
5) عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ و بين ان عبارة ثابت النشاط الإشعاعي تكتب : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$. أحسب قيمة λ
6) بين أنه عند اللحظة $t = n\, t_{1/2}$ عبارة الكتلة المتبقية من الكوبالت $^{60}_{27}Co$ هي : $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$ حيث n عدد صحيح موجب.
7) بالنسبة ل $n = 2$ حدد قيمة الكتلة المتبقية .
8) بين أن عبارة النشاط الإشعاعي A_0 عند اللحظة $t = 0$ هو $A_0 = \frac{m_0 N_A \ln 2}{t_{1/2} M(Co)}$. احسب A_0 .
9) استنتج قيمة N_0 عدد الانوية عند اللحظة $t = 0$.
10) حدد المدة الزمنية التي يجب فيها تزويد المستشفى بعينة جديدة من الكوبالت $^{60}_{27}Co$.

التمرين(5)

في مفاعل نووي تُقذف أنوية اليورانيوم $^{235}_{92}U$ بواسطة نوترون بطيء ، فيحدث تفاعل الانشطار التالي:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{94}_{z_1}Sr + ^{139}_{z_2}Xe + x\,^{1}_{0}n$$



1- أوجد قيمتي x و z_1 و z_2 .
2- دراسة تفاعل الانشطار
أ- عرّف تفاعل الانشطار . لماذا لا نستعمل نوترونا سريعا ؟ ولماذا لا نستعمل بروتون ؟
ب- ما المقصود بتفاعل الانشطار التسلسلي ؟
ج- لكي نتحصّل على نوترون بطيء لاستعماله في قذف اليورانيوم $^{235}_{92}U$ ، نستعمل مزيجا من الأميريكيوم $^{243}_{95}Am$ و البيريليوم $^{9}_{4}Be$ ، حيث يشع الأميريكيوم حسب نمط إشعاعي واحد ويُعطي $^{239}_{93}Nd$ ، ثم يُستعمل الجسيم الناتج لقذف أنوية البريليوم والحصول على

نوترون ونواة $^{A}_{Z}X$. اكتب المعادلتين الموافقتين ، وبيّن أن $^{A}_{Z}X$ هو $^{12}_{6}C$.

د- نستعمل هذا المنبع فقط من أجل إقلاع التفاعل . لماذا ؟

3- مثلنا مخطط الحصيلة الطاقوية لهذا التفاعل. الشكل(1)

أ- ماذا تمثل الطاقة E_3 ؟ .

ب- استنتج طاقة الربط E_l لنواة اليورانيوم $^{235}_{92}U$.

ج- بين أن التحول النووي السابق يحرر طاقة .

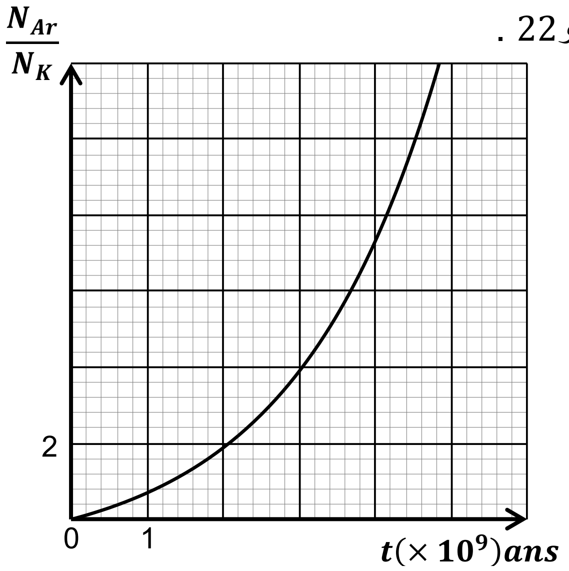
د- احسب الطاقة المحرّرة عن $1g$ من اليورانيوم 235 .

يعطى : $q_P = 1,6 \times 10^{-19}C$ وشحنة النواة $^{94}_{z_1}Sr$: $q_{Sr} = 6,08 \times 10^{-18}C$

التمرين(6)

خذت عينة من صخرة وُجدت في بركان قديم . نعلم أن البوتاسيوم ^{40}K الموجود في الصخور يتفكك إلى غاز الأرغون ^{40}Ar حسب النمط β^+ والذي يبقى محجوزا داخل الصخرة (^{40}Ar لا يتفكك) .

مثّلنا في الشكل 2 - النسبة بين عدد أنوية البوتاسيوم وعدد أنوية الأرغون الموجودتان في العينة بدلالة الزمن.



1) اكتب معادلة التفكك علما أن عدد النيوترونات في نواة الأرغون هو22 .

2) أوجد النسبة $\frac{N_{Ar}}{N_K}$ بدلالة λ و t ، حيث λهو الثابت الإشعاعي ل ^{40}K .

3) بالاستعانة بالرسم البياني المقابل أوجد زمن نصف عمر ^{40}K .

4) أوجد عمر الصخرة علما أن $\frac{N_K}{N_{Ar}} = 0,1$ ، ثم تأكد من ذلك بيانيا .

التمرين(7)

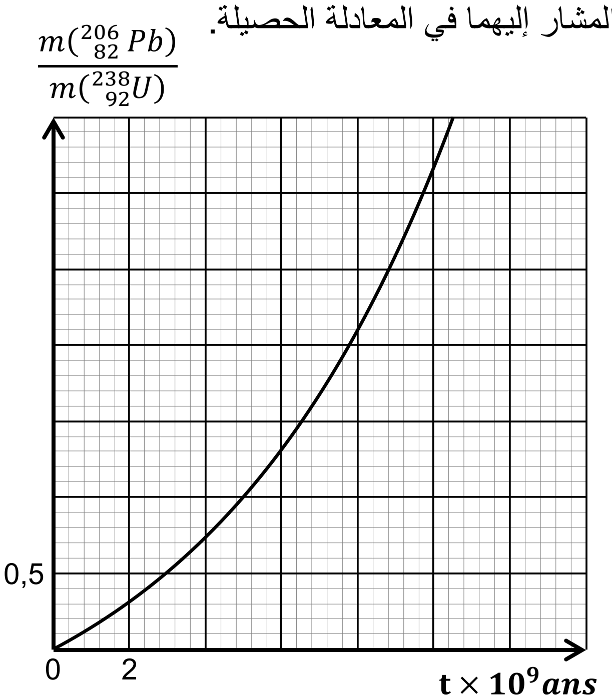
i. اليورانيوم 238 عنصر مشع بشكل عائلة اشعاعية تؤدي الى نظير مستقر من الرصاص $^{206}_{82}Pb$ وفق تفككات متتابعة يمكن كتابة الحصيلة بعد انتهاء التفاعل كما يلي : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\ {}^{0}_{-1}e + y\ \alpha$.

1) عرف انماط الاشعاعات الناتجة عن تفكك اليورانيوم 238 .

2) بتطبيق قانوني الانحفاظ ، حدد كل من العددين الصحيحين x و y المشار إليهما في المعادلة الحصيلة.

3) بين أن : $m({}^{206}_{82}Pb) = 0,865 m_0({}^{238}_{92}U)(1 - e^{-\lambda t})$

4) المنحنى في الشكل المقابل يمثل $\frac{m({}^{206}_{82}Pb)}{m({}^{238}_{92}U)} = f(t)$.



أ) أكتب عبارة النسبة $\frac{m({}^{206}_{82}Pb)}{m({}^{238}_{92}U)}$ بدلالة λ و t .

ب) حدد من البيان قيمة $t_{1/2}$ زمن نصف العمر لليورانيوم 238 . واستنتج عندئذ قيمة λ .

5) تحتوي صخرة معدنية ، عند لحظة t على الكتلة $m_U(t) =$ $10g$ من اليورانيوم 238 .و الكتلة $m_{Pb}(t) = 0,1g$ من الرصاص 206 .

أ) أثبت أن عبارة عمر الصخرة المعدنية هو:

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(1 + \frac{m_{Pb}(t) \times M({}^{238}_{92}U)}{m_U(t) \times M({}^{206}_{82}Pb)}\right) .$$

ب) احسب t بالسنة .

ii. ان قذف نواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$ بنيترونات يعطي نواة البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$ كالتالي :

$$^{238}_{92}U + x\,^{1}_{0}n \rightarrow\ ^{241}_{94}Pu + y\,\beta^{-}$$

1) بتطبيق قانوني الانحفاظ ، حدد كل من العددين الصحيحين x و y .

2) تتفكك نواة البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$ تلقائيا معطية نواة الأميريكيوم $^{241}_{95}Am$. اكتب معادلة التفكك المنمذج لهذا التحول النووي محددا نمط الاشعاع الناتج .

3) عينة من البلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$ كتلتها $m_0 = 10^{-3}g$ في اللحظة $t = 0$ قيس نشاطها الاشعاعي في لحظتين .
$t_1 = 3ans$ فوجد $A_1 = 3{,}4 \times 10^{9}Bq$.

$t_2 = 5ans$ فوجد $A_2 = 3{,}08 \times 10^{9}Bq$

أ) استنتج قيمة λ للبلوتونيوم $^{241}_{94}Pu$.

ب) احسب قيمة A_0 .

4) أحد نظائر البلوتنيوم قابل للانشطار وهو $^{239}_{94}Pu$ تنمذج أحد التفاعلات الممكنة بمعادلة التفاعل .

$$^{239}_{94}Pu +\ ^{1}_{0}n \rightarrow\ ^{102}_{42}Mo +\ ^{125}_{52}Te + 3\,^{1}_{0}n$$

أ) عرف تفاعل الانشطار النووي .

ب) احسب الطاقة المحررة من انشطار نواة واحدة من البلوتنيوم 239 .

ج) استنتج النقص الكتلي الموافق .

د) احسب بالجول الطاقة المحررة من عينة كتلتها $m = 10^{-3}g$ من البلوتنيوم 239 .

ه) ضع مخططا يمثل الحصيلة الطاقوية لتفاعل انشطار نواة البلوتنيوم 239 .

$\frac{E_l}{A}(^{125}_{52}Te) = 8{,}3MeV/nucl\grave{e}on$ ، $\frac{E_l}{A}(^{102}_{42}Mo) = 8{,}6MeV/nucl\grave{e}on$ ،

$\frac{E_l}{A}(^{239}_{94}Pu) = 7{,}5MeV/nucl\grave{e}on$ ، $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}mol^{-1}$ ،

$1MeV = 1{,}6 \times 10^{-13}j$

$1u = 931{,}5Mev/c^{2}$.

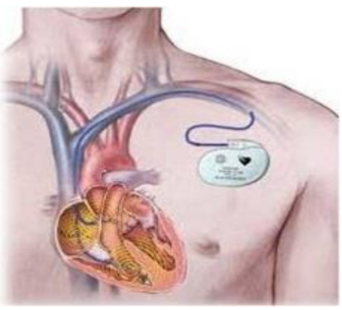
التمرين(8)

تحتوي عينة من البلوتونيوم $^{238}_{94}Pu$ عند اللحظة $t = 0$ على كتلة m_0 عند اللحظة t تتفكك كتلة m' وتبقى كتلة m من m_0 .

1) أكتب العلاقة النظرية بين m' و λ و m_0.

2) يمثل البيان(الشكل-1) منحنى الدالة $m' = f(t)$. اعتمادا على البيان أوجد قيمة ثابت التفكك λ.

i. يستعمل البلوتونيوم $^{238}_{94}Pu$ في جهاز منظم لنبض القلب (بطارية)الذي يشتغل بفضل الطاقة المتحررة عن انبعاث جسيمات α من أنوية البلوتونيوم 238 .



1) اكتب معادلة تفكك البلوتونيوم مع توضيح قوانين الانحفاظ المستعملة.

2) احسب الطاقة المحررة من تفكك نواة واحدة من البلوتونيوم.

3) إن الاستطاعة التي يقدمها الجهاز هي $p = 0{,}056W$.

أ) ما هو نشاط عينة البلوتونيوم المجودة في المولد.

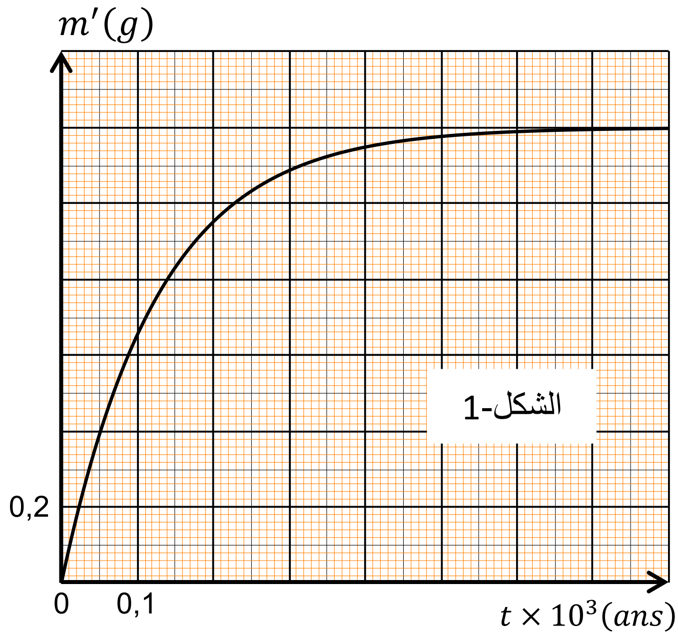
ب) أحسب كتلة البلوتونيوم اللازمة لإظهار هذا النشاط .
ج) أحسب نشاط العينة بعد 50 سنة. أعط نتيجة حول عمر الجهاز.

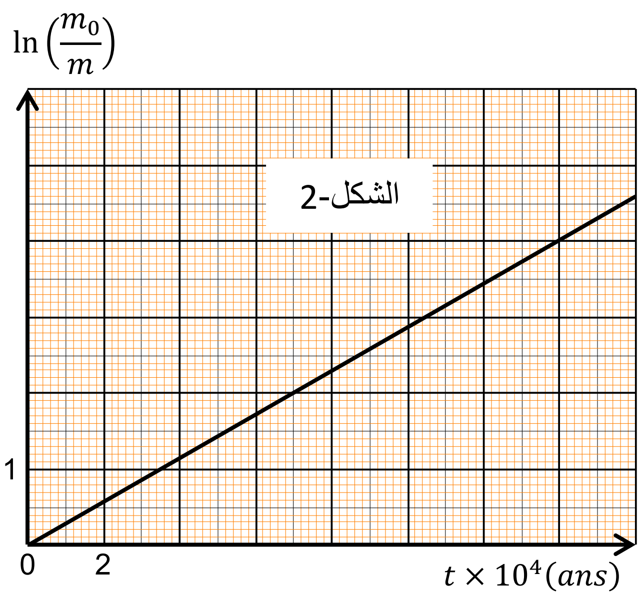
ii. البلوتونيوم 239 هو أحد نظائر البلوتونيوم وهو من المواد التي تستخدم كوقود نووي في المفاعلات النووية لإنتاج الطاقة الكهربائية ، يتم انتاجه انطلاقا من اليورانيوم 238 وفق المعادلة التالية :

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{94}Pu + 2\beta^{-}$$

البلوتونيوم 239 يتفكك تلقائيا مصدرا لجسيمات α .

1) عرف كلا من النظير و α .
2) اكتب مادلة تفكك البلوتونيوم 239 علما أن النواة الناتجة هي أحد نظائر اليورانيوم .
3) عينة من البلوتونيوم 239 كتلتها $m_0 = 1g$ بواسطة برنامج معلوماتي حصلنا على البيان الشكل-2 .





أ) اكتب العلاقة النظرية التي تعبر عن البيان .
ب) اكتب العبارة البيانية ثم استنتج قيم ثابت النشاط الاشعاعي λ .
ج) احسب النشاط الاشعاعي الابتدائي للعينة السابقة .

iii. ينمذج أحد التفاعلات الممكنة لانشطار البلوتونيوم 239 بالمعادلة :

$$^{239}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{102}_{42}Mo + ^{135}_{52}Te + 3^{1}_{0}n$$

1) عرف تفاعل الانشطار النووي .
2) ماهي النواة الأكثر استقرارا من بين النوى الواردة في معادلة انشطار .
3) احسب الطاقة المتحررة عن انشطار نواة واحدة من البلوتونيوم 239 .
4) احسب الطاقة المتحررة من العينة السابقة $m_0 = 1g$.
5) نستعمل الطاقة السابقة في توليد الكهرباء في مفاعل نووي استطاعته الكهربائية $p = 30MW$ بمردود طاقوي $r = 30\%$.احسب المدة اللازمة لاستهلاك الكتلة السابقة .

أ) ضع مخططا يوضح الحصيلة الطاقوية لتفاعل انشطار البلوتونيوم 239 .

معطيات :

طاقة وحدة الكتل الذرية : $1u = 931{,}5 MeV/c^2$ ، $1an = 365\ jours$ ، عدد افوغادرو $N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$

النواة	$^{234}_{92}U$	$^{234}_{93}Np$	$^{238}_{94}Pu$	$^{240}_{96}Cm$	$^{4}_{2}He$
كتلة النواة (u)	233,9905	233,9919	237,9980	240,0029	4,00151

$\frac{E_l}{A}(^{135}_{52}Te) = 8{,}3 MeV/nu$ ، $\frac{E_l}{A}(^{102}_{42}Mo) = 8{,}6 MeV/nu$ ، $\frac{E_l}{A}(^{239}_{94}Pu) = 7{,}5 MeV/nu$ ،
$1Mev = 1{,}6 \times 10^{-13}$ J .

التمرين(9)

تتفك نواة البولونيوم $^{210}_{84}Po$ تلقائيا الى نواة الرصاص $^{206}_{Z}Pb$ مع اصدار اشعاع α .

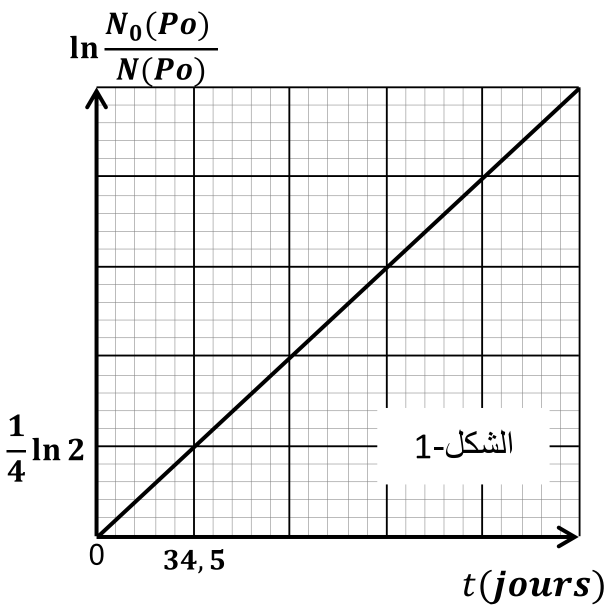
1) أكتب معادلة التحول النووي الحادث محددا Z .

2) احسب طاقة الربط النووي E_l لكل من النواتين $^{210}_{84}Po$ و $^{206}_{Z}Pb$ ، أي النواتين أكثر استقرار .مع التعليل .

3) ليكن $N_0(Po)$ عدد أنوية البولونيوم في عينة عند اللحظة $t = 0$ و $N(Po)$ عدد الأن وية المتبقية في نفس العينة عند لحظة t .

أ) نرمز ب N_D لعدد أنوية البولونيوم المتفككة عند اللحظة $t' = 4.t_{1/2}$. بين أن عدد أنوية البولونية المتفككة N_D تعطى بالعلاقة التالية: $N_D = \frac{15}{16}N_0(Po)$.

ب) يمثل المنحنى الممثل في(الشكل 1-) تغيرات $\left(\ln\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right)$ بدلالة الزمن .اعتمادا على هذا المنحنى، حدد بالوحدة $(jour)$ زمن نصف العمر $t_{1/2}$.



ج) علما أن العينة لا تحتوي على الرصاص عند اللحظة $t = 0$ ، حدد بالوحدة $(jour)$ اللحظة t_1 التي يكون عندها $\frac{N(Pb)}{N(Po)} = \frac{2}{3}$.

حيث $N(Pb)$ هو عدد أنوية الرصاص المتكونة عند هذه اللحظة.

المعطيات: $m(^{206}_{Z}Pb) = 205{,}9295\,u$ ، $m(^{210}_{84}Po) = 209{,}9368\,u$ ، $m_P = 1{,}00728\,u$

$m_n = 1{,}00866\,u$ ، $1\,u = 931{,}5\,MeV/C^2$.

الحلول

التمرين (1)

1) النشاط الإشعاعي : عدد التفككات خلال ثانية .

2) نمط التفكك الحادث .

من مخطط سقري عدد البروتونات يزداد ب 1 وعدد النترونات ينقص ب 1 معناه تحول نترون الى بروتون $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$ وبالتالي نمط التفكك هو β^- .

3) معادلة التفكك الاشعاعي للنظير $^{24}_{11}Na$.

$$^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{A}_{Z}Mg + {}^{0}_{-1}e$$

$11 = Z - 1$ ومنه $Z = 12$.

$24 = A$

$$^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{24}_{12}Mg + {}^{0}_{-1}e$$

4) زمن نصف العمر $t_{1/2}$.

$t_{1/2} = 15h$.

5) حساب عدد الانوية المتبقية من النظير $^{24}_{11}Na$ في الحقنة بعد 5 ساعات من لحظة الحقن .

$N(t) = N_0e^{-\lambda t}$ حيث $N_0 = 1{,}57 \times 10^8\,noy$.

$\lambda = \frac{\ln 2}{15} = 0{,}0462 h^{-1}$

$N(5h) = 1{,}57 \times 10^8 e^{-0{,}0462\times 5} = 1{,}246 \times 10^8 noy$

6) حجم دم الأرنب

نشاط العينة الموجودة في حجم دم الأرنب V .

$A(t) = \lambda N = \frac{0{,}0462}{3600} \times 1{,}246 \times 10^8 = 1{,}59 \times 10^3 Bq$

$8Bq \to 1mL$

$1{,}59 \times 10^3 Bq \to V$

ومنه $V = \frac{1{,}59\times 10^3}{8} \approx 200mL$.

التمرين (2)

1) نواة اليود $^{131}_{53}I$ هي نواة مشعة تعطي نواة ابن $^{A}_{Z}X$ (أنظر الى موقعها في مخطط سقري (الشكل-2) مع إصدار جسيم $^{A'}_{Z'}Y$

أ) نمط تفكك النواة $^{131}_{53}I$ ؟ برر اجابتك .

من مخطط سقري نلاحظ أن عدد النوترونات ينقص ب 1 وعدد البروتونات يزداد ب 1 وبالتالي يتحول نترون الى بروتون $^1_0n \to {}^1_1p + {}^{0}_{-1}e$ ومنه نمط التفكك هو β^- .

ب) معادلة التفكك وتعرف على النواة الابن .

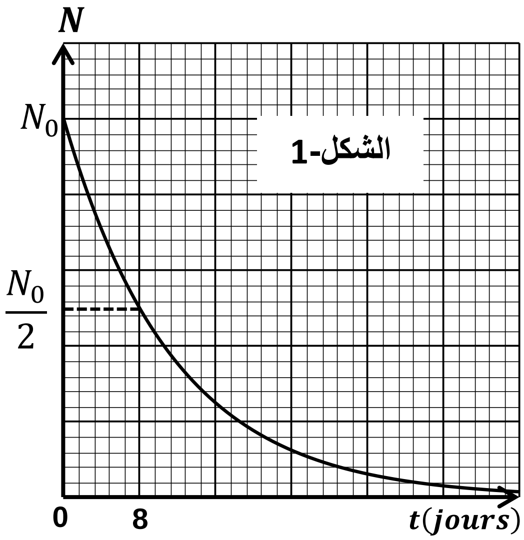
$^{131}_{53}I \to {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

قانوني الانحفاظ : $131 = A + 0$ ومنه $A = 131$.

$53 = Z - 1$ ومنه $Z = 54$.

النواة الابن هي $^{131}_{54}Xe$.

2) يمثل المنحنى في الشكل-1 عدد الأنوية المتبقية بدلالة الزمن .



أ) تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ، ثم تعيين قيمته بيانيا مع شرح الطريقة المتبعة .

زمن نصف العمر $t_{1/2}$ هوالزمن اللازم لتفكك نصف الانوية الابتدائية .

$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

$t_{1/2} = 8j$

ب) حساب قيمة ثابت التفكك λ .

$\lambda = \frac{\ln 2}{8} = 8{,}66 \times 10^{-2} j^{-1}$

ت) عبارة النشاط الاشعاعي الابتدائي A_0 بدلالة λ و N_0 ، ثم حساب قيمة N_0 .

$A_0 = \lambda N_0$

$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{3{,}2\times 10^9 \times 24 \times 3600}{8{,}66\times 10^{-2}} = 3{,}19 \times 10^{15} noy$.

ث) بين أنه يمكن كتابة قانون التناقص الاشعاعي بالشكل التالي : $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ ، مع تعيين عبارة m_0 .

من العلاقة $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ و $N(t) = \frac{m(t)}{M} N_A$

. $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ نجد $\frac{m(t)}{M} N_A = \frac{m_0}{M} N_A e^{-\lambda t}$

. $m_0 = m(t) e^{\lambda t}$

ج) بين أنه في اللحظة $t = nt_{1/2}$ ، تحقق الكتلة المتبقية من ${}^{131}_{53}I$ العلاقة التالية : $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$.

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$m(nt_{1/2}) = m_0 e^{-\lambda n t_{1/2}}$

. $m(nt_{1/2}) = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} n t_{1/2}}$

$m(nt_{1/2}) = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} n t_{1/2}} = m_0 e^{-n \ln 2}$

$m(nt_{1/2}) = \frac{m_0}{\ln 2^n}$

ومنه $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$.

ح) قيمة الكتلة m_0 لحظة إرسال العينة ، ثم استنتج قيمة الكتلة المتبقية عند اللحظة $t = 24 jours$.

$N_0 = \frac{m_0}{M} N_A$ وبالتالي $m_0 = \frac{N_0 M}{N_A}$.

. $m_0 = \frac{3{,}19 \times 10^{15} \times 131}{6{,}02 \times 10^{23}} = 6{,}94 \times 10^{-7} g$

. $24j = 3 \times t_{1/2}$

. $m(3t_{1/2}) = \frac{6{,}94 \times 10^{-7}}{2^3} = 8{,}67 \times 10^{-8} g$

خ) هل العينة صالحة للعلاج عند وصولها للمستشفى؟ .

$64j = 8t_{1/2}$

$N(8t_{1/2}) = \frac{3{,}19 \times 10^{15}}{2^8} = 1{,}24 \times 10^{13} noy$

$A = \lambda N$

$A = \lambda N = \frac{8{,}66 \times 10^{-2}}{24 \times 3600} \times 1{,}24 \times 10^{13} = 1{,}24 \times 10^{7} Bq$

العينة غير صالحة .

التمرين (3)

1) ايجاد قيمة كل من x و z .

${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{z}Sr + {}^{140}_{54}Xe + x\,{}^{1}_{0}n$

قانوني الانحفاظ

$235 + 1 = 94 + 140 + x$ ومنه $x = 2$.

$92 = z + 54$ ومنه $z = 38$.

2) عرف الانشطار و الاندماج النووي .

الانشطار النووي : تفاعل مفتعل يحدث فيه انقسام نواة ثقيلة الى نواتين أخف وتحرير طاقة .

الاندماج النووي : تفاعل مفتعل يحدث فيه التحام نواتين خفيفتين لتشكل نواة أثقل وتحرير طاقة .

3) ذكر مبرّرين لاعتماد الاندماج عوض الانشطار .

الاندماج غير ملوث للبيئة .

الطاقة الناتجة من الاندماج تكون أكبر.

4) نحتاج إلى طاقة كبيرة جدا لدمج الأنوية

للتغلب على قوى التنافر. و يبرر هذا قابلية الاندماج للأنوية الخفيفة فقط لاحتوائها على عدد قليل من البروتونات .

5) مثّلنا جانبا مخطط الحصيلة الطاقوية لتفاعل الانشطار السابق .

أ) ايجاد قيم الأعداد a ، b ، c .

$$a = (92m_p + 144m_n) \times 931,5$$

$$a = 221613,2MeV$$

$$b = (m(u) + m_n) \times 931,5$$

$$b = 219835,7MeV$$

$$c = (m(Sr) + m(Xe) + 2m_n) \times 931,$$

$$c = 219651,1MeV$$

ب) باستعمال المخطط الطاقوي ايجاد طاقة الربط لكل نوكليون للنواتين $^{235}_{92}U$ و $^{94}_{38}Sr$.

$$\frac{E_l(u)}{A} = \frac{a-b}{A} = 7,56/nuc$$

$$\frac{E_l(Sr)}{A} = (a-c) - E_l(Xe) \times 140 = 8,52/nuc$$

ج) باستعمال المخطط الطاقوي ايجاد الطاقة المحررة عن انشطار $1mol$ من أنوية اليورانيوم 235 .

$E_{lib} = b - c = 184,6MeV$.

$$E_T = 184,6 \times 6,02 \times 10^{23} = 1,11 \times 10^{26}MeV$$

6) يُنتج المفاعل النووي استطاعة كهربائية قدرها $P = 900MW$. بمردود قدره 30%

أ) حساب عدد الانشطارات في الثانية الواحدة في هذا التفاعل.

الطاقة الكهربائية .

$$E = P \times t = 900 \times 10^6 \times 1 = 9 \times 10^8 J$$

$$E = 5,6 \times 10^{21} MeV$$

الطاقة النووية

$r = \frac{E}{E'}$ ومنه $E' = \frac{E}{r}$.

$$E' = \frac{100}{30} \times 5,6 \times 10^{21} = 1,86 \times 10^{22}MeV$$

عدد الانشطارات في 1ثانية .

انشطار $10^{20} = \frac{1,86 \times 10^{22}}{184,6}$

<u>التمرين (4)</u>

1) نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت.

$^1_0n \to {}^1_1p + {}^0_{-1}e$ اذن النشاط الاشعاعي من النوع β^- .

2) معادلة التفكك النووي وتعرف على النواة .

. ${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

قانوني الانحفاظ $A = 60$ و $Z - 1 = 27$ ومنه $Z = 28$.

. ${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e$

3) بين أن قانون التناقص الإشعاعي للكوبالت يكتب على الشكل التالي : $m(t) = m_0\, e^{-\lambda t}$.

لدينا $(1)\ldots\ N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$.

$N(t) = \frac{m(t)}{M}N_A$ و $N_0 = \frac{m_0}{M}N_A$ نعوض في (1) .

$\frac{m(t)}{M}N_A = \frac{m_0}{M}N_A\, e^{-\lambda t}$ ومنه $m(t) = m_0\, e^{-\lambda t}$.

4) تحديد m_0 قيمة كتلة العينة الابتدائية للكوبالت.

من البيان $m_0 = 2g$.

5) تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ و نبين ان عبارة ثابت النشاط الإشعاعي تكتب : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$. وحساب قيمة λ

زمن نصف العمر $t_{1/2}$ هو الزمن اللازم لتفكك نصف الانوية الابتدائية .

$m(t_{1/2}) = \frac{m_0}{2}$ من المنحنى البياني $t_{1/2} = 5{,}4ans$.

$$m(t_{1/2}) = m_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\frac{m_0}{2} = m_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$ وبالتالي $-\ln 2 = -\lambda t_{1/2}$ نجد $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

. $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0{,}693}{5{,}4} = 0{,}128ans^{-1}$

6) بين أنه عند اللحظة $t = n\, t_{1/2}$ عبارة الكتلة المتبقية من الكوبالت ${}^{60}_{27}Co$ هي : $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$.

$$m(t) = m_0\, e^{-\lambda t}$$

$$m(n\, t_{1/2}) = m_0\, e^{-\lambda n\, t_{1/2}}$$

$$m(t) = m_0\, e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} n\, t_{1/2}}$$

$m(t) = m_0\, e^{-n\ln 2}$ و منه $m(t) = m_0\, e^{-\ln 2^n}$.

$m(t) = \frac{m_0}{e^{\ln 2^n}}$ ولدينا الخاصية $(e^{\ln x} = x)$.

ومنه $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$.

7) بالنسبة ل $n = 2$ حدد قيمة الكتلة المتبقية .

$$m(t_{1/2}) = \frac{m_0}{2}$$

$. m(t_{1/2}) = \frac{2}{4} = 0{,}5g$

8) بين أن عبارة النشاط الإشعاعي A_0 عند اللحظة $t = 0$ هو $A_0 = \frac{m_0 N_A \ln 2}{t_{1/2} M(Co)}$. احسب A_0 .

$$A_0 = \lambda N_0$$

$N_0 = \frac{m_0}{M} N_A$ و $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

$A_0 = \frac{m_0}{M} N_A \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ ومنه $A_0 = \frac{m_0 N_A \ln 2}{t_{1/2} M(Co)}$.

9) استنتج قيمة N_0 عدد الانوية عند اللحظة $t = 0$.

$$A_0 = \frac{2\times 6{,}02\times 10^{23}\times 0{,}693}{5{,}4\times 365\times 24\times 3600\times 60} = 8,17 \times 10^{13} Bq$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{8{,}17\times 10^{13}\times 365\times 24\times 3600}{0{,}128}$$

$. N_0 = 2 \times 10^{22} noy$

10) تحديد المدة الزمنية التي يجب فيها تزويد المستشفى بعينة جديدة من الكوبالت $^{60}_{27}Co$.

$$\frac{A(t)}{A_0} = 0{,}25$$

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$e^{-\lambda t} = 0{,}25$$

$. -\lambda t = \ln 0{,}25$

$. t = \frac{\ln 0{,}25}{-\lambda} = \frac{1{,}38}{0{,}128} = 10{,}78 ans$

التمرين(5)

في مفاعل نووي تُقذف أنوية اليورانيوم $^{235}_{92}U$ بواسطة نوترون بطيء ، فيحدث تفاعل الانشطار التالي:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{94}_{z_1}Sr + ^{139}_{z_2}Xe + x^{1}_{0}n$$

ولدينا $q_{Sr} = 6{,}08 \times 10^{-18} C$.

1) ايجاد قيمتي x و z_1 و z_2 .

$q_{Sr} = z_1 \times q_P$ ومنه $z_1 = \frac{q_{Sr}}{q_P}$.

$. z_1 = \frac{6{,}08\times 10^{-18}}{1{,}6\times 10^{-19}} = 38$

قانوني الانحفاظ $92 = 38 + z_2$ ومنه $z_2 = 54$.

ومنه $236 = 94 + 139 + x$. $x = 3$.

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{139}_{54}Xe + 3{}^{1}_{0}n$$.

2) دراسة تفاعل الانشطار.

أ) عرّف تفاعل الانشطار . لماذا لا نستعمل نوترونا سريعا ؟ ولماذا لا نستعمل بروتون ؟

الانشطار النووي : هو تفاعل مفتعل ناتج عن قذف نواة ثقيلة بنترون لنحصل على نواتين اخف وتحرير طاقة .

لا نستعمل نترون سريع ولكن نستعمل نترون بطيء حتى نتحكم في التفاعل .

لا نستعمل بروتون لأن شحنته موجبة وبالتالي يحدث تنافر بينه وبين النواة الهدف .

ب) المقصود بتفاعل الانشطار التسلسلي .

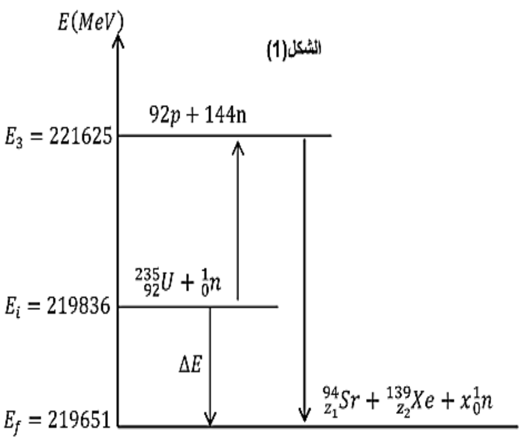
من نواتج الانشطار نترونات والتي بدورها تستهدف انوية اخرى وهكذا يحدث تفاعل تسلسلي .

ج) كتابة المعادلتين الموافقتين ، وبيّن أن ${}^{A}_{Z}X$ هو ${}^{12}_{6}C$.

$${}^{243}_{95}Am \rightarrow {}^{239}_{93}Nd + {}^{4}_{2}He$$

$${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n$$

د) نستعمل هذا المنبع فقط من أجل إقلاع التفاعل . لأنه كما سبق وان قلنا أنه من نواتج التفاعل نترونات هي التي تواصل التفاعل .



3) مثلنا مخطط الحصيلة الطاقوية لهذا التفاعل. الشكل(1)

أ) ماذا تمثل الطاقة E_3 ؟ .

تمثل الطاقة E_3 طاقة الكتلة ل$(92p + 144n)$.

ب) استنتج طاقة الربط E_l لنواة اليورانيوم ${}^{235}_{92}U$.

$E_l(U) = E_3 - E_i$.

$$E_l(U) = 221625 - 219836 = 1789MeV$$

ج) بين أن التحول النووي السابق يحرر طاقة .

$$\Delta E = E_f - E_i$$

$$\Delta E = 219651 - 219836 = -185MeV$$

اشارة (-) معناه التحول النووي السابق يحرر طاقة .

د) احسب الطاقة المحرّرة عن $1g$ من اليورانيوم 235 .

$E_{lib} = |\Delta E| = 185MeV$.

$$E_T = \frac{m}{M} \times N_A \times E_{lib}$$

$$E_T = \frac{1}{235} \times 6{,}02 \times 10^{23} \times 185 = 4{,}74 \times 10^{23} MeV$$

<u>التمرين(6)</u>

1) اكتب معادلة التفكك علما أن عدد النيوترونات في نواة الأرغون هو22 .

$Z = A - N = 40 - 22 = 18$.

ومنه $^{40}_{18}Ar$

$^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{+1}e$.

2) النسبة $\frac{N_{Ar}}{N_K}$ بدلالة λ و t ، حيث λ هو الثابت الإشعاعي ل ^{40}K .

$$N_K = N_{0K}e^{-\lambda t}$$

$$N_{Ar} = N_{0K}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) .$$

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = \frac{N_{0K}\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{N_{0K}e^{-\lambda t}} = \frac{\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{e^{-\lambda t}} .$$

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = \frac{1}{e^{-\lambda t}} - \frac{e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}}$$

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} - 1 .$$

3) بالاستعانة بالرسم البياني المقابل أوجد زمن نصف عمر ^{40}K .

$$\frac{N_{Ar}}{N_K}\left(t_{1/2}\right) = e^{\lambda t_{1/2}} - 1$$

$$\frac{N_{Ar}}{N_K}\left(t_{1/2}\right) = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_{1/2}} - 1$$

$\frac{N_{Ar}}{N_K}\left(t_{1/2}\right) = 1$ من البيان $t_{1/2} = 1{,}3 \times 10^9 \text{ans}$.

4) أوجد عمر الصخرة علما أن $\frac{N_K}{N_{Ar}} = 0{,}1$ ، ثم تأكد من ذلك بيانيا .

$$N_K = N_{0K}e^{-\lambda t}$$

$$N_{0K} = N_K + N_{Ar}$$

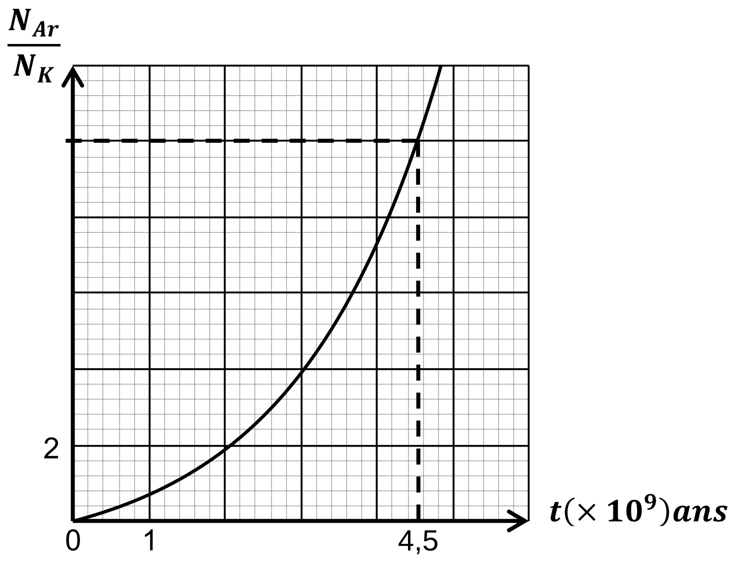
$$N_K = (N_K + N_{Ar})e^{-\lambda t} .$$

$$\frac{N_K}{N_K+N_{Ar}} = e^{-\lambda t} .$$

$$\frac{N_K+N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} .$$

$$1 + \frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} .$$

$$\lambda t = \ln\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right) .$$



$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{N_{Ar}}{N_K}\right)$. حيث $\frac{N_{Ar}}{N_K}=10$.

$$t = \frac{1{,}3\times10^9}{\ln 2}\ln(1+10)$$

$t = 4{,}5\times10^9 \text{ans}$.

<u>**التمرين (7)**</u>

1) تعريف انماط الاشعاعات الناتجة عن تفكك اليورانيوم 238 .

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,\alpha$$

النشاط الاشعاعي β^- هو عبارة عن الكترون سالب ${}^{0}_{-1}e$.

النشاط الاشعاعي α هو عبارة عن نواة الهيليوم ${}^{4}_{2}He$.

2) بتطبيق قانوني الانحفاظ ، حدد كل من العددين الصحيحين x و y .

$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He$.

$238 = 206 + 4y$ ومنه $y = 8$.

$92 = 82 - x + 2y$ ومنه $x = 6$.

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + 6\,{}^{0}_{-1}e + 8\,{}^{4}_{2}He$$

3) بين أن : $m({}^{206}_{82}Pb) = 0{,}865m_0({}^{238}_{92}U)\left(1-e^{-\lambda t}\right)$

$m(U) = m_0(U)e^{-\lambda t}$ الكتلة تتناقص

$m(Pb) = m_0(Pb)\left(1-e^{-\lambda t}\right)$ الكتلة تتزايد

ولدينا في كل لحظة $N(Pb) + N(U) = N_0(U)$

$$\frac{m(Pb)}{206}N_A + \frac{m(U)}{238}N_A = \frac{m_0(U)}{238}N_A$$

$$\frac{m(Pb)}{206} + \frac{m(U)}{238} = \frac{m_0(U)}{238}$$

$$\frac{m(Pb)}{206} = \frac{m_0(U)}{238} - \frac{m(U)}{238}$$

$$m(Pb) = 206\frac{(m_0(U)-m(U))}{238}$$

$$m(Pb) = 206\frac{(m_0(U)-m_0(U)e^{-\lambda t})}{238}$$

$$m(Pb) = 0{,}865m_0(U)\left(1-e^{-\lambda t}\right)$$

4) المنحنى في الشكل المقابل يمثل $\frac{m({}^{206}_{82}Pb)}{m({}^{238}_{92}U)} = f(t)$.

أ) كتابة عبارة النسبة $\frac{m({}^{206}_{82}Pb)}{m({}^{238}_{92}U)}$ بدلالة λ و t .

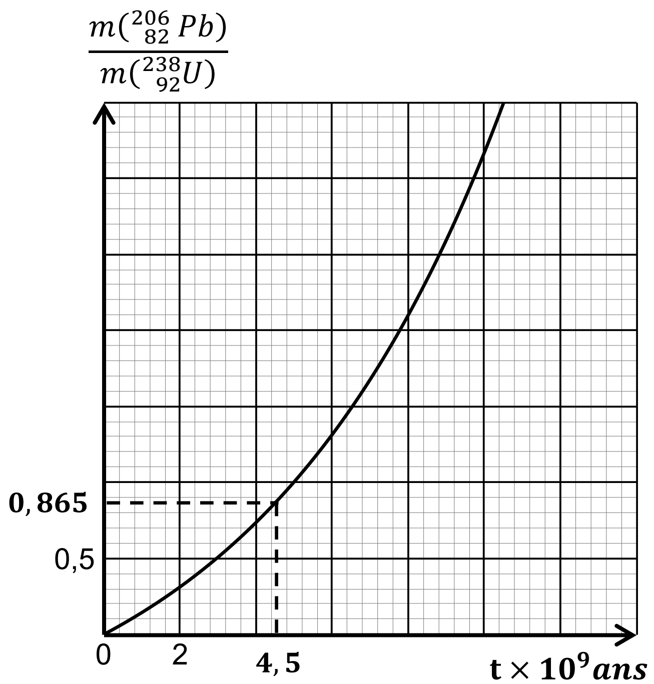
$$\frac{m(Pb)}{m(U)} = \frac{0{,}865 m_0(U)(1-e^{-\lambda t})}{m_0(U)e^{-\lambda t}} = \frac{0{,}865(1-e^{-\lambda t})}{e^{-\lambda t}}$$

$$\frac{m(Pb)}{m(U)} = 0{,}865\left(\frac{1}{e^{-\lambda t}} - \frac{e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}}\right)$$

$$\frac{m(Pb)}{m(U)} = 0{,}865(e^{\lambda t} - 1)$$

ب) تحديد من البيان قيمة $t_{1/2}$ زمن نصف العمر لليورانيوم 238 . واستنتاج عندئذ قيمة λ .

عند $t = t_{1/2}$ يكون



$$\frac{m(Pb)}{m(U)} = 0{,}865\left(e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_{1/2}} - 1\right)$$

$$\frac{m(Pb)}{m(U)} = 0{,}865(e^{\ln 2} - 1)$$

$$\frac{m(Pb)}{m(U)} = 0{,}865(2 - 1)$$

$$\frac{m(Pb)}{m(U)} = 0{,}865$$

$$t_{1/2} \leftarrow 0{,}865$$

$$t_{1/2} = 4{,}5 \times 10^9 ans\ .$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{4{,}5\times10^9} = 1{,}54 \times 10^{-10} ans^{-1}$$

5) تحتوي صخرة معدنية ، عند لحظة t على الكتلة $m_U(t) = 10g$ من اليورانيوم 238 .و الكتلة $m_{Pb}(t) = 0{,}1g$ من الرصاص 206 .

أ) اثبات أن عبارة عمر الصخرة المعدنية هو: $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(1 + \frac{m_{Pb}(t)\times M({}^{238}_{92}U)}{m_U(t)\times M({}^{206}_{82}Pb)}\right)$

$$N(U) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$N(Pb) + N(U) = N_0(U)$ وبالتالي $\frac{m(Pb)}{M(Pb)}N_A + \frac{m(U)}{M(U)}N_A = N_0(U)$

$$. \ N(U) = \frac{m(U)}{M(U)}N_A$$

$$\frac{m(U)}{M(U)}N_A = \left(\frac{m(Pb)}{M(Pb)} + \frac{m(U)}{M(U)}\right)N_A e^{-\lambda t}$$

$$\frac{m(U)}{M(U)}=\left(\frac{m(Pb)}{M(Pb)}+\frac{m(U)}{M(U)}\right)e^{-\lambda t}$$.

وبالتالي $$\frac{\left(\frac{m(Pb)}{M(Pb)}+\frac{m(U)}{M(U)}\right)}{\frac{m(U)}{M(U)}}=e^{\lambda t}$$

$$\left(\frac{m(Pb)M(U)}{M(Pb)m(U)}+1\right)=e^{\lambda t}$$

$$\lambda t=\ln\left(\frac{m(Pb)M(U)}{M(Pb)m(U)}+1\right)$$

$$t=\frac{\ln\left(\frac{m(Pb)M(U)}{M(Pb)m(U)}+1\right)}{\lambda}=\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{m(Pb)M(U)}{M(Pb)m(U)}+1\right)$$.

ومنه $$t=\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{m_{Pb}(t)\times M({}^{238}_{92}U)}{m_U(t)\times M({}^{206}_{82}Pb)}\right)$$.

ب) حساب t بالسنة .

$$t=\frac{4{,}5\times10^{9}}{\ln 2}\ln\left(1+\frac{0{,}1\times238}{10\times206}\right)$$

$t=7{,}1\times10^{7}ans$.

ان قذف نواة اليورانيوم ${}^{238}_{92}U$ بنيترونات يعطي نواة البلوتونيوم ${}^{241}_{94}Pu$ كالتالي :

$${}^{238}_{92}U+x\,{}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{241}_{94}Pu+y\,{}^{0}_{-1}e$$

1) بتطبيق قانوني الانحفاظ ، حدد كل من العددين الصحيحين x و y .

$238+x=241$ ومنه $x=3$.

$92=94-y$ ومنه $y=2$.

$${}^{238}_{92}U+3\,{}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{241}_{94}Pu+2\,{}^{0}_{-1}e$$

2) تتفكك نواة البلوتونيوم ${}^{241}_{94}Pu$ تلقائيا معطية نواة الأميريكيوم ${}^{241}_{95}Am$. اكتب معادلة التفكك المنمذج لهذا التحول النووي محددا نمط الاشعاع الناتج .

$${}^{241}_{94}Pu\rightarrow{}^{241}_{95}Am+{}^{0}_{-1}e$$

نمط التفكك هو β^- .

3) عينة من البلوتونيوم ${}^{241}_{94}Pu$ كتلتها $m_0=10^{-3}g$ في اللحظة $t=0$ قيس نشاطها الاشعاعي في لحظتين .

$t_1=3ans$ فوجد $A_1=3{,}4\times10^{9}Bq$.

$t_2=5ans$ فوجد $A_2=3{,}08\times10^{9}Bq$

أ) استنتج قيمة λ للبلوتونيوم ${}^{241}_{94}Pu$.

$$A(t)=A_0e^{-\lambda t}$$

$$A_1=A_0e^{-\lambda t_1}\;.....(1)$$.

$A_2 = A_0 e^{-\lambda t_2} \ldots\ldots(2)$.

بقسمة (2) على (1) .

$\frac{A_2}{A_1} = \frac{A_0 e^{-\lambda t_2}}{A_0 e^{-\lambda t_1}}$. ومنه $\frac{A_2}{A_1} = \frac{e^{-\lambda t_2}}{e^{-\lambda t_1}}$. ومنه $\frac{A_2}{A_1} = e^{-\lambda t_2} \times e^{\lambda t_1} = e^{\lambda(t_1 - t_2)}$.

$\ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \lambda(t_1 - t_2)$.

$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right)}{t_1 - t_2}$.

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{3,08\times10^9}{3,4\times10^9}\right)}{3-5}$$

$\lambda = 0,05ans^{-1}$.

ب) حساب قيمة A_0 .

من $A_1 = A_0 e^{-\lambda t_1}$

$A_0 = A_1 e^{\lambda t_1}$.

$$A_0 = 3,4 \times 10^9 e^{0,05\times3}$$

$A_0 = 3,96 \times 10^9 Bq$.

4) أحد نظائر البلوتنيوم قابل للانشطار وهو $^{239}_{94}Pu$ تنمذج أحد التفاعلات الممكنة بمعادلة التفاعل .

$^{239}_{94}Pu + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{102}_{42}Mo + {}^{125}_{52}Te + 3{}^{1}_{0}n$.

أ) عرف تفاعل الانشطار النووي .

الانشطار النووي هو تفاعل مفتعل ناتج عن قذف نواة ثقيلة بنترون لنحصل على نواتين أخف وتحرير طاقة .

ب) الطاقة المحررة من انشطار نواة واحدة من البلوتنيوم 239 .

$E_{lib} = E_{lf} - E_{li}$.

$$E_{lib} = E_l(Te) + E_l(Mo) - E_l(Pu)$$

$$E_{lib} = 8,3 \times 125 + 8,6 \times 102 - 7,5 \times 239$$

$E_{lib} = 122,2MeV$.

ج) استنتج النقص الكتلي الموافق .

$E_{lib} = \Delta m \times 931,5$.

$$\Delta m = \frac{E_{lib}}{931,5} = \frac{122,2}{931,5}$$

$\Delta m = 0,1311u$.

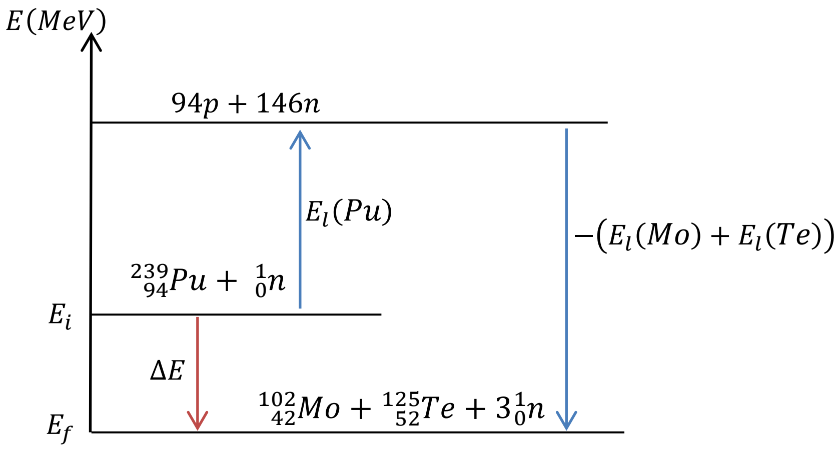
د) احسب بالجول الطاقة المحررة من عينة كتلتها $m = 10^{-3} g$ من البلوتنيوم 239 .

$$E_T = \frac{m}{M} N_A E_{lib}$$

$$E_T = \frac{10^{-3}}{239} 6,02 \times 10^{23} \times 122,2 \times 1,6 \times 10^{-13}$$

$$E_T = 4,92 \times 10^7 J .$$

ه) ضع مخططا يمثل الحصيلة الطاقوية لتفاعل انشطار نواة البلوتنيوم 239 .



التمرين (8)

I - 1 - عبارة m' بدلالة t, λ, m_0

$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ و $m' = m_0 - m(t)$ $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$

$$m' = m_0 - m_0 e^{-\lambda t} = m_0(1 - e^{-\lambda t})$$

3 - إيجاد ثابت التفكك :

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته : $\frac{dm'}{dt} = a \times m \dots\dots\dots (2)$

حيث a هو معامل توجيه المنحنى البياني : $a = \frac{(2.5\times10^{-10} - 0)}{(1-0)} = 2.5 \times 10^{-10} s^{-1}$

معادلة التفكك:حسب قانون انحفاظ العدد الكتلي و الشحني : $^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{4}_{2}He$

الطاقة المحررة من تفكك نواة واحدة :

$$E_{Lib} = (m_i - m_f) \times C^2 = \left(m({}^{238}_{94}Pu) - m({}^{234}_{92}U) - m({}^{4}_{2}He)\right) \times C^2$$
$$= 5{,}52 Mev = 8{,}83 \times 10^{-13} Joul$$

نشاط العينة: لدينا $A = \frac{|\Delta N|}{\Delta t}$ حيث $|\Delta N|$:عدد التفككات $E_{Tot} = P \times \Delta t$

$$E_{Tot} = |\Delta N| \times E_{Lib} = A \times \Delta t \times E_{Lib}$$

ومنه: $A = \frac{P}{E_{Lib}} = \frac{0{,}056}{8.83\times10^{-13}} = 6.34 \times 10^{10}\ Bq$

كتلة البلوتونيوم اللازمة:

$A = \lambda \times N$ ومنه: $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{6.34\times10^{10}}{2.5\times10^{-10}} = 2.54 \times 10^{20} noyaux$

$$m = \frac{N}{N_A} \times M(Pu) = \frac{2.54 \times 10^{20}}{6.02 \times 10^{23}} \times 238 = 0.1g$$

نشاط العينة بعد 50 سنة.

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = 6.34 \times 10^{10} \times e^{-2.5\times10^{-10}\times50\times365\times24\times3600}$$
$$= 4.27 \times 10^{10} Bq$$

إن النشاط لم يتغير كثيرا بعد 50 سنة أي العينة لم تتفكك كلية وهذا يدل على دوام طاقة المولد. فعمر مثل هذه المولدات التي تزرع في جسم الانسان من أجل تنظيم نبضات القلب كبير جدا.

التمرين(9)

معادلة التحول النووي الحادث:

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{Z}Pb + {}^{4}_{2}He$$

حسب قانوني صودي:

$$Z = 84 - 2 = 82$$

إذن:

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$$

حساب طاقة الربط النووي E_l:

$$E_l({}^{A}_{Z}X) = \left(Z.m_p + (A-Z).m_n - m({}^{A}_{Z}X)\right).c^2$$

بالنسبة لنواة $^{210}_{84}Po$:

$$E_l({}^{210}_{84}Po) = \left(84.m_p + (210-84).m_n - m({}^{210}_{84}Po)\right).c^2$$
$$E_l({}^{210}_{84}Po) = \left((84\times 1,00728) + (126\times 1,00866) - 209,9368\right)\times 931,5 = \mathbf{1644,91\ MeV}$$

إذن:

$$E_1 = \frac{E_l({}^{210}_{84}Po)}{A} = \frac{1644,91}{210} = \mathbf{7,834\ MeV/nucl}$$

- بالنسبة لنواة ${}^{206}_{82}Pb$:

$$E_l({}^{206}_{82}Pb) = \left(82.m_p + (206-82).m_n - m({}^{206}_{82}Pb)\right).c^2$$
$$E_l({}^{206}_{82}Pb) = \left((82\times 1,00728) + (124\times 1,00866) - 205,9295\right)\times 931,5 = \mathbf{1622,02\ MeV}$$

إذن:

$$E_2 = \frac{E_l({}^{206}_{82}Pb)}{A} = \frac{1622,02}{206} = \mathbf{7,874\ MeV/nucl}$$

بما أن $E_2 > E_1$، إذن النواة ${}^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرار.

. إثبات العبارة:

نعلم أن:

$$N_d(t) = N_0(1-e^{-\lambda t})$$

عند $t = 4.t_{1/2}$:

$$N_d(t) = N_0\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\times 4t_{1/2}}\right) = N_0\left(1-\frac{1}{2^4}\right) = \mathbf{\frac{15}{16}.N_0}$$

تحديد زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

نعلم أن:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

ومنه:

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

إذن:

$$\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t$$

ومن جهة أخرى: البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ، معادلته:

$$\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = a.t$$

بحيث: a يمثل ميل البيان

$$a = \frac{\ln(2) - 0}{138-0} = 5,02\times 10^{-3}\ jrs^{-1}$$

منه:

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{5,02\times 10^{-3}} = \mathbf{138\ jours}$$

لدينا:

$$\begin{cases} N(Po) = N_0(Po)e^{-\lambda t} \\ N(Pb) = N_0(Po)(1-e^{-\lambda t}) \end{cases}$$

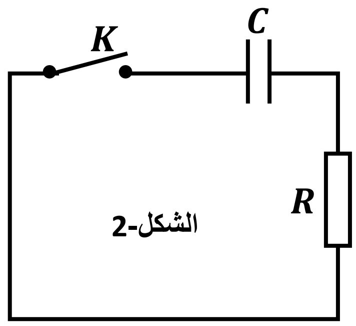
ومنه:

$$\frac{N(Pb)}{N(Po)} = e^{\lambda t} - 1$$

إذن:

$$t = \frac{1}{\lambda}.\ln\left(1+\frac{N(Pb)}{N(Po)}\right) = \frac{138}{\ln 2}.\ln\left(1+\frac{2}{3}\right) = \mathbf{102,1\ jours}$$

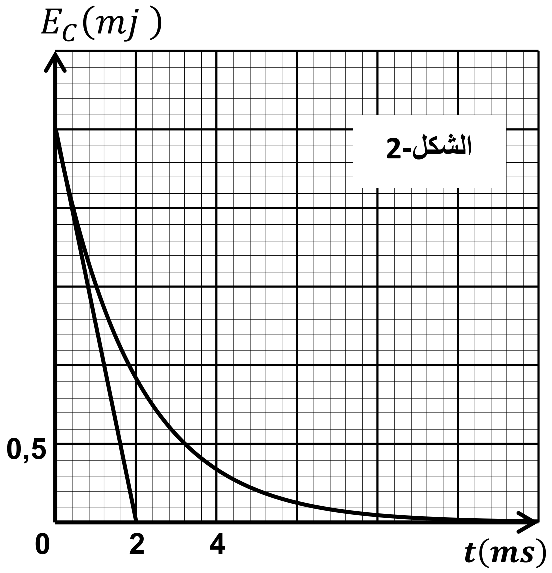
التمرين(1)



مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر كهربائي ثابت $E = 10V$

لمعرفة سعة المكثفة C ومقاومة الناقل الأومي R ، نحقق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل- 1.

1) نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.
   - أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.
   - ب- حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل : $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.
   - حيث : A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما الحرفية .
2) بين أن المعادلة التفاضلية ل E_C طاقة المكثفة تكتب بالشكل : $\frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau}E_C = 0$.
3) البيان (الشكل-2) يمثل تطور $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.
   - أ- أكتب العبارة اللحظية $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .
   - ب- استنتج قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة ، ثم استنتج سعة المكثفة C .
   - ج- بين أن المماس للمنحني في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.
   - د- أوجد ثابت الزمن τ ، استنتج مقاومة الناقل الأومي R .
4) أوجد شدة التيار المار في الدارة في اللحظة $t = 3{,}2ms$.
5) أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$. ثم احسب قيمته.



التمرين(2)

نريد أن نتحقق من قيمة مقاومة وشيعة بثلاثة طرق:

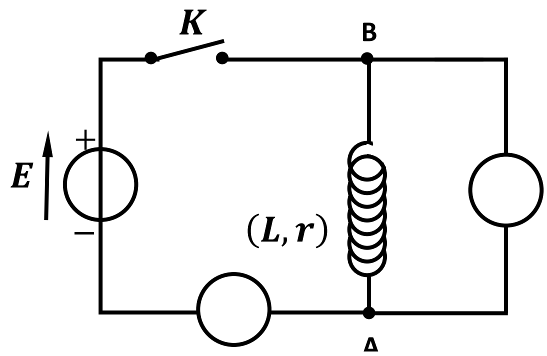
i. من أجل هذا الغرض نركب الدارة الموضّحة في الشكل ، والتي تضم العناصر التالية:

مقياس أمبير A مقاومته مهملة .

مقياس فولط V مقاومته كبيرة جدا .

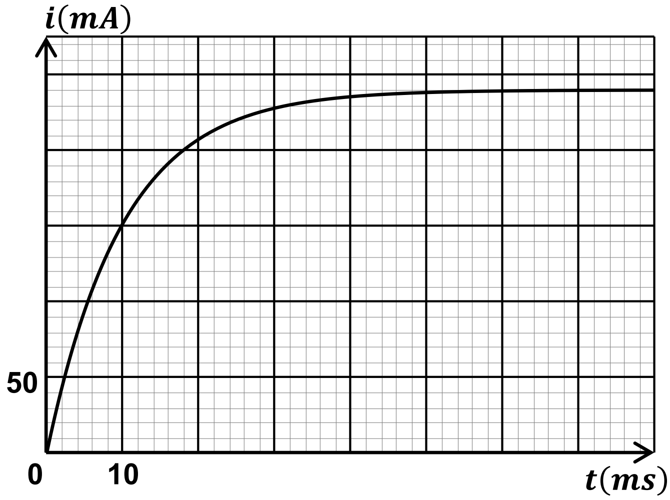
وشيعة مقاومتها r وذاتيتها $L = 250\ mH$.

مولد للتوتر مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 6\ V$.



1) ضع الرمزين A و V على الدارة. ثم وضّح جهة التيار في الدارة وجهة التوتر بين طرفي الوشيعة.
2) في النظام الدائم يشير مقياس الأمبير للقيمة $I_0 = 400mA$ ويشير مقياس الفولط للقيمة $U_b = 6V$ استنتج القيمة r لمقاومة الوشيعة.

ii. نضيف على التسلسل مع الوشيعة مصباحا مقاومته ثابتة $R = 10\Omega$ ثم نصل الدارة براسم الاهتزاز ذو ذاكرة من أجل متابعة تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن $i(t)$ عند غلق القاطعة.

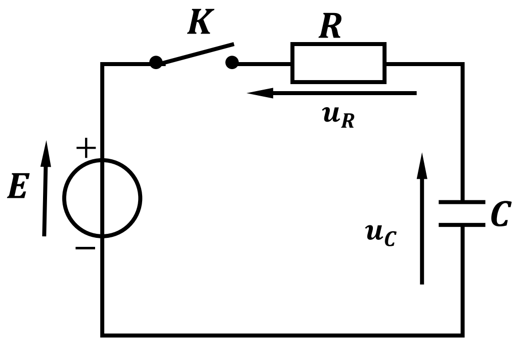


1) ما هي الظاهرة الملاحظة عند غلق القاطعة ؟
2) بيّن على الدارة كيفية الربط لراسم الاهتزاز من أجل مشاهدة توتر يتناسب مع شدّة التيار.
3) أوجد من البيان $i(t)$ ثابت الزمن τ ، مبيّنا الطريقة المتبعة .
4) اكتب عبارة ثابت الزمن بدلالة R و r و L ، ثم بواسطة تحليل بعدي بيّن أن τ يًقاس بالثانية.
5) احسب مقاومة الوشيعة r .
6) نعتبر أن شدة التيار بلغت القيمة $I = 240\ mA$ في المدّة $t = 5\tau$.
- عبّر عن مقاومة الوشيعة بدلالة E ، R ، I . ثم احسب r .
- هل الطرق الثلاثة أعطت نفس القيمة لمقاومة الوشيعة ؟

التمرين(3)

i. شحن المكثفة

توفر على مكثفة وضع عليها الصانع الإشارة $1F$ ، ولكي نتحقق من سعة هذه المكثفة ننجز الدارة الكهربائية التالية :

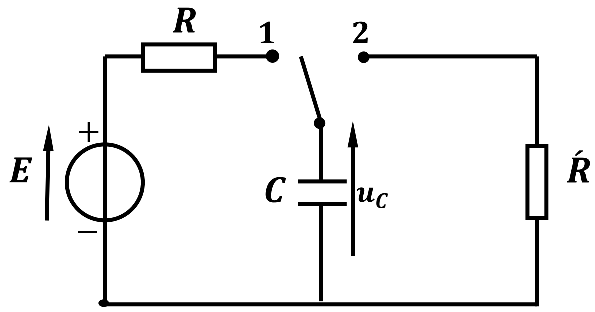


تتم تغذية ثنائي القطب RC بمولد توتره $E = 10V$. نغلق القاطعة K عند لحظة نعتبرها $t = 0$.

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة .
2) تحقق من أن $u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة مع $\tau = RC$.
3) مثل بشكل تقريبي منحنى تغيرات u_C بدلالة الزمن t .
4) ثابت الزمن لثنائي القطب RC $(\tau = 10s)$ ، أوجد قيمة سعة المكثفة علما أن $R = 10\Omega$ قارنها مع القيمة المدونة على المكثفة .

ii. لتفريغ المكثفة ننجز التركيب التجريبي التالي

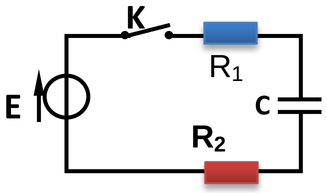
نضع القاطعة في الموضع رقم 1 إلى غاية اللحظة $t = 20s$ نزيحها إلى الموضع رقم 2 ونعتبر هذه اللحظة مبدأ للزمن $t = 0$.



1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثفة
2) أوجد حلا للمعادلة التفاضلية السابقة نعطي $\acute{R} = 2R$.
3) أوجد قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0$.
4) مثل بشكل تقريبي منحنى تغيرات شدة التيار i بدلالة الزمن t .
5) احسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 20s$
6) يمكن تفريغ المكثفة السابقة في مكثفة أخرى سعتها $\acute{C}$ عوض الناقل الأومي $\acute{R}$. علما أن المكثفة $\acute{C}$ كانت فارغة

أوجد قيمة التوتر الكهربائي بين طرفيها عند نهاية التفريغ . بحيث $\acute{C} = 2C$.

التمرين(4)



الشكل المقابل يمثل دارة كهربائية مكونة من العناصر التالية: مولد ذو توتر كهربائية ثابت E , مكثفة سعتها C
ناقلان أوميان مقاومتهما $R_1 = 1K\Omega$. $R_2 = 4k\Omega$, القاطعة K .

1- عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

- أعط العبارة الحرفية للتوترات u_{R_1} . u_{R_2} بدلالة الشحنة $q(t)$

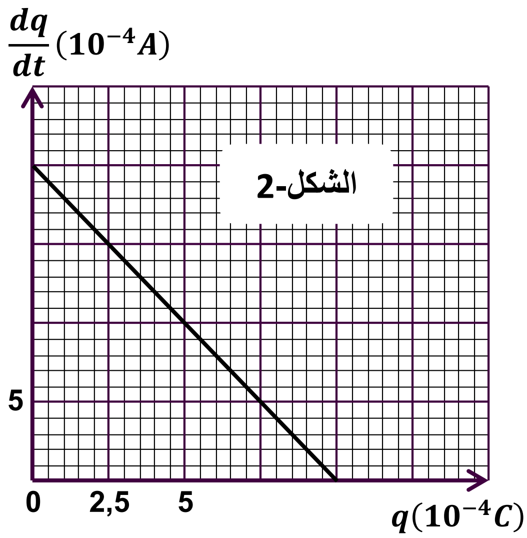
2- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أنه المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة من الشكل : $\frac{dq(t)}{dt} + a.q(t) - b = 0$

- مع إعطاء عبارة كل من a و b بدلالة E, C, R_1, R_2

3- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل :

$q(t) = \alpha(1 - e^{-\beta t})$,

إستنتج عبارة كل من α, β .



4- الشكل2يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$ بالاعتماد على الشكل- 2

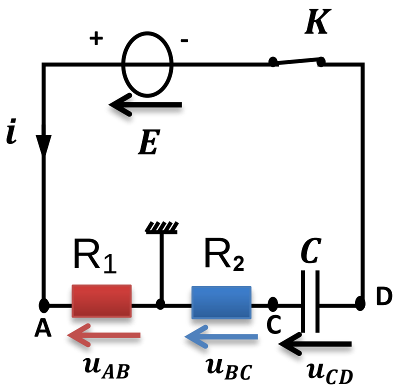
أوجد كل من :

أ- ثابت الزمن τ .

ب- سعة المكثفة C .

جـ - التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E .

التمرين(5)



بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقلين أوميين مقاومة الأول $R_1 = 5\ \Omega$ و مقاومة الثاني R_2 مجهولة ،

مكثفة فارغة سعتها C ، قاطعة K . نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي :
ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.
الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB}بين طرفي الناقل الأومي R_1 ، و التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأوميR_2بالإعتمادعلى راسم الاهتزاز المهبطي تحصلنا على البيانين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$.

1) بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانين السابقين .

2) أكتب المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة $q(t)$.

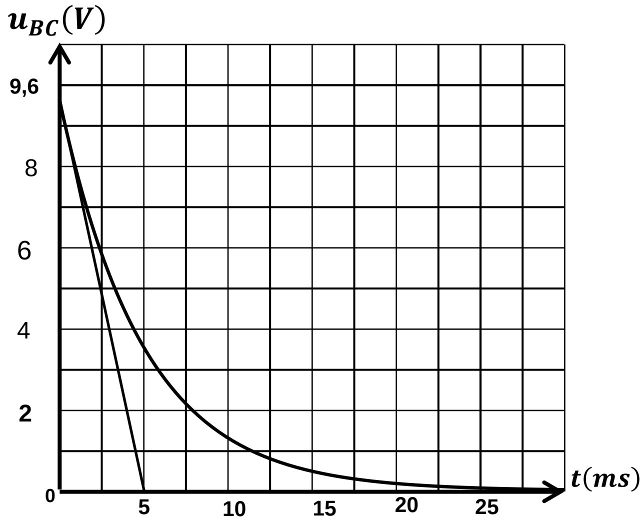
3) حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{B}}\right)$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B وما هو مدلوله الفيزيائي ؟

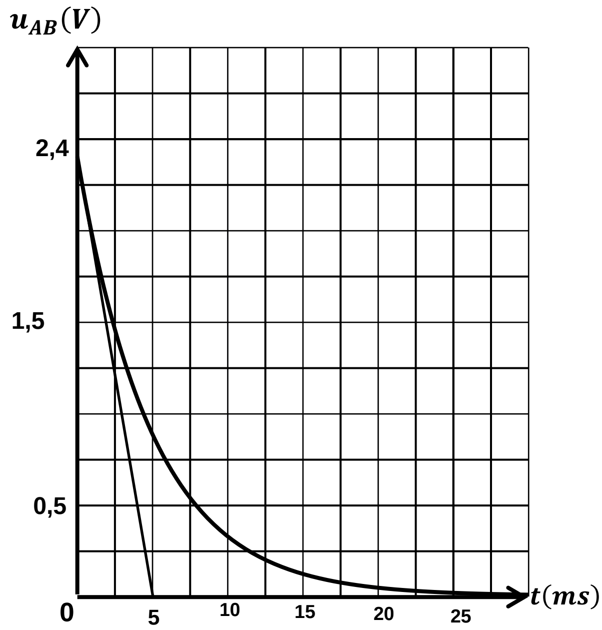
4) أكتب بدلالة E ، R_1، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

- شدة التيار المار في الدارة .
- التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1.
- التوتر u_{BC}بين طرفي الناقل الأومي R_2.

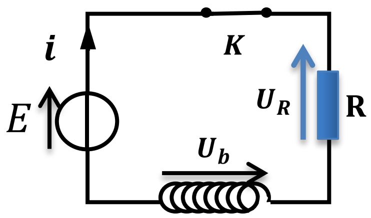
5) أكتب بدلالةR_1، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .

6) اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين ، أوجد :
E ،I_0 ، R_2 ، C حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المار في الدارة





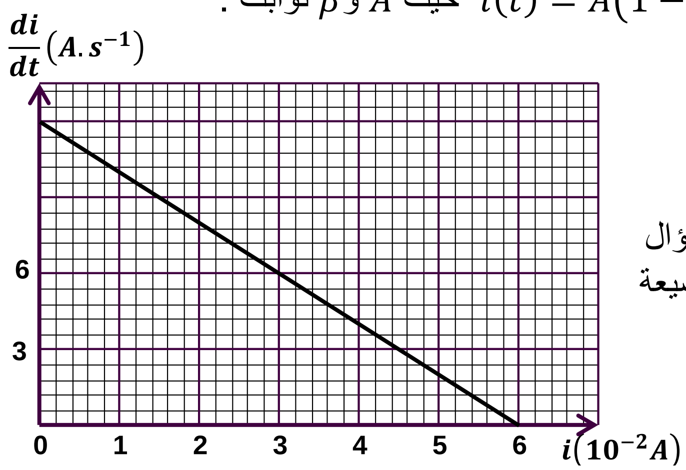
التمرين(6)



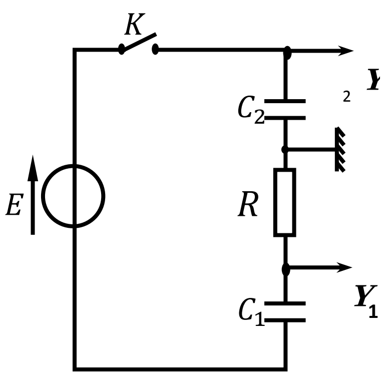
دارة كهربائية تتكون على التسلسل من وشيعة (L,r) وناقل أومي مقاومته $R = 90\Omega$ ومولد قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ وقاطعة K كما في الشكل(1) نغلق القاطعة عند $t = 0$.

1) أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار i .
- أثبت ان هذه المعادلة تقبل حل من الشكل $i(t) = A\left(1 - e^{-\beta t}\right)$ حيث A و β ثوابت .

2) يمثل منحنى الشكل(2) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي $\frac{di}{dt} = f(i)$.
- أكتب العبارة البيانية .
- باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة في السؤال (1) استنتج قيمة كل من الذاتية L و المقاومة r للوشيعة .
- عبر بدلالة E ، r ، R عن I_0 شدة التيار في النظام الدائم ثم احسبه



التمرين (7)



ننجز الدارة الممثلة في(الشكل-2) والمكونة من :

- ناقل أومي R حيث $R = 3k\Omega$.
- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E .
- مكثفتين غير مشحونتان سعتاهما C_1 و $C_2 = 2\mu F$.

الشكل-2

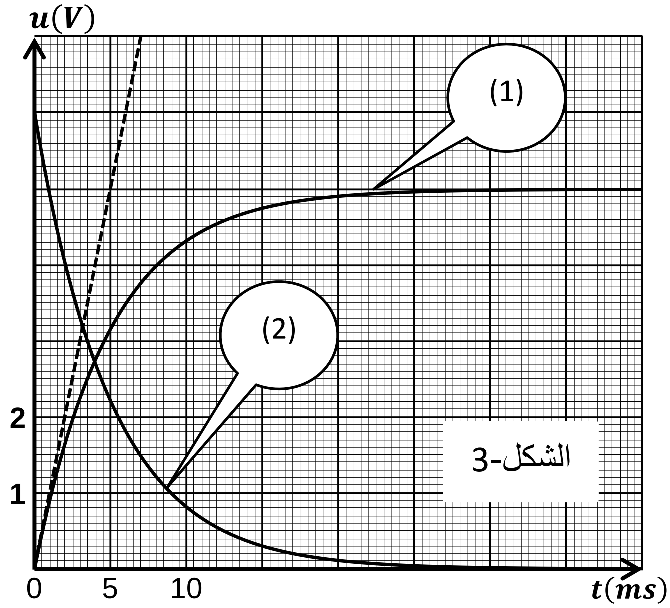
- قاطعة K .

نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$.

1) بين أن عبارة السعة المكافئة هي من الشكل : $C_e = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$.

2) بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر $u_2(t)$ بين طرفي المكثفة C_2 هي : $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e}u_2 = \frac{E}{RC_2}$

3) يكتب حل هذه المعادلة على الشكل: $u_2(t) = A\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$. أوجد عبارتي كل من الثابتين A و λ بدلالة مميزات الدارة .



الشكل-3

4) يمثل (الشكل-3) تطور التوترين $u_2(t)$ و $u_R(t)$

بالاعتماد على (الشكل-2) :

أ) حدد المنحنى الذي يمثل $u_2(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_R(t)$ مع التعليل .

ب) حدد قيمة كل E ثابت الزمن τ .

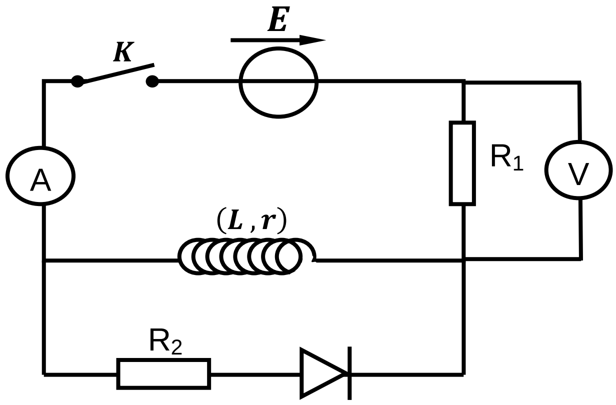
ج) استنتج قيمة كل من $u_2(t)$ و $u_1(t)$ في النظام الدائم .

د) أوجد قيمة سعة المكثفة C_1 .

5) أحسب الطاقة المخزنة في الدارة عند نهاية عملية الشحن .

التمرين (8)

نركب الدارة المقابلة (الشكل-1) :



الشكل-1

- مولّد مثالي للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 12V$.
- ناقلان أوميان R_1 و R_2 .
- وشيعة مقاومتها r وذاتيتها L .
- صمام ثنائي مقاومته معدومة في الاتجاه المباشر ولا نهائية في الاتجاه غير المباشر.
- مقياسا فولط وأمبير.

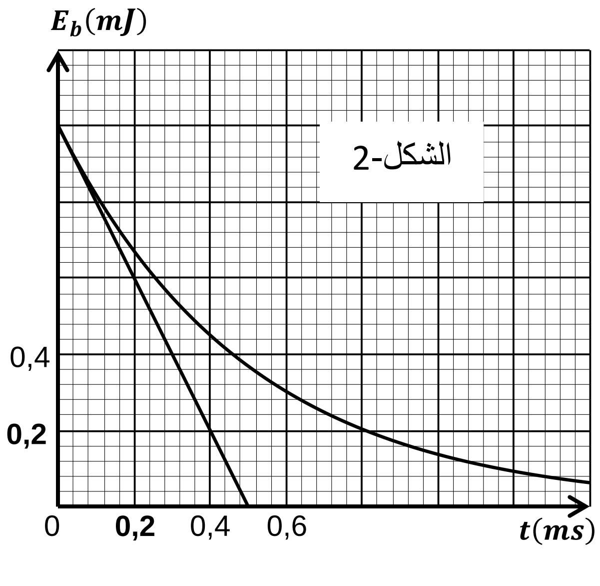
1) نغلق القاطعة ، وبعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط على القيمة $U = 10V$ وإشارة مقياس الأمبير على القيمة $I = 0{,}1A$.بطريقة خاصة وجدنا حينذاك الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b = 1mJ$.

✓ أوجد قيم كل من R_1 ، r ، L .

2) نفتح القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

أ) اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة u_2 (التوتر بين طرفي R_2).

ب) يُعطى حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.عبّر عن τ و A بدلالة مميّزات الدارة.



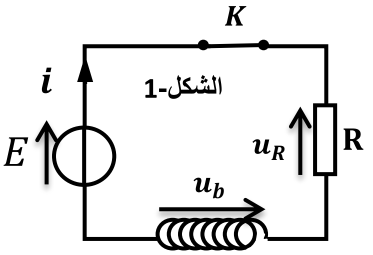
الشكل-2

3) بعد فتح القاطعة نمثّل تغيرات الطاقة في الوشيعة بدلالة الزمن (الشكل-2) .

باستغلال البيان ، أوجد:

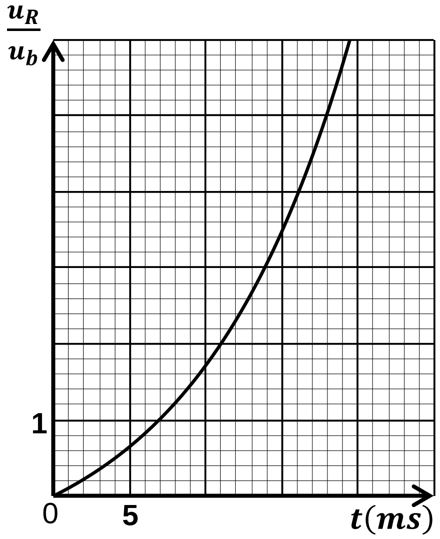
أ) قيمة R_2 .

ب) قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t = 0$.
ج) شدّة التيار عند اللحظة $t = 0{,}8ms$.



التمرين (9)

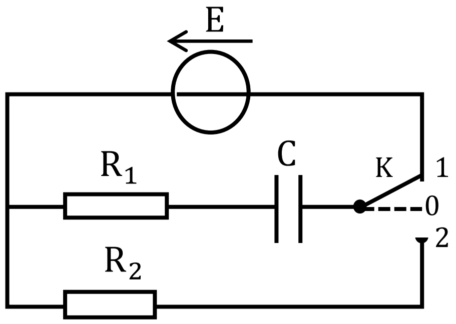
يبين التركيب التالي (الشكل1) دارة تسلسلية تحتوي على : وشيعة مثالية ذاتيتها L ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$
مولد مثالي يعطي توتر ثابت $E = 6V$ ، قاطعة K .



عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة فيمر تيار كماهو موضح في الشكل :

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التوتر الكهربائي $u_R(t)$.
2) تأكد أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.
3) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$.
4) أوجد النسبة $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة τ و t .
5) يمثل البيان المعطى تغيرات المقدار $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t .

- استنتج من البيان مميزات الدارة τ ، L .

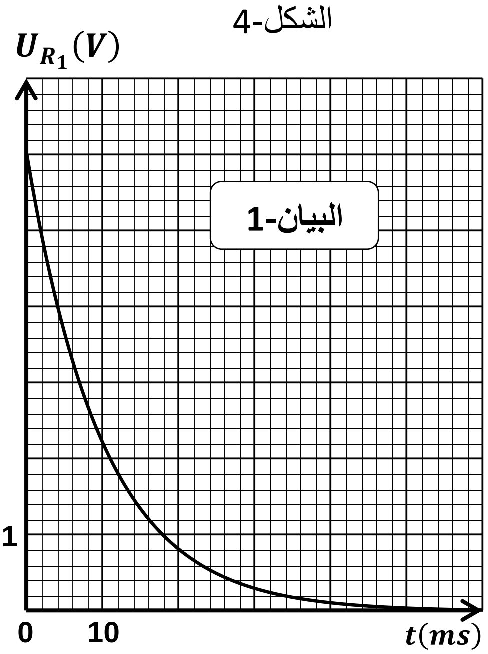


الشكل-4

التمرين (10)

I. - نحقق التركيب التجريبي المُمثل في الشكل-4 بواسطة العناصر التالية:
- مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E .
- مكثفة سعتها C.
- مُقاومة $R_1 = 100\Omega$ ومقاومة R_2 مجهولة .
- بادلة K يُمكن وضعها في الوضع (1) أو (2).

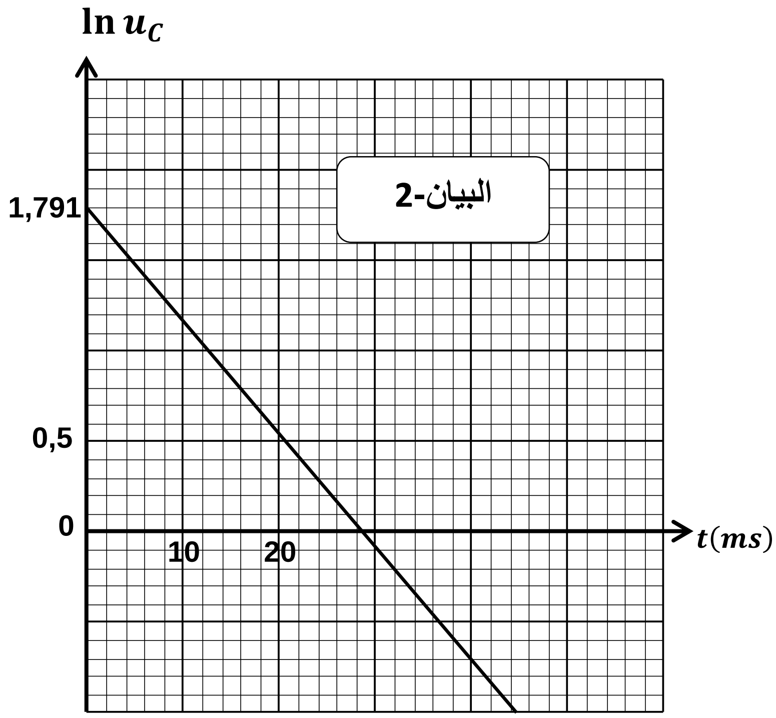
نضع البادلة K في الوضع (1) بدءاً من اللّحظة الزمنية $t = 0\ s$ التي تكون فيهـا المُكثفة غيرُ مشحونة.



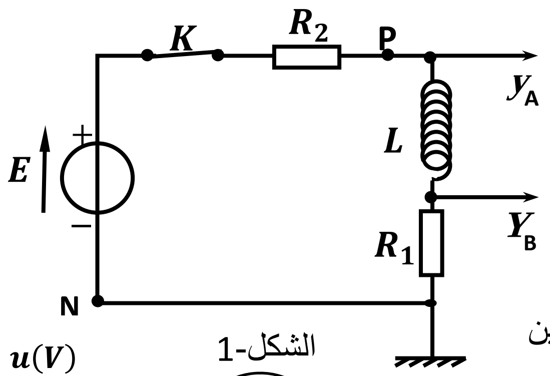
1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم بالأسهم التوترين u_c ، u_{R_1} .
2) بين على الشكل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_{R_1} = f(t)$ (البيان-1).
3) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 تعطى بالعلاقة :
$$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_{R_1} = 0$$
4) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل: $u_{R_1(t)} = Ae^{-\frac{1}{B}t}$
جد عبارة كل من : A و B .

5) ما المدلول الفيزيائي للمقدار B وما وحدته في الجملة الدولية ؟علل .
6) أحسب كل من : E، ثابت الزمن τ_1 ، C .
7) أحسب قيمة الطاقة المخزنة في النظام الدائم .

II. نضع البادلة في الوضع (2) بدءا من لحظة زمنية نعتبرها مبدأ للزمن $t = 0\,s$.
1) ماذا يحدث للمكثفة ؟
2) أكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_c(t)$.
3) بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t) = Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.
4) البيان-2 يمثل $\ln u_C = f(t)$.
أ- أكتب العلاقة البيانية .
ب- أوجد العلاقة النظرية لـ $\ln u_C$ بدلالة : E, C, R_1, R_2, t .
جـ- أحسب قيمة المقاومة R_2 وتأكد من قيمة التوتر بين طرفي المولد E .
د- قارن بين قيمتي ثابتي الزمن τ_1(دارة الشحن)و τ_2 (دارة التفريغ).



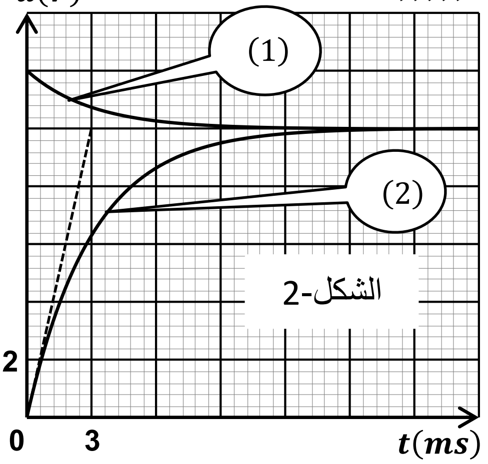
التمرين (11)



الشكل-1

ننجز التركيب الممثل في الشكل-1والمكون من :
- مولد للتوتر قوته المحركة $E = 12V$
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة .
- ناقلين أوميين مقاومتاهما $R_1 = 40\Omega$ و R_2 . قاطعة K .

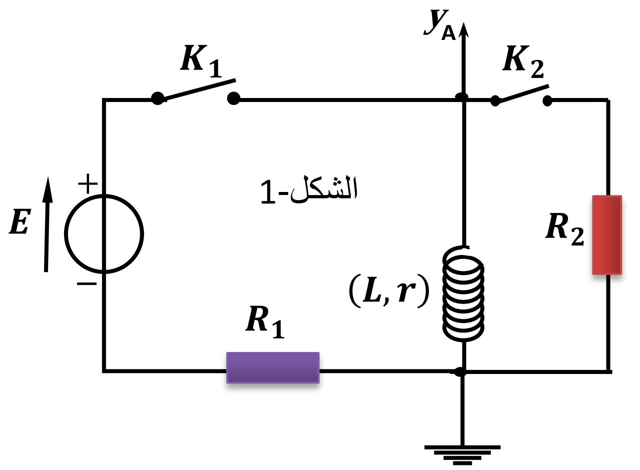
نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.ونسجل بواسطة نظام معلوماتي المنحنيين (C_1) و (C_2) الممثلين للتوترين عند المدخلين A و B . الشكل-2 .



1) عين المنحنى الذي يمثل$u_{R_1}(t)$ و المنحنى الذي يمثل$u_{PN}(t)$.
2) حدد قيمة I_0 شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .
3) تحقق أن المقاومة R_2 هي $R_2 = 8\Omega$.
4) اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .
5) حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $i(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.أوجد عبارة كل من A و τ ثابت الزمن .
6) احسب قيمة ثابت الزمن τ .
7) استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L.

8) اوجد الطاقة المخزنة في الوشيعة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.

التمرين (12)



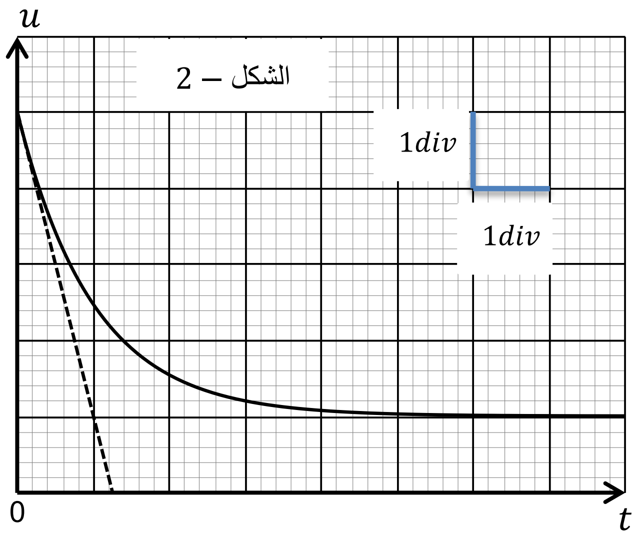
نركّب الدارة الممثّلة في الشكل -1 .

مولد قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي $R_1 = 200\Omega$ ، ناقل أومي R_2. وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r ، قاطعتان K_1 و K_2 .

نصل راسم الاهتزاز المهبطي كما هو موضح في الدارة .

i. نترك القاطعة K_2 مفتوحة ، ونغلق القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$.

نشاهد على شاشة راسم الاهتزاز البيان الممثل في الشكل-2 .



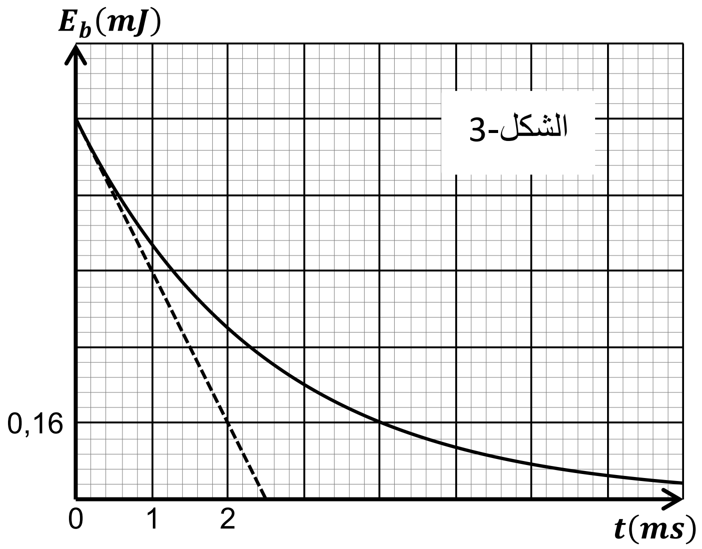
الحساسية الشاقولية : $2V/div$.

الحساسية الأفقية : $4ms/div$.

1) أوجد المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .
2) حل المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{1}{\alpha}t}$ ، حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .
3) ما هو المدلول الفيزيائي للثابت α . أوجد قيمته من البيان .
4) احسب قيمة r مقاومة الوشيعة .
5) احسب القيمة العظمى للطاقة المخزنة في الوشيعة .
6) بين أن اللحظة t التي تكون فيها الوشيعة قد خزنت نصف طاقتها الأعظمية تعطى بالعلاقة : $t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$. تأكد من هذه اللحظة مستعينا بالبيان .

ii. تفتح القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$ التي تغلق فيها القاطعة K_2 .

مثلنا في الشكل -3 تغيرات الطاقة المغناطيسية في الوشيعة بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.



1) أوجد المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .
2) بين ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$.
3) بيّن أن المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور

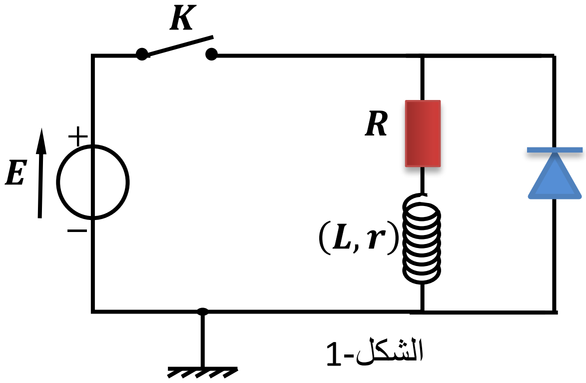
الزمن في $t' = \frac{1}{2\beta}$.

4) احسب قيمة β .

5) احسب قيمة R_2 .

التمرين (13)

وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ ومولد قوته المحركة الكهربائية E و قاطعة K (الشكل-1).



الشكل-1

1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

أ) بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار ومختلف التوترات الكهربائية.

ب) بيّن أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_b بين طرفي الوشيعة تعطى بالعلاقة: $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$. حيث τ ثابت الزمن .

ج) حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $u_b(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

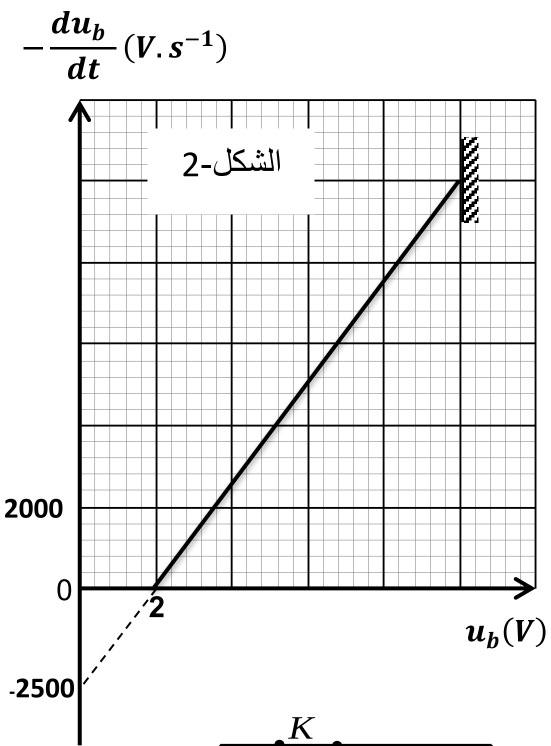
د) مثل كيفيا البيان $u_b(t)$.

2) يمثل بيان (الشكل-2) المنحنى : $-\frac{du_b}{dt} = f(t)$

بتوظيف المعادلة التفاضلية وبيان (الشكل-2)

أ) جد قيم كل من E و r و L .

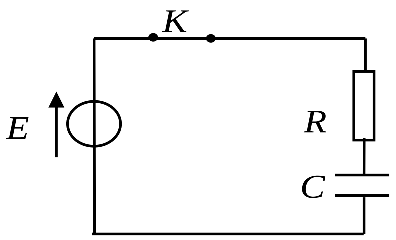
ب) احسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = 4ms$.



التمرين (14)

قصد شحن مكثفة مُفرغة تماما سعتها C نحقق الدارة المبينة على (الشّكل - 3 -) والمكونة من العناصر الكهربائية التالية المربوطة على التسلسل :

- مكثفة سعتها C.
- مولّد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E و مقاومته الداخلية مهملة .
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$.



الشكل - 3 -

ـ قاطعة K.

في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K :

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار المار في الدارة .

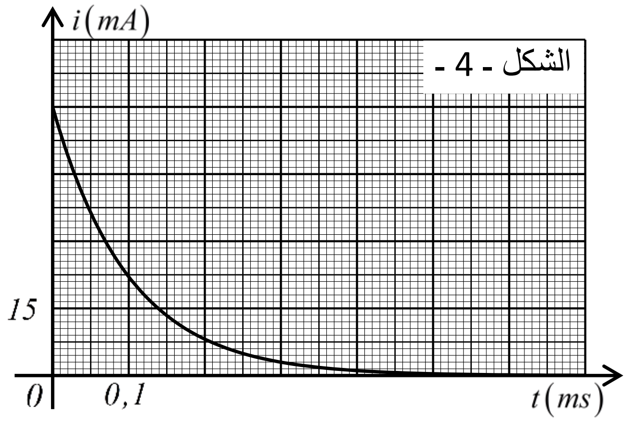
2) بين أنّ $i(t)=A\cdot e^{-t/\tau}$ هو حل المعادلة التفاضلية السابقة . مع تحديد عبارتي كل من A و τ بدلالة مميزات الدارة .

3) استنتج عبارة التوتر U_c بدلالة الزمن و مميزات الدارة .

4) يمكّن نظام معلوماتي من تمثيل المنحنى الممثل لتغيرات التيار i بدلالة الزمن (الشّكل ـ 4 ـ) .

أ ـ حدّد ثابت الزّمن τ و استنتج سعة المكثفة C .

ب ـ استنتج E قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولّد الكهربائي



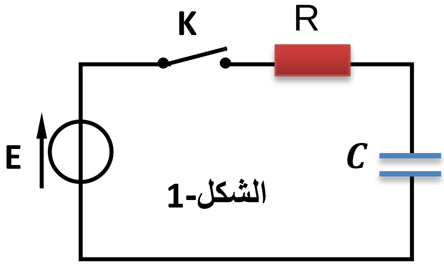
5) لتكن E_{0C} الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثّفة عند نهاية الشحن

و $E_C(\tau)$ الطاقة المخزّنة في المكثفة عند اللّحظة $t=\tau$.

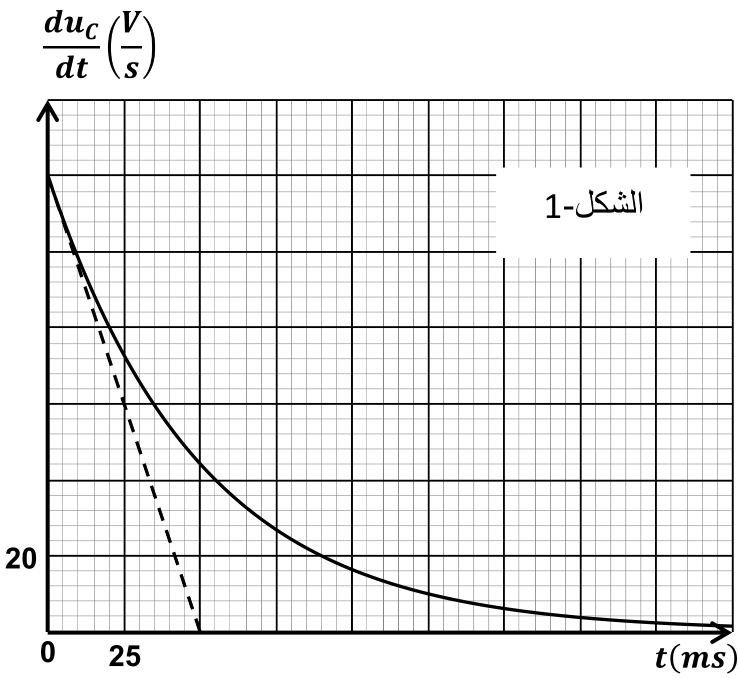
أ ـ بين أنّ : $\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}}=\left(\frac{e-1}{e}\right)^2$.

ب ـ أحسب قيمة هذه النّسبة .

التمرين (15)



ركبنا الدارة المقابلة بواسطة: مولد للتوتر قوته المحرّكة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته R ، مكثّفة فارغة سعتها $C = 500\mu F$ ، قاطعة K (الشكل-1) ، نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ وبواسطة برنامج معلوماتي حصلنا على البيان $\frac{du_C}{dt} = f(t)$ (الشكل-2) .



1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

2) حل المعادلة من الشكل $u_C(t) = A + B e^{-\alpha t}$ حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

3) بين أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

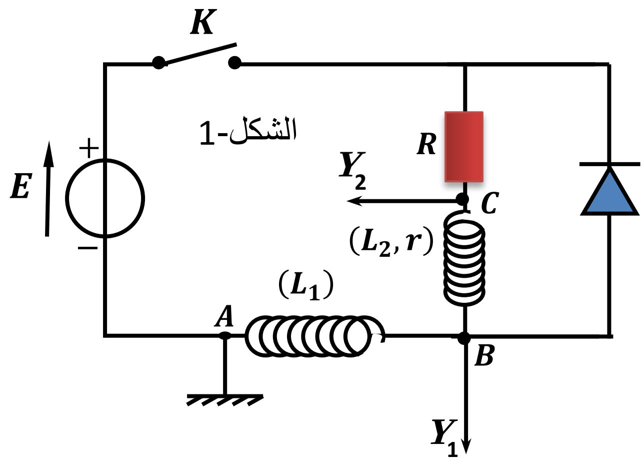
4) استنتج من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

5) أوجد قيمة R . والشدة العظمى لتيار الشحن .

6) أوجد قيمة E .

التمرين(16)

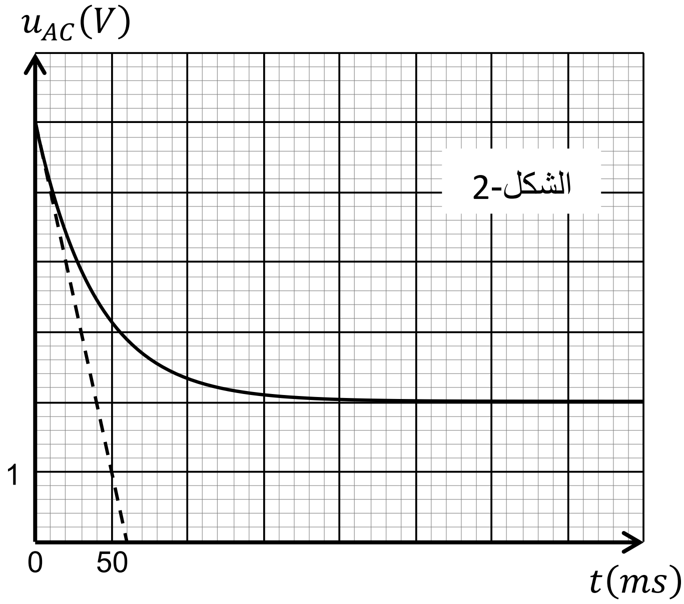
يتكون التركيب الممثل في الشكل -1 من:

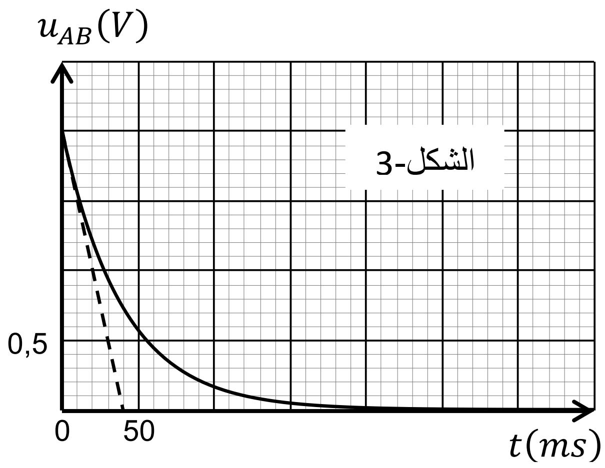


- مولد كهربائي للتوتر قوته المحركة $E = 6V$.
- وشيعة وشيعة مثالية b_1 ذاتيتها L_1 و وشيعة b_2 حقيقية ذاتيتها L_2 مقاومتها r .
- ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$.
- قاطع التيار K .

i. عند $t = 0$ تم غلق القاطعة K وتتبع تطور التوترين u_{AB} بين مربطي الوشيعة b_1 و u_{AC} بين مربطي الوشيعتين $(b_1 + b_2)$ بدلالة الزمن.

يمثل (الشكل-2) و(الشكل-3) منحني التوترين $u_{AB}(t)$ و





. $u_{AC}(t)$

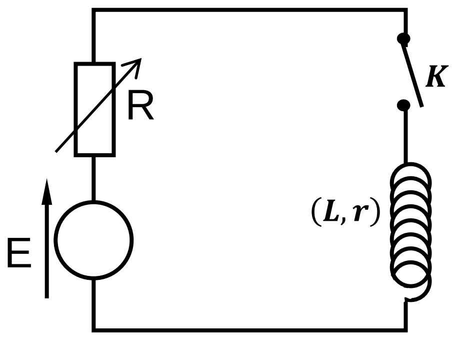
1) أثبت أن المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$ تكتب بالشكل.
$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}.$$
2) حل المعادلة من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B. و τ ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .
3) ما المدلول الفيزيائي للثابت τ ثم استنتج قيمته.
4) احسب قيمة I_0 الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة
5) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_1 .
6) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_2 .
7) أوجد قيم المقادير r و L_1 و L_2 .

ii. نفتح القاطعة K في لحظة زمنية نعتبرها $t = 0$.

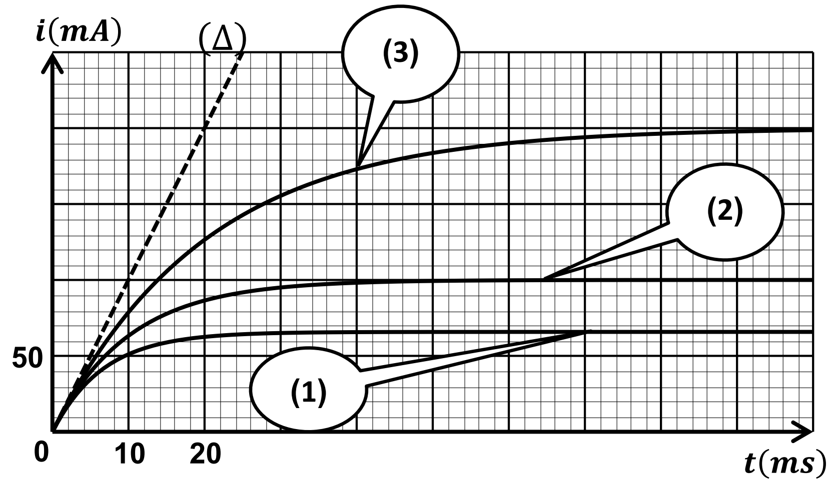
1) أوجد المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$.
2) أوجد قيمة τ_2 في هذه الحالة .
3) أوجد قيمة الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة في الناقل الأومي عند اللحظة $t = \tau_2$.

التمرين(17)

صادف أستاذ في المخبر وشيعة لا تحمل أية إشارة ، أراد تحديد معامل تحريضها الذاتي (الذاتية) L لهذه الوشيعة من خلال دراسة الدارة RL الممثلة في (الشكل -1) ، والتي تضم مولد مثالي للتوتر $E = 10V$ والوشيعة سابقة الذكر ومعدلة (مقاومة متغيرة القيمة) ، عند اللحظة $t = 0$ أغلق الأستاذ القاطعة K ، وتابع بواسطة جهاز مناسب تغيرات $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة بدلالة الزمن بالنسبة لقيم مختلفة للمقاومة R .



الشكل-1



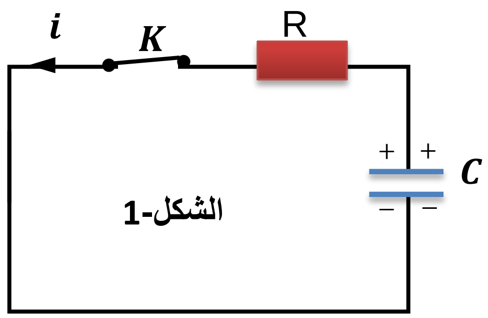
يمثل (الشكل -2) النتائج التجريبية المحصل عليها .

1) حدد النظامين الذين يبرزهما كل منحنى مع تسمية كل نظام .
2) المعادلة التفاضلية التي يحققها كل منحنى هي $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$. بين أن الشدة $i(t)$ تأخذ في أحد النظامين قيمة قصوى $I_0 = \frac{E}{R+r}$.
3) أتمم الجدول التالي مع التعليل .

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق			

4) باستغلال المنحنى (2) حدد قيمة r .
الشكل -2
5) يعطى ثابت الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة $\tau = \frac{L}{R+r}$.بين بالتحليل البعدي أن بعد τ هو الزمن .
6) حدد قيمة L.

الحل



التمرين(1)

1) نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.
أ) بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = 0$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$. \; u_C(t) + Ri(t) = 0$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$. \; u_C(t) + C\frac{du_C(t)}{dt} = 0$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = 0$$

ب) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل : $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

- حيث : A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما الحرفية .

$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC}Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$\left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau}\right)Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ حلا للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau} = 0\right)$.

وبالتالي $(\tau = RC)$ و $(A = E)$.

من الشروط الابتدائية $u_C(0) = E$. نجد $(A = E)$.

يكتب الحال كالآتي $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$.

2) بين أن المعادلة التفاضلية ل E_C طاقة المكثفة تكتب بالشكل : $\frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau}E_C = 0$.

قانون جمع التوترات

$$u_C + u_R = 0$$

$$u_C + C\frac{du_C}{dt} = 0 \ldots\ldots(1)$$

$$E_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 \ldots\ldots\ldots(2)$$

باشتقاق العلاقة (2)

$$\frac{dE_C}{dt} = \frac{1}{2}2Cu_C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\frac{dE_C}{dt} = Cu_C \frac{du_C(t)}{dt}$$

ومن (2) كذلك $u_C^2 = \frac{2E_C}{C}$.

بضرب طرفي العلاقة (2) ب u_C .

$u_C^2 + Cu_C \frac{du_C}{dt} = 0$ ومنه $\frac{2E_C}{C} + \frac{dE_C}{dt} = 0$.

ومنه $\frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau} E_C = 0$.

العبارة اللحظية $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .

$$E_C(t) = \frac{1}{2} Cu_C^2 = \frac{1}{2} CE \left(Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2} CE^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة ، ثم استنتج سعة المكثفة C .

من البيان للشكل-2

$$E_{C0} = 2,5 \times 10^{-3} j$$

$E_{C0} = \frac{1}{2} CE^2$ وبالتالي $C = \frac{2E_{C0}}{E^2}$.

$$C = \frac{5 \times 10^{-3}}{100} = 5 \times 10^{-5} F$$

بين أن المماس للمنحني في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.

معادلة المماس .

$$E_C(t) = \left(\frac{dE_C(t)}{dt}\right)_{t=0} t + E_C(0)$$.

$$\frac{dE_C(t)}{dt} = -\frac{2E_0}{\tau} e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$\left(\frac{dE_C(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2E_0}{\tau}$$

$$E_C(t) = -\frac{2E_0}{\tau} t + E_0$$

عندما يقطع المماس محور الزمن تكون $E_C(t) = 0$.

ومنه $0 = -\frac{2E_0}{\tau} t + E_0$

$$\frac{2E_0}{\tau} t = E_0$$

$\frac{2}{\tau}t = 1$ ومنه $\boldsymbol{t = \frac{\tau}{2}}$.

أوجد ثابت الزمن τ ، استنتج مقاومة الناقل الأومي R .

من البيان$\frac{\tau}{2} = 2ms$ ومنه $\tau = 4ms$

$\tau = RC$ وبالتالي $R = \frac{\tau}{C}$.

$R = \frac{4\times10^{-3}}{5\times10^{-5}} = 80\Omega$.

شدة التيار المار في الدارة في اللحظة $t = 3{,}2ms$.

من البيان $E_C(3{,}2ms) = 0{,}5 \times 10^{-3}\text{j}$

$$u_C^2 = \frac{2E_C}{C}$$

$$u_C = \sqrt{\frac{2E_C}{C}}$$.

$$u_C = \sqrt{\frac{2\times0{,}5\times10^{-3}}{5\times10^{-5}}} = 4{,}47V$$

$$u_C + u_R = 0$$

$$u_R = -u_C$$

$$u_R = -4{,}47V$$

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{-4{,}47}{80} = -5{,}6 \times 10^{-2}A$$

اشارة (-) معناه جهة تيار التفريغ عكس جهة تيار الشحن .

أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$. ثم احسب قيمته.

$$E_C(t_{1/2}) = \frac{E_{C0}}{2}$$

$$E_C(t_{1/2}) = E_{C0}\, e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

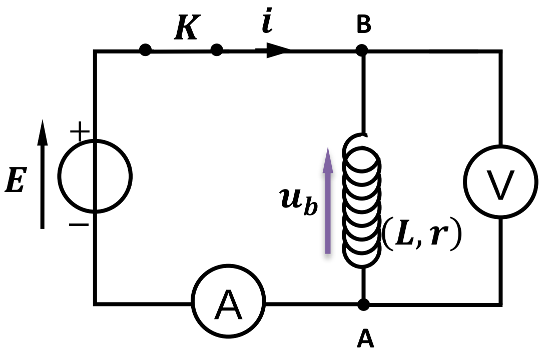
$$\frac{E_{C0}}{2} = E_{C0}\, e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

$$-\ln 2 = -\frac{2t_{1/2}}{\tau}$$

$t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$

$t_{1/2} = \frac{4}{2} \ln 2 = 1,38ms$



<u>التمرين(2)</u>

ضع الرمزين A و V على الدارة. ثم وضّح جهة التيار في الدارة وجهة التوتر بين طرفي الوشيعة.

في النظام الدائم يشير مقياس الأمبير للقيمة $I_0 = 400mA$ ويشير مقياس الفولط للقيمة $U_b = 6V$ استنتج القيمة r لمقاومة الوشيعة.

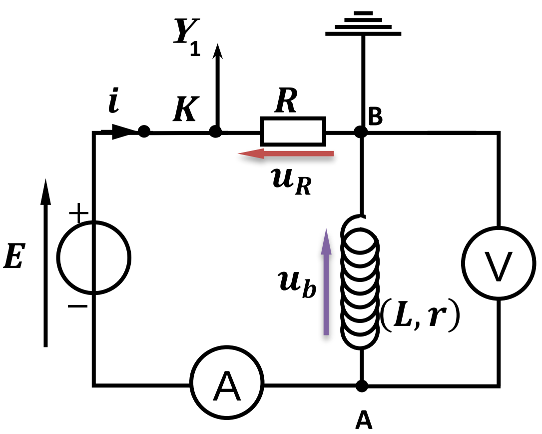
. $I_0 = \frac{E}{r}$

$U_b = rI_0$

من العلاقتين نجد $r = 15\Omega$.

نضيف على التسلسل مع الوشيعة مصباحا مقاومته ثابتة $R = 10\Omega$ ثم نصل الدارة براسم الاهتزاز ذو ذاكرة من أجل متابعة تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن $i(t)$ عند غلق القاطعة.

الظاهرة الملاحظة عند غلق القاطعة توهج المصباح تدريجيا .



بيّن على الدارة كيفية الربط لراسم الاهتزاز من أجل مشاهدة توتر يتناسب مع شدّة التيار.
أوجد من البيان $i(t)$ ثابت الزمن τ ، مبيّنا الطريقة المتبعة .

من البيان $I_0 = 240mA$

$i(\tau) = 0,63I_0 = 151,2mA$

نجد $\tau = 10ms$.

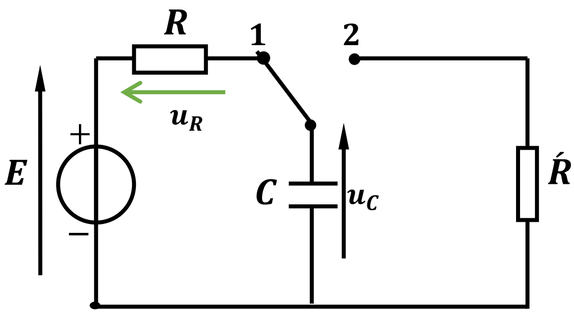
اكتب عبارة ثابت الزمن بدلالة R و r و L ، ثم بواسطة تحليل بعدي بيّن أن τ يًقاس بالثانية.

. $\tau = \frac{L}{R+r}$

مقاومة الوشيعة r .

. $r = \frac{L}{\tau} - R$

. $r = 15\Omega$



<u>التمرين(3)</u>

i. شحن المكثفة .

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات .

$$u_C(t) + u_R(t) = E \,.$$

$$u_C(t) + Ri = E$$

$$u_C(t) + R\frac{dq(t)}{dt} = E$$

$$u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC} \,.$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E}{\tau}$$

2) تحقق من أن $u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

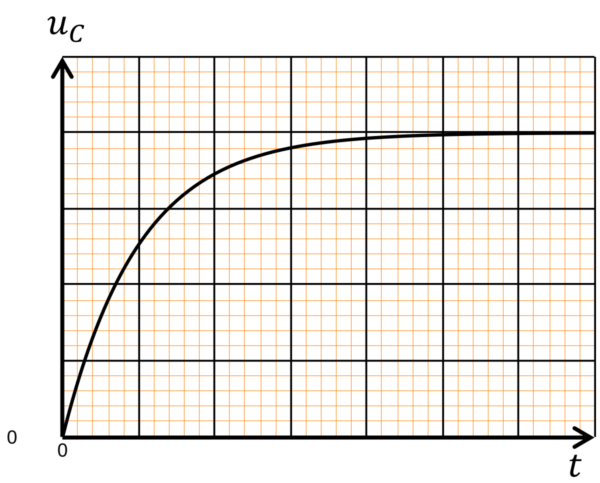
$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \,.$$

$$\frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{1}{\tau}\mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{\mathrm{E}}{\tau} - \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \,.$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\mathrm{E}}{\tau} - \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\mathrm{E}}{\tau} \,.$$

ومنه $u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة

3) التمثيل بشكل تقريبي منحنى تغيرات u_C بدلالة الزمن t .



4) ثابت الزمن لثنائي القطب RC $(\tau = 10s)$ ، أوجد قيمة سعة المكثفة علما أن $R = 10\Omega$ قارنها مع القيمة المدونة على المكثفة .

$\tau = RC$ وبالتالي $C = \frac{\tau}{R}$.

$C = \frac{10}{10} = 1F$ وهي نفسها القيمة المدونة على المكثفة .

i. لتفريغ المكثفة ننجز التركيب التجريبي التالي

1) المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثفة .

$$u_C(t) + u_{\acute{R}}(t) = 0$$

$$u_C(t) + \acute{R}i = 0$$

$$\frac{q(t)}{C} + \acute{R}\frac{dq(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\acute{R}C}q(t) = 0 \,.$$

2) حلا للمعادلة التفاضلية السابقة نعطي $\acute{R} = 2R$.

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ذات طرف ثاني معدوم حلها من الشكل :

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} .$$

عند الشحن

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$q(20) = 10\left(1 - e^{-\frac{20}{10}}\right)$$

$$q(20) = 10(1 - e^{-2})$$

$$q(20) = 8{,}65C$$

$$Q_0 = 8{,}65C$$

$$\tau = \acute{R}C = 2RC = 2 \times 10 \times 1 = 20s$$

$$q(t) = 8{,}65 e^{-\frac{t}{20}} .$$

3) قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0$.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{8{,}65}{20} e^{-\frac{t}{20}}$$

$$i(0) = \left(\frac{dq(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{8{,}65}{20} = -0{,}43A$$

إشارة (-) معناه تيار التفريغ عكس تيار الشحن .

4) قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 20s$.

$$E_C(0) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (8{,}65)^2 = 37{,}41J$$

عند $\tau = 20 = t$ يكون $u_{\acute{C}} = 0{,}37 \times 8{,}65$.

$$E_C(20) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (0{,}37 \times 8{,}65)^2 = 5{,}12J$$

5) يمكن تفريغ المكثفة السابقة في مكثفة أخرى سعتها $\acute{C}$ عوض الناقل الأومي $\acute{R}$. علما أن المكثفة $\acute{C}$ كانت فارغة أوجد قيمة التوتر الكهربائي بين طرفيها عند نهاية التفريغ . بحيث $\acute{C} = 2C$.

$$u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$u_C(20) = 10\left(1 - e^{-\frac{20}{10}}\right) = 8{,}65V$$

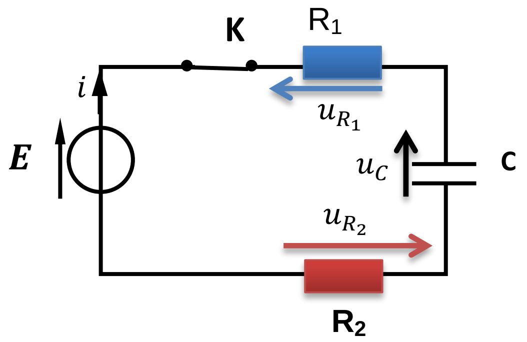
قيمة التوتر بين طرفي المكثفة عند $t = 0$ هو $8{,}65V$.

والمكثفة الأولى تتفرغ كليا في المكثفة الثانية لأن $\acute{C} > C$

والاجابة تكون $u_{\acute{C}} = 8{,}65V$

التمرين(4)

1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .



العبارة الحرفية للتوترات u_{R_1} . u_{R_2} بدلالة الشحنة $q(t)$.

$$q(t) = C\,u_C(t).\ i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$u_{R_1}(t) = R_1 i(t)\ .$$

$$u_{R_1}(t) = R_1 \frac{dq(t)}{dt}\ .$$

$$u_{R_2}(t) = R_2 i(t)\ .$$

$$u_{R_2}(t) = R_2 \frac{dq(t)}{dt}\ .$$

2) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أنه المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة من الشكل :

$$\frac{dq(t)}{dt} + a.q(t) - b = 0\ .$$

$$u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) + u_C(t) = E\ .$$

$$R_1 \frac{dq(t)}{dt} + R_2 \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E\ .$$

$$(R_1 + R_2)\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E\ .$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} q(t) = \frac{E}{R_1+R_2}\ .$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} q(t) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0\ .$$

عبارة كل من a و b بدلالة R_2 , R_1 , E,C .

$$\frac{dq(t)}{dt} + a\,q(t) - b = 0 \dots\dots (1)\ .$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} q(t) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0 \dots\dots (2)\ .$$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$$a = \frac{1}{(R_1+R_2)C} \quad \text{و} \quad b = \frac{E}{R_1+R_2}\ .$$

3) يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $q(t) = \alpha\left(1 - e^{-\beta t}\right)$,
استنتاج عبارة كل من α, β .

$$q(t) = \alpha\left(1 - e^{-\beta t}\right)\ .$$

$\frac{dq(t)}{dt} = \alpha\beta e^{-\beta t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$\alpha\beta e^{-\beta t}+\frac{1}{(R_1+R_2)C}\alpha\left(1-e^{-\beta t}\right)-\frac{E}{R_1+R_2}=0\ .$$

$$\alpha\beta e^{-\beta t}+\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}-\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}e^{-\beta t}-\frac{E}{R_1+R_2}=0$$

$$\alpha e^{-\beta t}\left(\beta-\frac{1}{(R_1+R_2)C}\right)+\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}-\frac{E}{R_1+R_2}=0$$

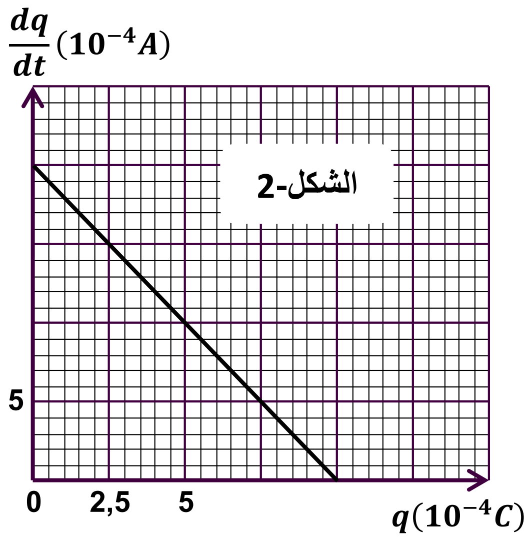
حتى يكون الحل السابق حل للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\beta-\frac{1}{(R_1+R_2)C}=0\right)$ و

$\left(\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}-\frac{E}{R_1+R_2}=0\right)$. ومنه $(\alpha=CE)$ و $\left(\beta=\frac{1}{(R_1+R_2)C}\right)$.

4) الشكل2يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$ بالاعتماد على الشكل- 2 .أوجد كل من :

أ) ثابت الزمن τ .

$\tau=(R_1+R_2)C$.



البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$\frac{dq(t)}{dt}=a\,q(t)+b$.

من البيان $b=20\times10^{-4}A$.

و a يمثل ميل البيان $a=-\frac{20\times10^{-4}}{10\times10^{-4}}=-2$

$\frac{dq(t)}{dt}=-2\,q(t)+20\times10^{-4}\ ....(1)$.

العلاقة النظرية نجدها من المعادلة التفاضلية .

$\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}q(t)-\frac{E}{R_1+R_2}=0$.

$\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}q(t)-\frac{E}{R_1+R_2}=-\frac{1}{\tau}q(t)+\frac{E}{R_1+R_2}\ .....(2)$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$\frac{1}{\tau}=2$ ومنه $\tau=0{,}5s$.

ب) سعة المكثفة C .

$\tau=(R_1+R_2)C$ ومنه $C=\frac{\tau}{R_1+R_2}$.

$C=\frac{0{,}5}{5\times10^{3}}=5\times10^{-4}F$

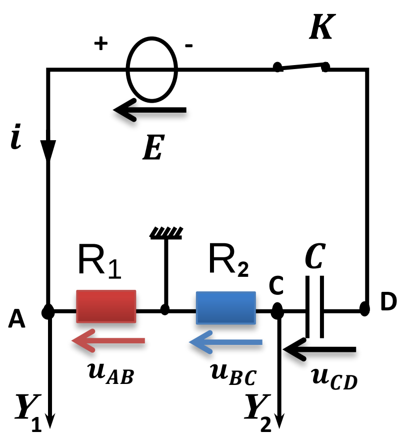
ج) التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E .

$\frac{E}{R_1+R_2} = 20 \times 10^{-4}$.

$E = 5 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-4} = 10V$.

التمرين (5)

1) بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانين السابقين .



2) المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة $q(t)$.

قانون جمع التوترات .

$u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) + u_C(t) = E$.

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

$R_1\frac{dq(t)}{dt} + R_2\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$.

$(R_1 + R_2)\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$.

$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}q(t) = \frac{E}{R_1+R_2}$.

3) حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{B}}\right)$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B وما هو مدلوله الفيزيائي ؟

$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{A}{B}e^{-\beta t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{A}{B}e^{-\frac{t}{B}} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}A\left(1 - e^{-\frac{t}{B}}\right) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$.

$$\frac{A}{B}e^{-\frac{t}{B}} + \frac{A}{(R_1+R_2)C} - \frac{A}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{t}{B}} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$$

$$Ae^{-\frac{t}{B}}\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1+R_2)C}\right) + \frac{A}{(R_1+R_2)C} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$$

حتى يكون الحل السابق حل للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1+R_2)C} = 0\right)$ و $\left(\frac{A}{(R_1+R_2)C} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0\right)$. ومنه $(A = CE)$ و $(B = (R_1 + R_2)C)$.

يمثل B ثابت الزمن τ حيث $\tau = (R_1 + R_2)C$ (الزمن اللازم لشحن المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية) .

4) أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

شدة التيار المار في الدارة .

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}\right).$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{CE}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}.$$

$$i(t) = \frac{E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}.$$

التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1.

$$u_{AB} = R_1 i(t).$$

$$u_{AB} = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}.$$

- التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2.

$$u_{BC} = R_2 i(t).$$

$$u_{BC} = \frac{R_2 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}.$$

5) أكتب بدلالة R_1، R_2، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .

$$u_{AB} = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}.$$

معادلة المماس عند $t = 0$.

$$u_{AB} = \left(\frac{du_{AB}}{dt}\right)_{t=0} t + u_{AB}(0)$$

$$\frac{du_{AB}}{dt} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}.$$

$$\left(\frac{du_{AB}}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C}.$$

$$u_{AB}(0) = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}.$$

$$u_{AB} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} t + \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}.$$

اللحظة التي يقطع فيها المماس محور الزمن يكون $u_{AB} = 0$.

$$0 = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} t + \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}.$$

لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ هي $(t = \tau = (R_1 + R_2)C)$.

6) اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين ، أوجد :

. E ، I_0 ، R_2 ، C حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المار في الدارة .

. $u_{R_1}(0) + u_{R_2}(0) + u_C(0) = E$

. $2{,}4 + 9{,}6 + 0 = E$

. $E = 12V$

. $R_1 = 5\ \Omega$

. $u_{R_1}(0) = R_1 I_0$

. $I_0 = \frac{u_{R_1}(0)}{R_1} = \frac{2{,}4}{5} = 0{,}48A$

$I_0 = \frac{E}{R_1+R_2}$ ومنه $R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1$.

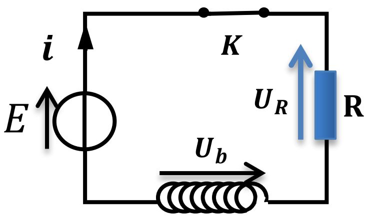
. $R_2 = 25 - 5 = 20\ \Omega$

من البيان $\tau = 5 \times 10^{-3} s$.

$\tau = (R_1 + R_2)C$ ومنه $C = \frac{\tau}{R_1+R_2}$.

. $C = \frac{5\times10^{-3}}{25} = 2 \times 10^{-4} F$

التمرين(6)



1) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار i .

قانون جمع التوترات .

$u_R(t) + u_b(t) = E$. $Ri + ri + L\frac{di}{dt} = E$.

$(R + r)i + L\frac{di}{dt} = E$

$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$ وحيث $\tau = \frac{L}{R+r}$.

. $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$

أثبت ان هذه المعادلة تقبل حل من الشكل $i(t) = A\left(1 - e^{-\beta t}\right)$ حيث A و β ثوابت .

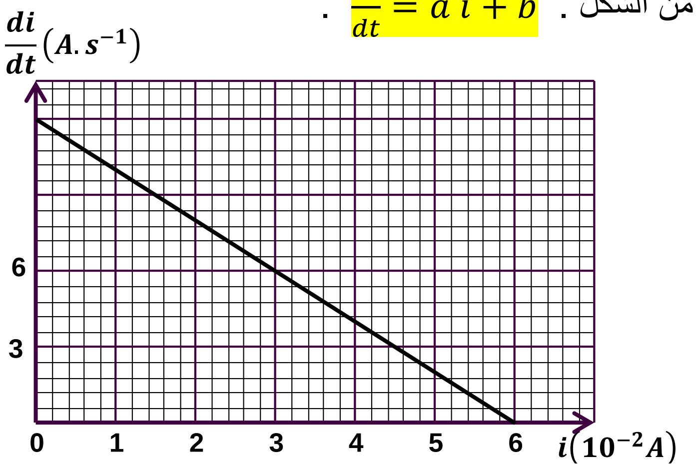
نشتق ونعوض في المعادلة التفاضلية نجد

$A = \frac{E}{R+r}$ و $\beta = \frac{(R+r)}{L}$.

2) يمثل منحنى الشكل(2) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي $\frac{di}{dt} = f(i)$.

- كتابة العبارة البيانية .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل . $\frac{di}{dt} = a\,i + b$.



من البيان $b = 12$.

و يمثل ميل البيان a $a = -\frac{12}{6\times10^{-2}} = -200$

. $\frac{di}{dt} = -200\,i + 12 \dots (1)$

•باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة في السؤال (1) استنتج قيمة كل من الذاتية L و والمقاومة r للوشيعة العلاقة النظرية .

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$$

. $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = -\frac{(R+r)}{L}i + \frac{E}{L} \dots\dots (2)$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$\frac{(R+r)}{L} = 200$ و $\frac{E}{L} = 12$

. $L = \frac{E}{12} = \frac{6}{12} = 0,5H$

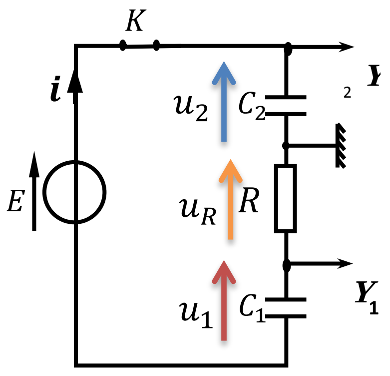
$r = 10\Omega$

عبر بدلالة E ، r ، R عن I_0 شدة التيار في النظام الدائم ثم احسبه .

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{100} = 6\times10^{-2}A$$

التمرين (7)



الشكل-2

1) نبين أن عبارة السعة المكافئة هي من الشكل : $C_e = \frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}$.

المكثفتين مربوطتين على التسلسل ومنه $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ نجد $C_e = \frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}$.

2) نبين أن المعادلة التفاضلية للتوتر $u_2(t)$ بين طرفي المكثفة C_2 هي :

$$\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e}u_2 = \frac{E}{RC_2}$$

المكثفتين مربوطتين على التسلسل معناه $q = q_1 = q_2$.

$q = C_1 \times u_1 = C_2 \times u_2$. ومنه $u_1 = \frac{C_2 \times u_2}{C_1}$.

قانون جمع التوترات : $u_1 + u_2 + u_R = E \ldots \ldots (1)$.

$$\frac{C_2 \times u_2}{C_1} + u_2 + Ri = E$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq_2}{dt} = \frac{dC_2.u_2}{dt} = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$\frac{C_2.u_2}{C_1} + u_2 + RC_2 \frac{du_2}{dt} = E$$

$$\left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right) u_2 + RC_2 \frac{du_2}{dt} = E$$

نجد $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e} u_2 = \frac{E}{RC_2}$.

3) يكتب حل هذه المعادلة على الشكل: $u_2(t) = A\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$. ايجاد عبارتي كل من الثابتين A و λ بدلالة مميزات الدارة .

$\frac{du_2}{dt} = A\lambda e^{-\lambda t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية $A\lambda e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{A}{RC_e} e^{-\lambda t} = \frac{E}{RC_2}$

$A\left(\lambda - \frac{1}{RC_e}\right) e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0$ تكون المعادلة محققة من أجل ($\lambda - \frac{1}{RC_e} = 0$ و $\frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0$)

وبالتالي $\lambda = \frac{1}{RC_e}$ و $A = \frac{C_e.E}{C_2} = \frac{\frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} E}{C_2} = \frac{C_1.E}{C_1 + C_2}$

أ) تحديد المنحنى الذي يمثل $u_2(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_R(t)$ مع التعليل .

المنحنى (2) يمثل $u_R(t)$ و المنحنى (1) يمثل $u_2(t)$. لأن $u_R(t) = R.i(t)$ والتيار متناقص .

تحديد قيمة كل E ثابت الزمن τ .

من البيان $E = 6V$ و $\tau = 5ms$.

ب) استنتاج قيمة كل من $u_2(t)$ و $u_1(t)$ في النظام الدائم .

$u_2(\infty) = 5V$

ومن قانون جمع التوترات $u_1(\infty) + u_2(\infty) + u_R(\infty) = 6$

$u_1(\infty) + 5 + 0 = 6$ ومنه $u_1(\infty) = 1V$.

ج) ايجاد قيمة سعة المكثفة C_1 .

$A = \frac{C_1.E}{C_1 + C_2}$ ومنه $5 = \frac{C_1.6}{C_1 + 2}$ ومنه $C_1 = 10\mu F$.

4) حساب الطاقة المخزنة في الدارة عند نهاية عملية الشحن .

$$E_{C_e}=\frac{1}{2}C_1(1)^2+\frac{1}{2}C_2(5)^2=\frac{1}{2}10.10^{-6}(1)^2+\frac{1}{2}2.10^{-6}(5)^2=3.10^{-5}j$$

التمرين (8)

1) نغلق القاطعة ، وبعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط على القيمة $U=10V$ وإشارة مقياس الأمبير على القيمة $I=0,1A$. بطريقة خاصة وجدنا حينئذاك الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b=1mJ$.

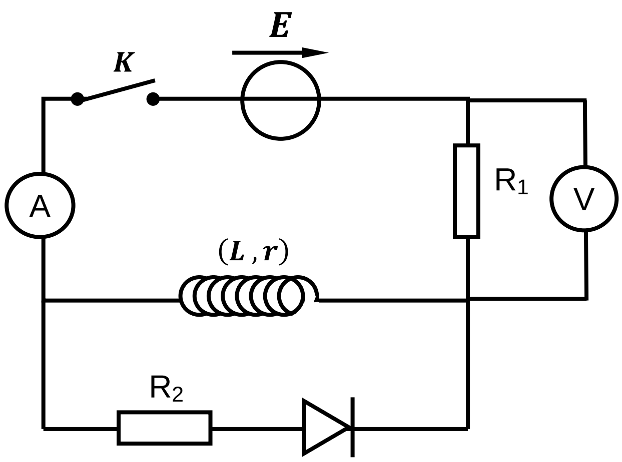
✓ ايجاد قيم كل من R_1 ، r ، L .

$E=12V$ و $I_{max}=0,1A$ (النظام الدائم) .

القيمة $U=10V$ تمثل التوتر بين طرفي R_1 في النظام الدائم .

$U=R_1I_{max}$ وبالتالي $R_1=\frac{U}{I_{max}}$.

$R_1=\frac{10}{0,1}=100\Omega$.



الشكل-1

$I_{max}=\frac{E}{R_1+r}$ وبالتالي $r=\frac{E}{I_{max}}-R_1$.

$r=\frac{12}{0,1}-100=20\Omega$.

ولدينا $E_b=\frac{1}{2}LI_{max}^2$ نجد $L=\frac{2E_b}{I_{max}^2}$.

$L=\frac{2\times1\times10^{-3}}{10^{-2}}=0,2H$.

2) نفتح القاطعة عند اللحظة $t=0$.

أ) المعادلة التفاضلية بدلالة u_2 (التوتر بين طرفي R_2).

قانون جمع التوترات .

$$u_2+u_b=0$$

$$u_2+ri+L\frac{di}{dt}=0 .$$

نضرب طرفي المعادلة في R_2 .

$$R_2u_2+rR_2i+L\frac{dR_2i}{dt}=0 .$$

$$R_2u_2+ru_2+L\frac{du_2}{dt}=0$$

$$L\frac{du_2}{dt}+(R_2+r)u_2=0 .$$

. $\frac{du_2}{dt} + \frac{(R_2+r)}{L}u_2 = 0$

ب) يُعطى حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. عبّر عن τ و A بدلالة مميّزات الدارة.

. $\tau = \frac{L}{R_2+r}$

$A = R_2 I_0$ ومنه . $A = R_2\frac{E}{R_1+r}$

3) بعد فتح القاطعة نمثّل تغيرات الطاقة في الوشيعة بدلالة الزمن .

أ) قيمة R_2 .

$\tau = \frac{L}{R_2+r}$ ومنه . $R_2 = \frac{L}{\tau} - r$

ومن البيان المماس يقطع محور الزمن في اللحظة $\left(t = \frac{\tau}{2}\right)$.

$\frac{\tau}{2} = 0{,}5ms$ ومنه $\tau = 1ms$.

. $R_2 = \frac{0{,}2}{10^{-3}} - 20 = 180\Omega$

ب) قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t = 0$.

$u_b(0) = -R_2 I_0$

. $u_b(0) = -180 \times 0{,}1 = -18V$

ج) شدّة التيار عند اللحظة $t = 0{,}8ms$.

من البيان عند اللحظة $t = 0{,}8ms$ تكون قيمة الطاقة $E_b = 0{,}2mJ$.

$E_b = \frac{1}{2}Li^2$ ومنه . $i = \sqrt{\frac{2E_b}{L}}$

$i = \sqrt{\frac{2\times0{,}2\times10^{-3}}{0{,}2}} = 4{,}47 \times 10^{-2}A$

. $i = 44{,}7mA$

التمرين (9)

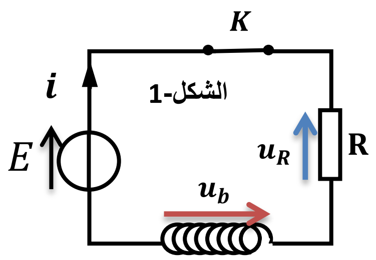
1) المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التوتر الكهربائي $U_R(t)$.

. $u_R(t) + u_b(t) = E$

. $u_R(t) + L\frac{di}{dt} = E$

نضرب طرفي المعادلة في R .

$Ru_R(t) + L\frac{dRi}{dt} = ER$



$. Ru_R(t) + L\frac{du_R(t)}{dt} = ER$

$\tau = \frac{L}{R}$

$. \frac{du_R(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R(t) = \frac{E}{\tau}$

2) تأكد أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

$\frac{du_R(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{\tau}$ ومنه $u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

3) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة $U_b(t)$.

$. u_R(t) + u_b(t) = E$

$. u_b(t) = E - u_R(t)$

$. u_b(t) = E - \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

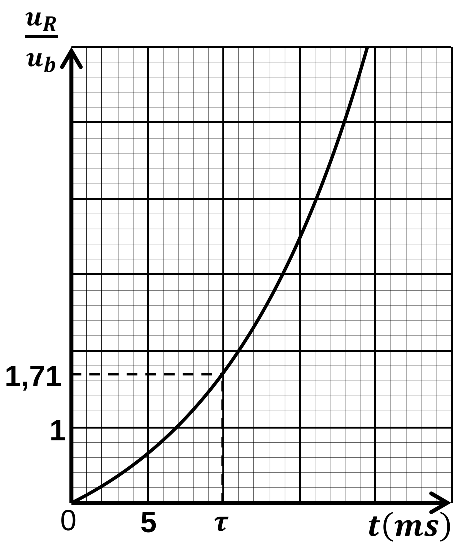
$. u_b(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

4) النسبة $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة τ و t .

$. \frac{u_R(t)}{u_b(t)} = \frac{\mathrm{E}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} = \frac{1}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} - \frac{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$

$. \frac{u_R(t)}{u_b(t)} = e^{\frac{t}{\tau}} - 1$

5) يمثل البيان المعطى تغيرات المقدار $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t .



من البيان مميزات الدارة τ ، L .

$\frac{u_R(\tau)}{u_b(\tau)} = e^{\frac{\tau}{\tau}} - 1 = e^1 - 1 = 2,71 - 1 = 1,71$

عندما $\tau = t$ تكون النسبة $\frac{u_R}{u_b} = 1,71$.

ومن البيان $\tau = 10ms$.

$\tau = \frac{L}{R}$ ومنه $L = \tau \times R$.

$. L = 10^{-2} \times 10 = 0,1H$

. $L = 100mH$

التمرين (10)

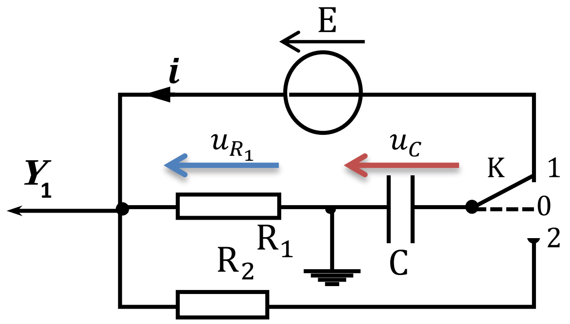
i. نحقق التركيب التجريبي المُمثل في الشكل-4 بواسطة العناصر التالية:

1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم بالأسهم التوترين u_c ، u_{R_1} .

2) بين على الشكل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_{R_1} = f(t)$ (البيان-1).

3) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 تعطى بالعلاقة :

$$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1C}u_{R_1} = 0$$



الشكل-4

قانون جمع التوترات $\mathrm{E} = u_{R_1} + u_C$.

$\mathrm{E} = u_{R_1} + \frac{q}{C}$ باشتقاق الطرفين $0 = \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt}$.

$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$ بضرب طرفي المعادلة في R_1 .

$R_1\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}R_1 i = 0$. أي $R_1\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}u_{R_1} = 0$

ومنه $\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1C}u_{R_1} = 0$.

4) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل: $u_{R_1(t)} = Ae^{-\frac{1}{B}t}$. جد عبارة كل من : A و B .

$\frac{du_{R_1}}{dt} = -\frac{A}{B}e^{-\frac{1}{B}t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\frac{A}{B}e^{-\frac{1}{B}t} + \frac{1}{R_1C}Ae^{-\frac{1}{B}t} = 0$$

$\left(\frac{1}{R_1C} - \frac{1}{B}\right)Ae^{-\frac{1}{B}t} = 0$ ومنه $\left(\frac{1}{R_1C} - \frac{1}{B}\right) = 0$.

. $B = R_1C$

من الشروط الابتدائية $u_{R_1}(0) = \mathrm{E}$ نجد $A = E$.

وبالتالي $u_{R_1}(t) = Ee^{-\frac{1}{R_1C}t}$

5) المدلول الفيزيائي للمقدار B وما وحدته في الجملة الدولية؟علل .

هو ثابت الزمن τ وهو الزمن اللازم لشحن المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية.

$$\tau = RC$$

$$[\tau] = [R][C]$$

$u = RI$ وبالتالي $[R] = \frac{[u]}{[I]}$.

لدينا $q = It$ و $q = Cu$

$Cu = It$ ومنه $[C] = \frac{[I][t]}{[u]}$.

$$[\tau] = \frac{[u]}{[I]}\frac{[I][t]}{[u]} = [t]$$

إذن للمقدار $\tau = RC$ بعد زمني ووحدته الثانية s .

6) حساب كل من : E، ثابت الزمن τ_1 ، C .

من البيان $E = 6V$.

$$u_{R_1}(\tau_1) = 0{,}37E = 2{,}22V$$

$$\tau_1 = 10ms$$

$\tau_1 = R_1C$ ومنه $C = \frac{\tau_1}{R_1}$.

$$C = \frac{10\times10^{-3}}{100} = 10^{-4}F$$.

7) حساب قيمة الطاقة المخزنة في النظام الدائم .

$E_C = \frac{1}{2}CE^2$.

$$E_C = \frac{1}{2}\times 10^{-4}\times 6^2 = 1{,}8\times 10^{-3}j$$

ii. نضع البادلة في الوضع (2) بدءا من لحظة زمنية نعتبرها مبدأ للزمن $t = 0\,s$.

1) يحدث للمكثفة تفريغ .

2) المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_c(t)$.

قانون جمع التوترات .

$$u_C(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = 0$$

$$u_C(t) + R_1i + R_2i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2)i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2)C\frac{du_C(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}u_C(t) = 0$$.

3) بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t) = Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$-\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t} + \frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t} = 0 .$$

وبالتالي المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t) = Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

4) البيان-2 يمثل $\ln u_C = f(t)$.

أ) العلاقة البيانية .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$\ln u_C = at + b$ حيث a هو ميل البيان

$$a = -\frac{1{,}791}{28{,}66\times10^{-3}} = -62{,}5 .$$

$$\ln u_C = -62{,}5t + 1{,}791$$

ب) العلاقة النظرية لـ $\ln u_C$ بدلالة : E, C, R_1, R_2, t .

$$u_c(t) = Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$\ln u_C = -\frac{1}{(R_1+R_2)C}t + \ln E$$

ج) أحسب قيمة المقاومة R_2 وتأكد من قيمة التوتر بين طرفي المولد E .

بالمطابقة بين العلاقة البيانية و العلاقة النظرية نجد .

$$\frac{1}{(R_1+R_2)C} = 62{,}5 .$$

$$R_2 = \frac{1}{62{,}5\times C} - R_1$$

$$R_2 = \frac{1}{62{,}5\times10^{-4}} - 100 = 60\Omega .$$

ولدينا $\ln E = 1{,}791$

$$E = e^{1{,}791} = 6V .$$

د) مقارنة بين قيمتي ثابتي الزمن τ_1(دارة الشحن)و τ_2 (دارة التفريغ).

$$\tau_2 = (R_1 + R_2)C = 160 \times 10^{-4} = 16 \times 10^{-3}s$$

$$\tau_2 = 16ms .$$

$$\tau_2 > \tau_1$$

<u>التمرين (11)</u>

1) المنحنى الذي يمثل $u_{R_1}(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_{PN}(t)$.

المنحنى (1) هو الذي يمثل $u_{PN}(t)$.

المنحنى (2) هو الذي يمثل $u_{R_1}(t)$.

2) تحديد قيمة I_0 شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .

في النظام الدائم $R_1 I_0 = 10$

ومنه $I_0 = \frac{10}{R_1} = \frac{10}{40} = 0{,}25A$.

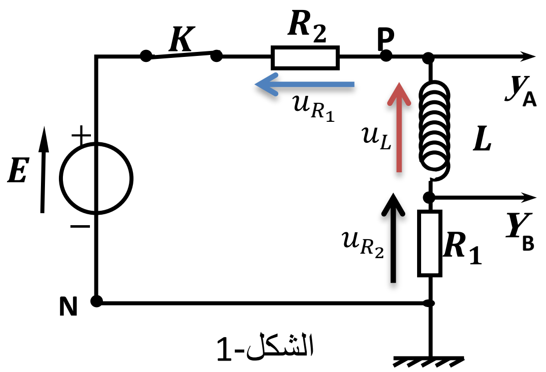
3) تحقق أن المقاومة R_2 هي $R_2 = 8\Omega$.

في النظام الدائم $u_{PN} = E - R_2 I_0 = 10V$.

$R_2 = \frac{E-10}{I_0} = \frac{2}{0{,}25} = 8\Omega$.

4) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .

قانون جمع التوترات



الشكل-1

$u_L(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = E$.

$L\frac{di}{dt} + R_1 i + R_2 i = E$.

$$L\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1+R_2)}{L} i = \frac{E}{L}$$

5) حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $i(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. أوجد عبارة كل من A و τ ثابت الزمن .

$\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1+R_2)}{L} A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$.

$$\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1+R_2)}{L}\right) A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1+R_2)}{L} A - \frac{E}{L} = 0$$

يجب ان يتحقق $\left(\frac{(R_1+R_2)}{L} A - \frac{E}{L} = 0\right)$ و $\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1+R_2)}{L} = 0\right)$

$\left(A = \frac{E}{R_1+R_2}\right)$ و $\left(\tau = \frac{L}{R_1+R_2}\right)$.

6) حساب قيمة ثابت الزمن τ .

من البيان $\tau = 3ms$.

7) قيمة ذاتية الوشيعة L.

$. L = \tau \times (R_1 + R_2)$

$. L = 3 \times 10^{-3} \times 48 = 144 \times 10^{-3} H$

8) الطاقة المخزنة في الوشيعة في اللحظة $. t = \frac{\tau}{2}$

$. E_L(t) = \frac{1}{2} L i^2$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right)^2$$

$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{\frac{\tau}{2}}{\tau}} \right) \right)^2$$

$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}} \right) \right)^2$$

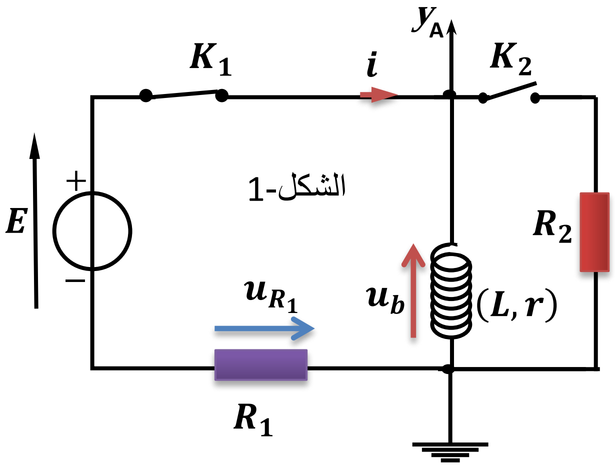
$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2} \times 144 \times 10^{-3} \times \left(0{,}25 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}} \right) \right)^2$$

التمرين (12)

نترك القاطعة K_2 مفتوحة ، ونغلق القاطعة K_1 في اللحظة $. t = 0$

1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

قانون جمع التوترات



$. u_b + u_{R_1} = E$

$$u_b = ri + L\frac{di}{dt}$$

$$. ri + L\frac{di}{dt} + R_1 i = E$$

$$L\frac{di}{dt} + (R_1 + r)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1 + r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

2) حل المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{1}{\alpha}t}$ ، حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\alpha} e^{-\frac{1}{\alpha}t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\frac{B}{\alpha}e^{-\frac{1}{\alpha}t}+\frac{(R_1+r)}{L}\left(A+Be^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)=\frac{E}{L} .$$

$$\left(\frac{(R_1+r)}{L}-\frac{1}{\alpha}\right)Be^{-\frac{1}{\alpha}t}+\frac{(R_1+r)}{L}\mathrm{A}-\frac{E}{L}=0$$

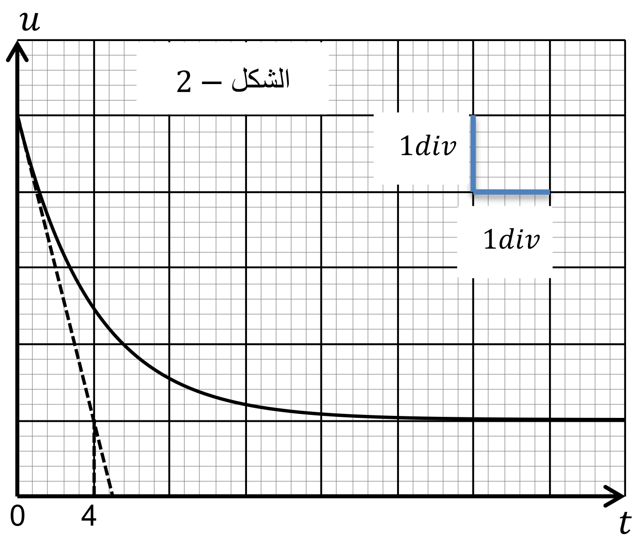
يجب ان يتحقق $\left(\frac{(R_1+r)}{L}\mathrm{A}-\frac{E}{L}=0\right)$ و $\left(\frac{(R_1+r)}{L}-\frac{1}{\alpha}=0\right)$

$\left(\mathrm{A}=\frac{E}{R_1+r}\right)$ و $\left(\alpha=\frac{L}{R_1+r}\right)$.

من الشروط الابتدائية $i(0)=0$ نجد $\left(B=-\mathrm{A}=-\frac{E}{R_1+r}\right)$.

3) المدلول الفيزيائي للثابت α . أوجد قيمته من البيان .

هو ثابت الزمن τ .



من البيان $\tau=4ms$.

4) حساب قيمة r مقاومة الوشيعة .

$$I_0=\frac{E}{R_1+r}$$

من البيان $rI_0=2\mathrm{V}$

$$E=10\mathrm{V}$$

$$E=R_1I_0+rI_0$$

$$R_1I_0=E-rI_0=10-2=8\mathrm{V}$$

$$I_0=\frac{8}{200}=4\times10^{-2}A .$$

$$r=\frac{E}{I_0}-R_1=\frac{10}{4\times10^{-2}}-200=50\Omega .$$

5) القيمة العظمى للطاقة المخزنة في الوشيعة .

$E_{bmax}=\frac{1}{2}LI_0^2$ ولدينا $L=\tau(R_1+r)$.

$$E_{bmax}=\frac{1}{2}\tau(R_1+r)I_0^2 .$$

$$E_{bmax}=\frac{1}{2}\times4\times10^{-3}\times250\times(4\times10^{-2})^2 .$$

$$E_{bmax}=8\times10^{-4}J .$$

6) بين أن اللحظة t التي تكون فيها الوشيعة قد خزنت نصف طاقتها الأعظمية تعطى بالعلاقة :
$t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$. تأكد من هذه اللحظة مستعينا بالبيان .

$i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)$.

$$E_b(t) = \frac{1}{2}L\big(i(t)\big)^2$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2}L\left(I_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)\right)^2$$

$E_b(t) = \frac{1}{2}LI_0^2\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$E_b(t) = E_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$\frac{E_0}{2} = E_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$$\frac{1}{2} = \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}$. ومنه $e^{-\frac{1}{\alpha}t} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه $e^{-\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$.

$e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ وبالتالي $e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

$e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{2}{2-\sqrt{2}}$ ومنه $\frac{1}{\alpha}t = \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.

$t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.

تفتح القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$ التي تغلق فيها القاطعة K_2 .

مثلنا في الشكل 3- تغيرات الطاقة المغناطيسية في الوشيعة بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.

1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .
$u_b + u_{R_2} = 0$.

$$u_b = ri + L\frac{di}{dt}$$

$$. \; ri + L\frac{di}{dt} + R_2 i = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + (R_2 + r)i = 0$$

$$. \; \frac{di}{dt} + \frac{(R_2+r)}{L} i = 0$$

2) بين ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$.

$$\frac{di}{dt} = -\beta \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$$

$$-\beta \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t} + \frac{(R_2+r)}{L} \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t} = 0$$

ومنه هو حل المعادلة التفاضلية حيث $\beta = \frac{(R_2+r)}{L}$.

3) بيّن أن المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في $t' = \frac{1}{2\beta}$.

معادلة المماس .

$$E_b(t) = \left(\frac{dE_b(t)}{dt}\right)_{t=0} t + E_b(0)$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}\right)^2$$

$$. \; E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^{-2\beta t}$$

$$. \; \frac{dE_b(t)}{dt} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^{-2\beta t}$$

$$\left(\frac{dE_b(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^0 = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2$$

$$. \; E_b(t) = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 t + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2$$

لما المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن يكون $E_b(t') = 0$

$$. \; -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 t' + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 = 0$$

$\beta t' = \frac{1}{2}$.

ومنه $t' = \frac{1}{2\beta}$.

4) حساب قيمة β .

من البيان $t' = 2{,}5ms$.

$$\beta = \frac{1}{2t'} = \frac{1}{2\times2{,}5\times10^{-3}} = 200s^{-1}$$

5) احسب قيمة R_2 .

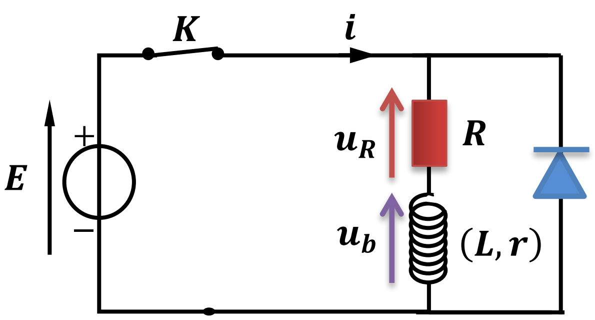
$$\beta = \frac{(R_2+r)}{L}$$

$$R_2 = \beta L - r$$

$$R_2 = 200 \times 4 \times 10^{-3} \times 250 - 50$$.

$R_2 = 150\Omega$.

<u>التمرين (13)</u>



1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

أ) بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار ومختلف التوترات الكهربائية.

ب) بيّن أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_b بين طرفي الوشيعة تعطى بالعلاقة: $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$.

لدينا $u_b = ri + L\frac{di}{dt} \ldots\ldots (1)$.

$$u_R = Ri$$

قانون جمع التوترات

$$u_b + u_R = E$$

$$u_b + Ri = E \ldots\ldots (2)$$

من (2) نجد $i = \frac{E-u_b}{R}$. نشتق هذه العلاقة الأخيرة

$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_b}{dt}$ نعوض في العلاقة (1) .

$$u_b = r\left(\frac{E-u_b}{R}\right) + L\left(-\frac{1}{R}\frac{du_b}{dt}\right)$$

نجد $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$.

ج) حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $u_b(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$$

$\frac{du_b}{dt} = -\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$-\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{rE}{L}$.

$\left(\frac{B}{\tau} - \frac{B}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0$ وبالتالي $\frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0$

ومنه $A = \frac{\tau rE}{L}$ ولدينا $\tau = \frac{L}{R+r}$

نجد $A = \frac{rE}{R+r} = rI_0$.

من الشروط الابتدائية $u_b(0) = E$ نجد $A + B = E$

$B = E - A = I_0(R+r) - rI_0$ حيث $E = I_0(R+r)$.

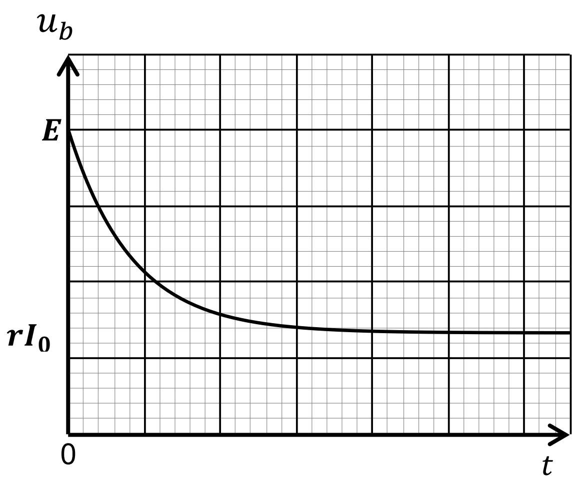
$B = RI_0$.

ويصبح خل المعادلة التفاضلية $u_b(t) = rI_0 + RI_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

د) مثل كيفيا البيان $u_b(t)$.

$u_b(0) = E$.

$u_b(\infty) = rI_0$.



2) يمثل بيان (الشكل-2) المنحنى : $-\frac{du_b}{dt} = f(t)$

أ) جد قيم كل من E و r و L .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

$$-\frac{du_b}{dt} = au_b + b$$

$a = \frac{10000}{8} = 1250s^{-1}$ (ميل البيان).

$$-\frac{du_b}{dt} = 1250u_b - 2500 \ldots (1)$$

العلاقة النظرية نجدها من المعادلة التفاضلية

$$-\frac{du_b}{dt} = \frac{1}{\tau}u_b - \frac{rE}{L} \ldots . (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد .

$\frac{1}{\tau}=1250$ و $b=-\frac{rE}{L}=-2500$.

$\tau=8\times10^{-4}s$ و $E=10V$.

$\frac{rE}{L}=2500$

$\tau=\frac{L}{R+r}=8\times10^{-4}s$

نجد ان $r=25\Omega$ و $L=0{,}1H$.

ب) حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t=4ms$

$t=4ms=5\tau$ النظام الدائم وبالتالي $i=I_0=\frac{E}{R+r}$

$$I_0=\frac{E}{R+r}=\frac{10}{125}=0{,}08A$$

$$E_b=\frac{1}{2}LI_0^2=3{,}2\times10^{-4}J$$

التمرين (14)

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار i(t):

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t)+U_R(t)=E$ و حسب قانون أوم : $U_R(t)=Ri(t)$

و لدينا كذلك : $i(t)=C\frac{dU_C}{dt}\Rightarrow\frac{dU_C}{dt}=\frac{1}{C}i(t)$

و بعملية الاشتقاق لقانون جمع التوترات:

$$\frac{dU_C}{dt}+R\frac{di}{dt}=0\Rightarrow\frac{1}{C}i(t)+R\frac{di}{dt}=0\Rightarrow\boxed{\frac{di}{dt}+\frac{1}{RC}i(t)=0}$$

2) عبارة كل من A و τ بدلالة ثوابت الدارة :لدينا حل المعادلة التفاضلية : $i(t)=Ae^{-t/\tau}$ و منه : $\frac{di}{dt}=-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

بتعويض عبارة كل من i(t) و $\frac{di}{dt}$ في المعادلة التفاضلية : $-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{1}{RC}Ae^{-t/\tau}=0\Rightarrow\left(\frac{1}{RC}-\frac{1}{\tau}\right)Ae^{-t/\tau}=0$

و منه : $\boxed{\tau=RC}$ من الشروط الابتدائية : $U_C(0)=0$ و منه:

$U_C(0)+RI_0=E\Rightarrow0+RI_0=E\Rightarrow I_0=\frac{E}{R}$ و عند $t=0s$ لدينا حسب الحل : $i(0)=I_0=A$ و منه $\boxed{A=\frac{E}{R}}$

3) عبارة U_C بدلالة الزمن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$U_C=E-U_R=E-Ri(t)=E-R\frac{E}{R}e^{-t/RC}\Rightarrow\boxed{U_C=E(1-e^{-t/RC})}$$

4) تعيين ثابت الزمن τ :

عند $t=\tau$ لدينا $i=0{,}37I_0$ و منه $\boxed{\tau=0{,}1ms}$

لدينا : $$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,1\times10^{-3}s}{100\Omega} \Rightarrow \boxed{C = 10^{-6}F}$$

5- تبيان العلاقة $\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$:

$$E_C(\tau) = \frac{1}{2}CU_C^2(\tau) = \frac{1}{2}C\left(E(1-e^{-\tau/RC})\right)^2 = \frac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2$$

$$E_{0C} = \frac{1}{2}CE^2$$

$$\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = \frac{\frac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2}{\frac{1}{2}CE^2} = (1-e^{-1})^2 = (1-\frac{1}{e})^2 = (\frac{e-1}{e})^2 \Rightarrow \boxed{\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = 40\%}$$

التمرين (15)

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

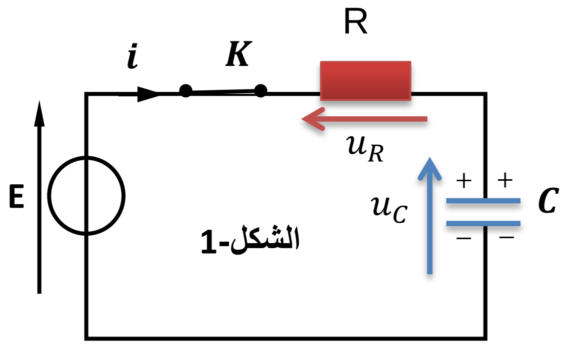
قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$u_C(t) + Ri(t) = E \; .$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + C\frac{du_C(t)}{dt} = E \; .$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC} \; .$$



2) حل المعادلة من الشكل $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حيث A و B. و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha Be^{-\alpha t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\alpha Be^{-\alpha t} + \frac{1}{RC}(A + Be^{-\alpha t}) = \frac{E}{RC}$$

$\left(\frac{1}{RC} - \alpha\right)Be^{-\alpha t} + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حلا للمعادلة التفاضلية

يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{RC} - \alpha = 0\right)$ و $\left(\frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0\right)$.

وبالتالي $\left(\alpha = \frac{1}{RC}\right)$ و $(A = E)$.

من الشروط الابتدائية $u_C(0) = 0$ لأن المكثفة كانت فارغة .

$u_C(0) = A + B = 0$ ومنه $(B = -E)$.

يصبح حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$.

حيث $\tau = RC$.

3) بين أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

معادلة المماس عند $t = 0$.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{d^2u_C(0)}{dt^2}t + \frac{du_C(0)}{dt}$$

$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}t}$ ومنه $\frac{du_C(0)}{dt} = \frac{E}{\tau}$.

$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2}e^{-\frac{1}{\tau}t}$ ومنه $\frac{d^2u_C(0)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2}$.

معادلة المماس $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau}$

لما يقطع المماس محور الزمن يكون $\frac{du_C(t)}{dt} = 0$

$-\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau} = 0$ وبالتالي $\frac{E}{\tau^2}t = \frac{E}{\tau}$ ومنه $\frac{t}{\tau} = 1$.

المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

4) من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

$\tau = 50 \times 10^{-3}s$.

5) ايجاد قيمة R . والشدة العظمى لتيار الشحن .

$\tau = RC$ ومنه $R = \frac{\tau}{C}$.

$R = \frac{50\times10^{-3}}{500\times10^{-6}} = 100\Omega$.

الشدة العظمى لتيار الشحن .

$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$. I_0 = C\frac{du_C(0)}{dt}$

من البيان $\frac{du_C(0)}{dt} = 120V/s$

$I_0 = 500 \times 10^{-6} \times 120$

$. I_0 = 6 \times 10^{-2} A$

6) ايجاد قيمة E .

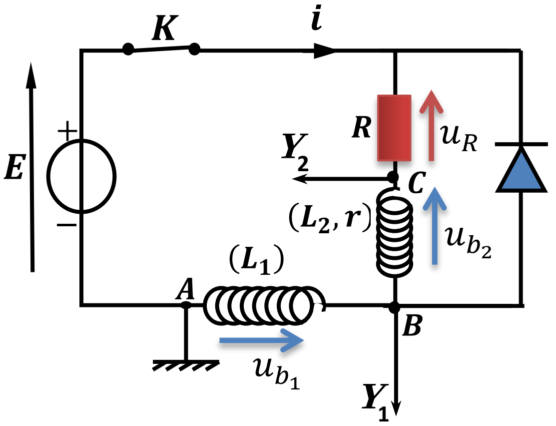
$I_0 = \frac{E}{R}$ وبالتالي $E = I_0 \times R$.

$. E = 6 \times 10^{-2} \times 100 = 6V$

التمرين(16)

1) أثبت أن المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$ تكتب بالشكل.

$. \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}$



قانون جمع التوترات .

$u_R + u_{b_1} + u_{b_2} = E$

$u_R = Ri$ ، $u_{b_1} = L_1\frac{di}{dt}$ ، $u_{b_2} = ri + L_2\frac{di}{dt}$.

$. Ri + L_1\frac{di}{dt} + ri + L_2\frac{di}{dt} = E$

$. (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} + (R + r)i = E$

$. \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}$

2) حل المعادلة من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث. A و B. و τ ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية

$-\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L_1+L_2}\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L_1+L_2}$

$\left(\frac{R+r}{L_1+L_2} - \frac{1}{\tau}\right)Be^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L_1+L_2}A - \frac{E}{L_1+L_2} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حلا للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\frac{R+r}{L_1+L_2} - \frac{1}{\tau} = 0\right)$ و $\left(\frac{R+r}{L_1+L_2}A - \frac{E}{L_1+L_2}\right)$.

وبالتالي $\left(\tau = \frac{L_1+L_2}{R+r}\right)$ و $\left(A = \frac{E}{R+r}\right)$.

من الشروط الابتدائية $i(0) = 0$ لأن المكثفة كانت فارغة .

$i(0) = A + B = 0$ ومنه $\left(B = -\frac{E}{R+r}\right)$.

$i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

حيث $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

3) المدلول الفيزيائي للثابت τ ثم استنتج قيمته.

هو ثابت الزمن أي الزمن اللازم لبلوغ التيار 63% من قيمته الأعظمية .

من البيان $\tau = 40ms$.

4) حساب قيمة I_0 الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة

من بيان الشكل $rI_0 = 2\text{V}$

$E = (R + r)I_0 = RI_0 + rI_0$.

$6 = RI_0 + 2$ ومنه $RI_0 = 4\text{V}$.

$I_0 = \frac{4}{10} = 0{,}4\ A$.

5) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_1 .

$u_{b_1} = L_1 \frac{di}{dt}$ و $i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

$u_{b_1}(t) = L_1 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

6) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_2 .

$u_{b_2} = ri + L_2 \frac{di}{dt}$.

$u_{b_2}(t) = rI_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + L_2 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

7) أوجد قيم المقادير r و L_1 و L_2 .

$rI_0 = 2\text{V}$.

$r = \frac{2}{0{,}4} = 5\Omega$.

$u_{b_1}(t) = L_1 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ من بيان (الشكل-3) نجد أن $L_1 \frac{I_0}{\tau} = 2\text{V}$.

$L_1 = \frac{\tau}{I_0} \times 2 = \frac{40\times10^{-3}\times2}{0{,}4} = 200 \times 10^{-3} H$.

ولدينا $\tau = \frac{L_1+L_2}{R+r}$

. $L_2 = (R+r)\tau - L_1$

. $L_2 = 15 \times 40 \times 10^{-3} - 200 \times 10^{-3} = 400 \times 10^{-3} H$

نفتح القاطعة K في لحظة زمنية نعتبرها $t = 0$.

1) المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$.

$$u_R + u_{b_2} = 0$$

. $Ri + ri + L_2\frac{di}{dt} = 0$

. $L_2\frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$

. $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_2}i = 0$

2) قيمة τ_2 في هذه الحالة .

$\tau_2 = \frac{L_2}{R+r}$.

. $\tau_2 = \frac{400\times10^{-3}}{15} = 2{,}66 \times 10^{-2}s$

3) قيمة الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة في الناقل الأومي عند اللحظة $t = \tau_2$.

الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

$$E_{bmax} = \frac{1}{2}L_2I_0^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0{,}4)^2 = 3{,}2 \times 10^{-2}J$$

عند $t = \tau_2$ يكون $i = 0{,}37I_0$ وبالتالي تكون الطاقة المتبقية .

$$E_b = \frac{1}{2}L_2i^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0{,}37 \times 0{,}4)^2 = 4{,}4 \times 10^{-3}J$$

الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة .

. $E_e = E_{bmax} - E_b = 3{,}2 \times 10^{-2} - 4{,}4 \times 10^{-3} = 2{,}76 \times 10^{-2}J$

التمرين(17)

1) النظامين الذين يبرزهما كل منحنى مع تسمية كل نظام .

نظام انتقالي ونظام دائم .

2) المعادلة التفاضلية التي يحققها كل منحنى هي $\frac{di}{dt}+\frac{R+r}{L}i=\frac{E}{L}$. بين أن الشدة $i(t)$ تأخذ في أحد النظامين قيمة قصوى $I_0=\frac{E}{R+r}$.

في النظام الدائم

$\frac{dI_0}{dt}+\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ وحيث $\frac{dI_0}{dt}=0$.

$\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ ومنه $(R+r)I_0=E$ وبالتالي $I_0=\frac{E}{R+r}$.

3) أتمم الجدول التالي مع التعليل .

كل ما زادت R نقص I_0 .

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق	(3)	(2)	(1)

4) باستغلال المنحنى (2) حدد قيمة r .

$I_0=100mA$ و $R=90\Omega$. ولدينا $I_0=\frac{E}{R+r}$.

$r=\frac{E}{I_0}-R=\frac{10}{10^{-1}}-90=10\Omega$.

5) يعطى ثابت الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة $\tau=\frac{L}{R+r}$. بين بالتحليل البعدي أن بعد τ هو الزمن .

اذا اعتبرنا وشيعة مثالية $U=L\frac{di}{dt}$ و $\tau=\frac{L}{R}$.

$$[\tau]=\frac{[L]}{[R]}$$

$[L]=\frac{[U][t]}{[i]}$ ومن قانون أوم $U=Ri$

$[R]=\frac{[U]}{[i]}$ ومنه $[\tau]=\frac{[U][t]}{[i]}\frac{[i]}{[U]}=[t]$.

ومنه ل τ بعد زمني وهو الثانية s .

6) حدد قيمة L.

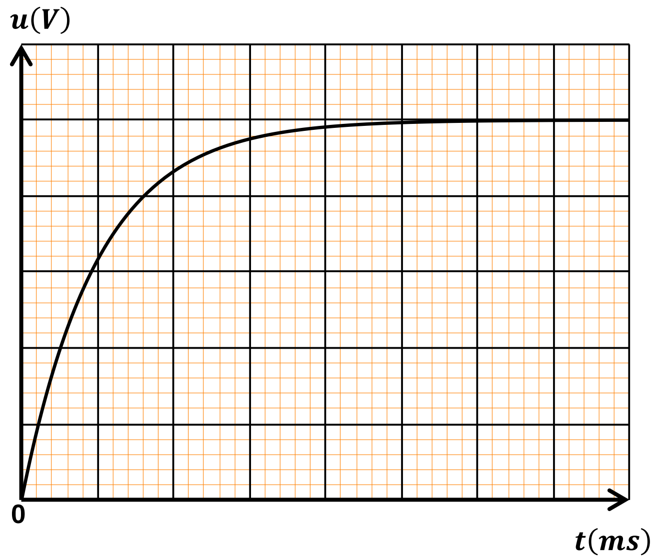
$\tau=\frac{L}{R+r}$ وبالتالي $L=\tau(R+r)$.

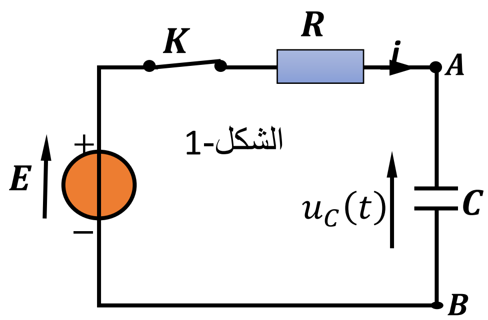
باستغلال المنحنى (2) $\tau=10ms$.

$L=10^{-2}\times(100)=1H$

التمرين(1)

لدراسة استجابة ثنائي قطب RC لرتبة صاعدة للتوتر ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل(1) بعد تفريغ المكثفة ، نغلق قاطع التيار K في اللحظة $t = 0$. نعطي : $R = 50\Omega$.





1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.

2) أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

3) تحقق أن $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل2 .

أ) حدد بيانيا التوتر E .

ب)حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.

نعطي: الحساسية الشاقولية : $2V/div$ ، الحساسية الأفقية : $10ms/div$.

5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .

أ) عين بيانيا t_1 و t_2

ب) استنتج زمن الصعود (temps de montée) : $t_m = t_2 - t_1$.

6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC.\ln 9$.

7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

التمرين(2)

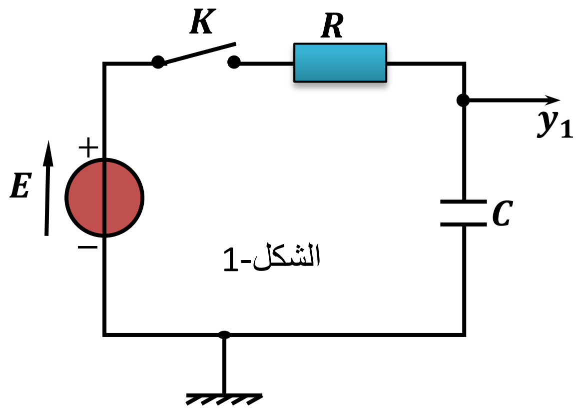
ننجز التركيب التجريبي الموضح في الشكل التالي و المتكون من:

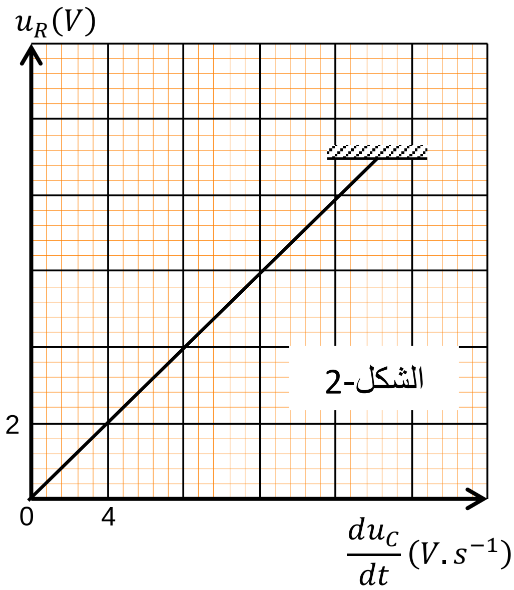
مولد للتوتر الكهربائي ، قوته المحركة E .

مكثفة سعتها $C = 49,4\mu F$.

ناقل أومي مقاومته R .

قاطعة K .





نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟

2) مثل على دارة (الشكل-1) منحى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_C بين طرفي المكثفة و u_R بين طرفي الناقل الأومي .

3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B\, e^{-\alpha.t}$.

أ) حدد عبارة كلا من A ، B و α .

ب)باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة α في النظام العالمي للوحدات.

5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :

أ) ثابتة الزمن τ .

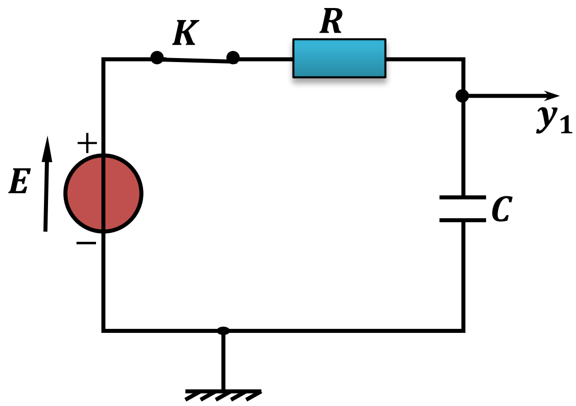
ب)القوة المحركة للمولد E .

ج) مقاومة الناقل الأومي R .

الحل

التمرين(1)

1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.



2) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$u_C(t) + Ri(t) = E \ .$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E \ .$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC} \ .$$

3) تحقق أن $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} \ .$$

$$\frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{1}{RC}E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RC}E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E}{RC}$$

ومنه $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل2 .

أ) حدد بيانيا التوتر E .

$$E = 10V$$

ب) حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.

$$u_C(\tau) = 0{,}63E = 6{,}3V$$

من البيان $\tau = 10ms$.

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-2}}{50} = 2 \times 10^{-4}F \; .$$

5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .

عين بيانيا t_1 و t_2 .

$u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = 1V$ تقابلها $t_1 = 1ms$.

$u_C(t_1) = \frac{90}{100}E = 9V$ تقابلها $t_2 = 23ms$.

استنتج زمن الصعود (temps de montée) : $t_m = t_2 - t_1$.

$$t_m = t_2 - t_1 = 23 - 1 = 22ms$$

6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC.ln9$.

$$u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = E\left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right) \; .$$

$$\frac{10}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$0{,}1 = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$e^{-\frac{t_1}{RC}} = 0{,}9 \; .$$

$$-\frac{t_1}{RC} = \ln 0{,}9$$

$$t_1 = -RC \ln 0{,}9 \; .$$

$$u_C(t_2) = \frac{90}{100}E = E\left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right) \; .$$

$$\frac{90}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right)$$

نجد $t_2 = -RC \ln 0{,}1$.

$$t_m = t_2 - t_1 = -RC\ln 0{,}1 + RC\ln 0{,}9 = RC\ln\frac{0{,}9}{0{,}1}$$

. $t_m = RC.\ln 9$

7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

$$t_m = RC.\ln 9$$

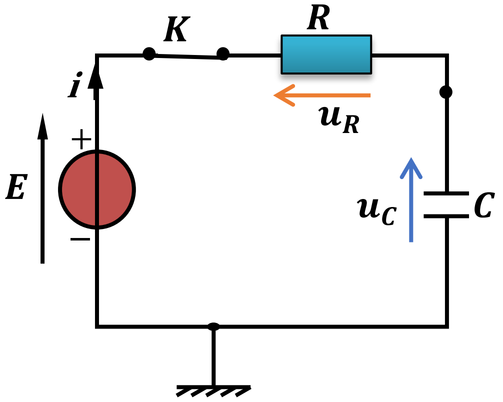
. $C = \frac{t_m}{R.\ln 9} = \frac{22\times10^{-3}}{50\times2{,}2} = 2\times10^{-4}F$ نتحصل على نفس القيمة .

التمرين(2)

1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟

الظاهرة التي تحدث هي شحن المكثفة .

2) مثل على دارة (الشكل-1) منحى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_Cبين طرفي المكثفة و u_Rبين طرفي الناقل الأومي



3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

. $u_C(t) + Ri(t) = E$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

. $u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E$

. $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}$

4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B\,e^{-\alpha.t}$.

حدد عبارة كلا من A ، B و α .

. $\frac{du_C(t)}{dt} = -B.\alpha.e^{-\alpha.t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد .

$$-B.\alpha.e^{-\alpha.t} + \frac{1}{RC}(A + B\,e^{-\alpha.t}) = \frac{E}{RC}$$

$$\left(\frac{1}{RC} - \alpha\right)B\,e^{-\alpha.t} + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$$

$A = E$ ، $\alpha = \frac{1}{RC}$.

من الشروط الابتدائية نجد $B = -E$.

5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :

أ) ثابتة الزمن τ .

العلاقة النظرية بين u_R و $\frac{du_C}{dt}$.

$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E}{\tau}$.

$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E}{\tau}$ ولدينا $u_C + u_R = E$ ومنه $u_C = E - u_R$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}(E - u_R) = \frac{E}{\tau}$$

نجد $u_R = \tau\frac{du_C}{dt}$.

العلاقة البيانية البيان هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$u_R = a\frac{du_C}{dt}$ حيث a ميل البيان . $a = 0.5$.

$a = 0.5$. ومنه $u_R = 0{,}5\frac{du_C}{dt}$.

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والبيانية نجد . $\tau = 0.5s$

ب) القوة المحركة للمولد E . $E = 9V$

ج) مقاومة الناقل الأومي R .

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}5}{49{,}4\times10^{-6}} = 10{,}1\times10^{3}\Omega$$

التمرين (1)

تتميز المحاليل المائية بأهمية بالغة في مجال الكيمياء، واعتبارا لطبيعتها الحمضية أو القاعدية أو المؤكسدة أوالمرجعة يمكن توظيفها في مجالات عدة منها مجال الصناعة .فحمض الميثانويك $HCOOH$ المعروف بحمض النمل يستعمل مثلا في الدباغة.

نتوفر في مختبر الكيمياء على محلول مائي (S) $HCOOH(aq)$ حجمه V وتركيزه المولي $C = 1,0 \times 10^{-3} mol/L$. أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة $pH = 3,46$.

1) أعط تعريف الحمض حسب برونشتد.
2) أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل حمض الميثانويك $HCOOH(aq)$ مع الماء .
3) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل باستعمال المقادير V و C والتقدم x والتقدم x_f عند حالة التوازن.
4) عبر عن τ_f نسبة التقدم النهائي للتفاعل الحاصل بدلالة : C و $[H_3O^+(aq)]_f$.
5) أحسب قيمة τ_f . ماذا تستنتج؟
6) أثبت أن عبارة $Q_{r,f}$ كسر التفاعل عند حالة توازن المجموعة الكيميائية يكتب كما يلي $Q_{r,f} = \frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}$
7) استنتج قيمة K_a ثابت الحموضة للثنائية $(HCOOH(aq) / HCOO^-(aq))$.

التمرين (2)

نعتبر محلولا مائيا لحمض النمل $HCOOH$ تركيزه $C = 3 \times 10^{-2} mol/L$

نقيس pH هذا المحلول عند درجة الحرارة $25°C$ فنجد $pH = 2,65$

1) أكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند إذابة هذا الحمض في الماء.
2) حدد التراكيز المولية الفعلية للأنواع الكيميائية المتواجدة في هذا المحلول.
3) استنتج قيمة ثابت الحموضة K_A والثابتة pk_A للثنائية $HCOOH/HCOO^-$
4) نمزج محلول حمض النمل ومحلول ميثانوات الصوديوم $HCOONa$ ، ونقيس pH الخليط فنحصل على $pH = 6,5$.

عين معللا جوابك النوع الكيميائي الغالب للثنائية أساس / حمض في هذا الخليط.

التمرين (3)

نعتبر محلول حمض البنزويك C_6H_5COOH تركيزه $C = 5 \times 10^{-3} mol/L$ ناقليته $G = 2,03 \times 10^{-4}\ S$ عند إستعمال خلية قياس أبعادها $(S = 1cm^2 ; L = 1cm)$.

1) أكتب معادلة التفاعل .
2) أنشئ جدول التقدم لهذا التفاعل .
3) أوجد تراكيز الأفراد الموجودة في المحلول .
4) أحسب قيمة نسبة التقدم النهائي τ .
5) أحسب K قيمة ثابتة التوازن لهذا التفاعل .

نعطي : $\lambda_{C_6H_5COO^-} = 3,23.10^{-3}\ S.m^2/mol$ ، $\lambda_{H_3O^+} = 35.10^{-3} S.m^2/mol$.

التمرين (4)

تحمل لصيقة قارورة حمض النتريك المتوفرة في المخبر الإشارات التالية : حمض النتريك 71% ، $d = 1,41$.

1) أحسب التركيز المولي C_0 للمحلول S_0 الموجود في القارورة .
2) ينتج عن ذوبان حمض النتريك في الماء شاردة H_3O^+ والشاردة NO_3^- .أكتب معادلة تفاعل حمض النتريك مع الماء .
3) نأخذ حجما $V_0 = 10mL$ من المحلول S_0 بواسطة ماصة ونضيفه الى حجم $V = 990mL$ من الماء المقطر للحصول على محلول S ذي $pH = 0,8$.
أ. أنشئ جدول التقدم لهذا التفاعل . ثم حدد x_{max} و التقدم النهائي x_f للتفاعل الحاصل .
ب. أحسب قيمة نسبة التقدم النهائي τ . ماذا تستنتج ؟
نعطي : الكتلة المولية لحمض النتريك $M(HNO_3) = 63g/moL$ ، $\rho_{H2O} = 1g/mL$

التمرين (5)

يحتوي الخل 7^0 على $7g$ من حمض الإيثانويك CH_3COOH في كل $100g$ من الخل. نعتبر كثافة الخل مساوية لكثافة الماء $d = 1$.

1) أكتب معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء.
2) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل.
3) أحسب قيمة التركيز المولي الابتدائي C لحمض الإيثانويك في الخل.
4) أعط العبارة الحرفية لثابتة التوازن K الموافقة لمعادلة التفاعل بدلالة C والتركيز النهائي لشوارد الهيدرونيوم.
5) تساوي قيمة ثابتة التوازن عند 25^0C $K = 1,8 \times 10^{-3}$ ، استنتج قيمة pH الخل .

الكتلة الحجمية للماء: $\rho_{H_2O} = 1g/mL$.

التمرين (6)

في محلول مائي ،يتفاعل غاز الأمونياك NH_3 مع الماء حسب المعادلة :

$$NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

1) هل يسلك الأمونياك في محلول مائي سلوك حمض أم أساس ؟ علل الجواب.
2) في $25°C$ ندرس محلولا مائيا للأمونياك تركيزه الابتدائي $C_i = 0,10mol/L$ و تركيزه عند التوازن $C_{éq} = 9,9 \times 10^{-2}mol/L$. pH هذا المحلول هو 11,2 .
- بين أن تركيز شوارد الهيدرونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ مهمل أمام تراكيز الشوارد الأخرى في المحلول.
3) أحسب الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن.

معطيات: $\lambda_{NH_4^+} = 7,4 \times 10^{-3}Sm^2/mol$ ، $\lambda_{OH^-} = 2,0 \times 10^{-2}Sm^2/mol$.

4) أحسب ناقلية المحلول إذا كان ثابت الخلية $k = 1.10^{-2}m$.
5) أحسب ثابتة التوازن لهذا التفاعل.

التمرين(7)

1) نحل في لترمن الماء المقطر $0,6g$ من حمض عضوي صيغته $R - COOH$ (حيث $R = C_nH_{2n+1}$) وتتحصل بذلك على محلول مائي S_A .
أ- أعط عبارة ال K_a لانحلال الحمض في الماء.
ب- استنتج عبارة الـ pH بدلالة الـ pK_a و $log\ \frac{[RCOO^-]}{[RCOOH]}$
2) نأخذ $20mL$ من المحلول S_A و نعايرها بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي

$C_b = 2 \times 10^{-2} mol/L$

و عند كل إضافة للمحلول الأساسي نأخذ قياسات معينة عند الدرجة $25°C$ فتمكنا من تمثيل البيان المرفق حيث $[RCOOH]$ هو التركيز التركيز المولي للحمض المتبقي .

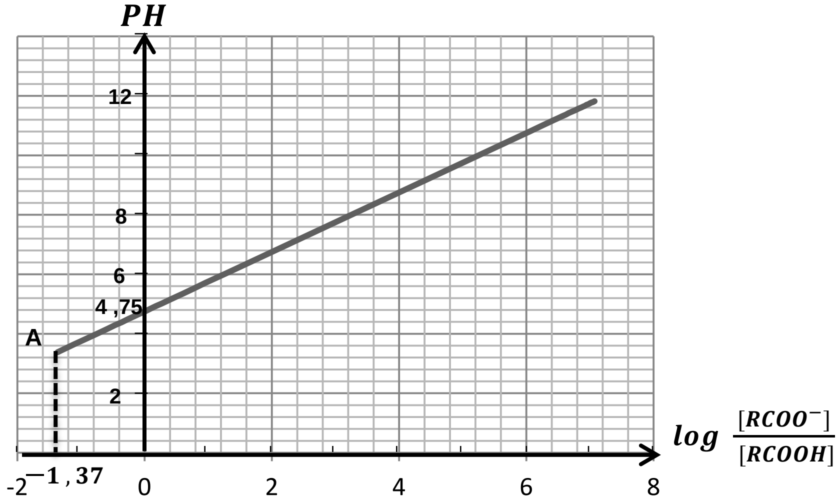
احسب تراكيز الافراد الكيميائية عند النقطة A (بداية المعايرة) تراكيز الأفراد الكيميائية التالية :

H_3O^+ ، $RCOO^-$ ،$RCOOH$

3) إنّ حجم الصود المضاف عند التكافؤ هو $V_b = 10mL$.

ا – احسب التركيز المولي للمحلول الحمضي

.



ب- اوجد الصيغة المجملة للحمض العضوي ثم اكتب صيغته نصف المفصلة واذكر أسمه

.يعطى:

$M_O = 16g/mol$ ،

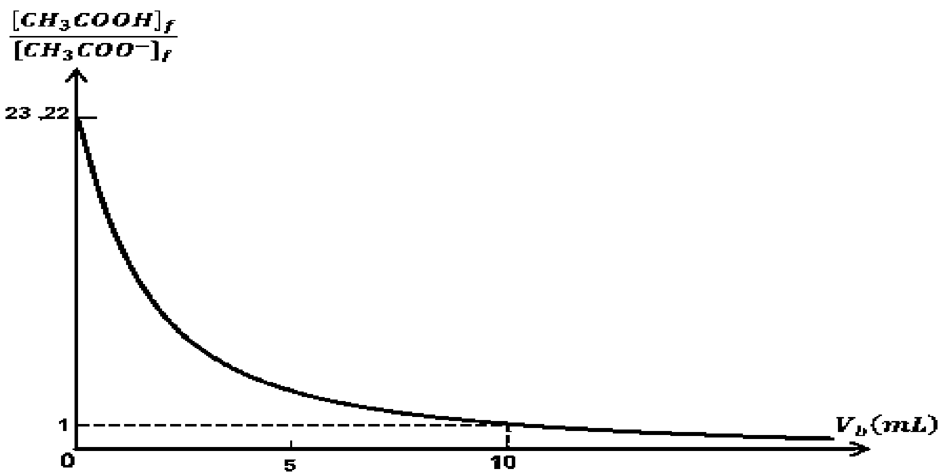
$M_H = 1g/mol$ ، $M_C = 12g/mol$

التمرين(8)

محلول مائي لحمض الخل CH_3COOH حجمه V_a وتركيزه المولي C_a حيث $PH = 3{,}38$ نعايره (معايرة PH مترية)

بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)}\right)$ وتركيزه المولي $C_b = 10^{-2} mol/L$ بالاعتماد على نتائج المعايرة نمثل البيان المقابل :

1) أكتب معادلة انحلال حمض الخل في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .
2) أوجد العلاقة بين التركيز المولي C_a والتركيزين $[CH_3COOH]_f$ ، $[CH_3COO^-]_f$.
3) بالاعتماد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_a لمحلول حمض الخل .
4) أحسب قيمة ال PK_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) ، واستنتج قيمة الثابت K_a لها .
5) معادلة تفاعل المعايرة هي $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$
   أ. استنتج قيمة الحجم V_E اللازم لبلوغ التكافؤ (بالاعتماد على البيان) .
   ب. أحسب قيمة الحجم V_a لمحلول حمض الخل .



التمرين(9)

I- نذيب كتلة قدرها $m = 0,046g$ من حمض الميثانويك $HCOOH$ في $100\,mL$ من الماء المقطر

إن قياس الناقلية النوعية للمحلول أعطى القيمة $\sigma = 0,0492\ S/m$ عند الدرجة 25^0C .

1) أكتب معادلة انحلال الحمض في الماء، ثم أنشئ جدول تقدم التفاعل ؟

2) احسب التركيز المولي للمحلول C_a ؟

3) احسب PH المحلول ثم احسب نسبة التقدم النهائي τ_f؟ ماذا تستنتج؟

4) احسب ثابت التوازن K ماذا يمثل ؟ استنتج قيمة pK_a للثنائية $HCOOH/HCOO^-$

II- نعاير حجم قدره $V_0 = 20\,mL$ من المحلول السابق بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $NaOH$ تركيزه المولي C_b

و نرسم البيان $log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = f(V_b)$ أنظر البيان .

1) أكتب معادلة تفاعل المعايرة ؟

2) باستغلال البيان اوجد

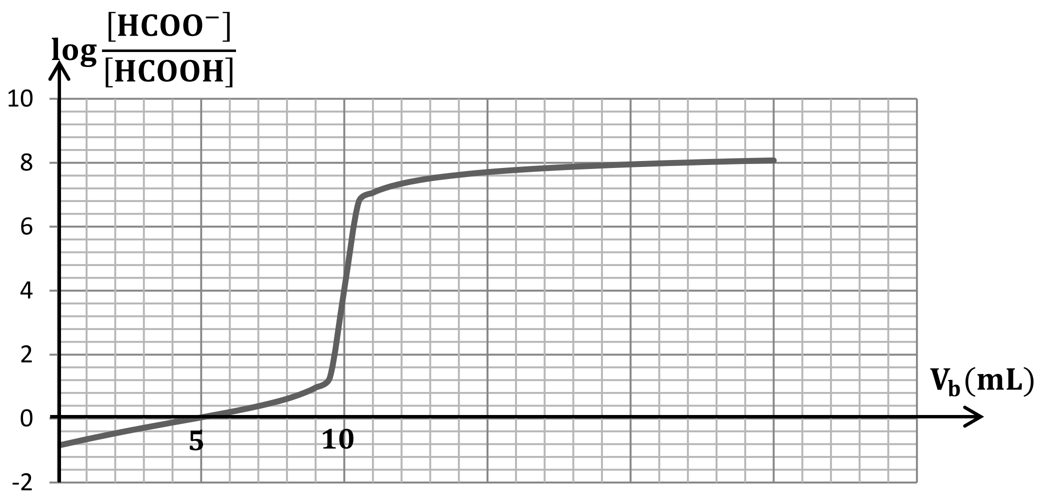
أ-حجم محلول الصودا $(NaOH)$ اللازم للتكافؤ ؟ ثم استنتج قيمة C_b ؟

ب-قيمة pH المحلول عند التكافؤ؟

3) احسب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند سكب حجم قدره $V_b = 10\,mL$ من محلول الصودا ؟

4) من بين الكواشف الملونة التالية بين الكاشف المناسب لهذه المعايرة مع التعليل؟

الكاشف	الهليانتين	أحمر الكريزول	فينول فتالين
مجال التغير اللوني	$4,4 - 3,1$	$8,8 - 7,2$	$10 - 8,2$



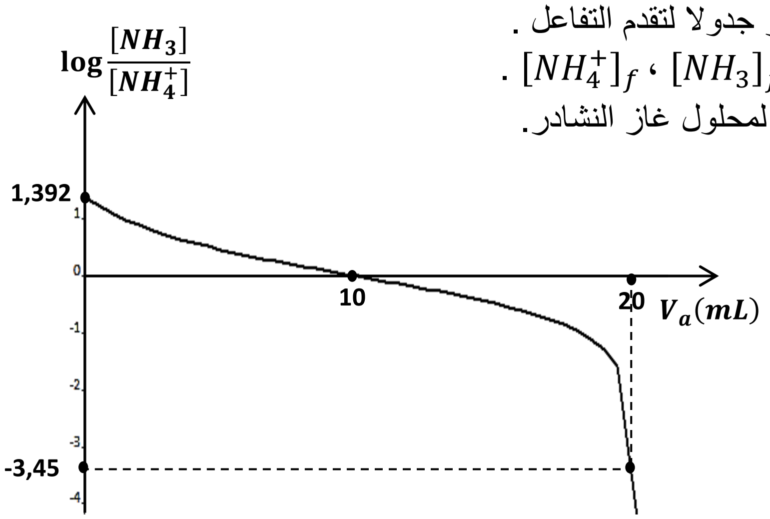
يعطى:

$M_O = 16g/mol$ ، $\lambda_{HCOO^-} = 5,46\,mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2/mol$ ،

$M_H = 1g/mol$ ، $M_C = 12g/mol$

التمرين (10)

محلول مائي لغاز النشادر NH_3 حجمه V_b وتركيزه المولي C_b حيث $PH = 10{,}59$ نعايره (معايرة PH مترية) في الدرجة 25^0c . بواسطة محلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $C_a = 10^{-2}mol/L$ بالاعتماد على نتائج المعايرة نمثل البيان المقابل :



6) أكتب معادلة انحلال غاز النشادر في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .
7) أوجد العلاقة بين التركيز المولي C_b والتركيزين $[NH_3]_f$ ، $[NH_4^+]_f$.
8) بالاعتماد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_b لمحلول غاز النشادر.
9) بين أن غاز النشادر أساس ضعيف .
10) أحسب قيمة ال PK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3)، واستنتج قيمة الثابت K_a لها .
11) معادلة تفاعل المعايرة هي

$$H_3O^+_{(aq)} + NH_{3(aq)} = NH^+_{4\,(aq)} + H_2O_{(l)}$$

ج. استنتج قيمة الحجم V_E اللازم لبلوغ التكافؤ (بالاعتماد على البيان) مع التعليل .
د. أحسب قيمة الحجم V_b لمحلول النشادر.
ه. أحسب تراكيز مختلف الأفراد الكيميائية عند التكافؤ.
و. أحسب ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة .

التمرين(11)

يقدر الإنتاج العالمي من مادة الأمونياك بحوالي 160 مليون طن سنويا و تستعمل هذه المادة في مجالات عدة ، حيث تستخدم بالدرجة الأولى لتصنيع الأسمدة الأزوتية في ميدان الزراعة لتخصيب التربة و تستخدم كذلك كمادة أولية في صناعة الأدوية والبلاستيك وغيرها.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة محلول مائي للأمونياك و معايرته بواسطة قياس pH .

معطيات:

تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة 25^0C .

الجداء الشاردي للماء: $K_e = 10^{-14}$.

ثابتة الحموضة للثنائية (NH_4^+/NH_3) : $pK_a = 9{,}2$.

جدول مجالات التغير اللوني لبعض الكواشف الملونة:

الملون الكاشف	الهيليانتين	أحمر الكلوروفينول	أزرق البروموتيمول	الفينول فيتالين
مجال التغيراللوني	3,1 – 4,4	5,2 – 6,8	6 – 7,6	8,2 – 10

i. دراسة المحلول المائي للأمونياك

نعتبر محلولا مائيا (S_B) للأمونياك حجمه V وتركيزه $C_B = 2 \times 10^{-2}mol/L$. أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة $pH = 10{,}74$.

1) اكتب معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج للتحول الكيميائي الذي يحدث بين الأمونياك والماء.
2) حدّد نسبة التقدم النهائي τ_f لهذا التفاعل . ماذا تستنتج ؟
3) عبر عن عبارة كسر التفاعل $Q_{r,f}$ عند توازن المجموعة الكيميائية بدلالة C_B و τ_f . ا حسب قيمته.
4) تحقق من قيمة pK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3).

ii. **معايرة محلول الأمونياك بواسطة محلول حمض كلور الماء**

نقوم بمعايرة الحجم $V_B = 20mL$ من محلول مائي للأمونياك $(\acute{S}_B)$ تركيزه $\acute{C}_B$ بواسطة محلول مائي (S_A) لحمض كلور الماء ذي التركيز $C_A = 2 \times 10^{-2} mol/L$ بقياس pH .

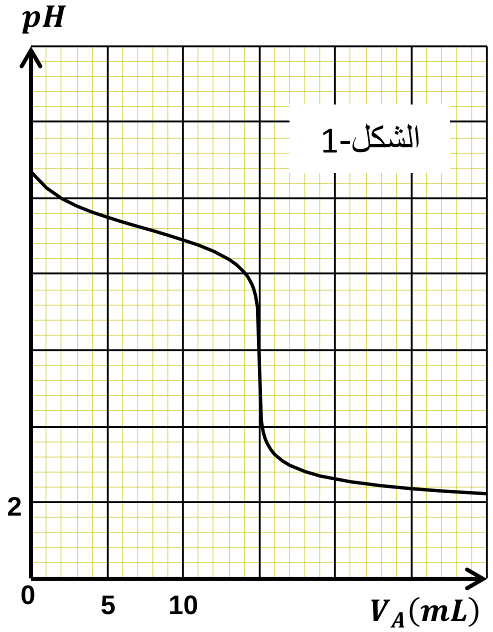
1) ا كتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لهذه المعايرة .
2) يمثل المنحنى الممثل في الشكل تغير pH الخليط بدلالة الحجم V_A للمحلول (S_A) لحمض كاور الماء المضاف.

أ) حدّ د الإحداثيتين V_{AE} و pH_E لنقطة التكافؤ.

ب) ا حسب $\acute{C}_B$.

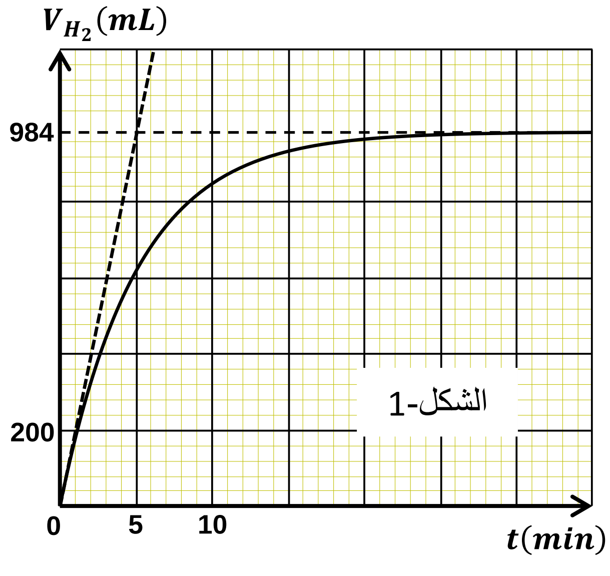
ج) عيّن ، معللا جوابك ، الكاشف الملائم لإنجاز هذه المعايرة في غياب جهاز pH متر .

د) حدّ د الحجم V_{A1} من محلول حمض كلور الماء الذي يجب إضافته لكي تتحقق العلاقة $[NH_4^+] = 15[NH_3]$ في الخليط التفاعلي.



التمرين(12)

i. لمتابعة التطور الزمني للتحول الكيميائي الحادث بين محلول حمض كلور الماء$(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ ومعدن الألمنيوم $Al_{(s)}$. نضيف عند اللحظة $t = 0$ كتلة $m = 1g$ من مسحوق الألمنيوم غير النقي (يحتوي على شوائب لا تتفاعل) إلى دورق به حجم$V_0 = 200mL$ من محلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $C_0 = 0,6mol/L$ ، نعتبر أن حجم الوسط التفاعلي ثابت خلال مدة التحول . نقيس حجم غاز ثنائي الهيدروجين المنطلق مع مرور الزمن في الشروط التجريبية التالية : درجة الحرارة $\theta = 37^0C$ والضغط $P = 1,013 \times 10^5 Pa$.الدراسة التجريبية لهذا التحول مكنت من الحصول على البيان الموضح (الشكل -1) .



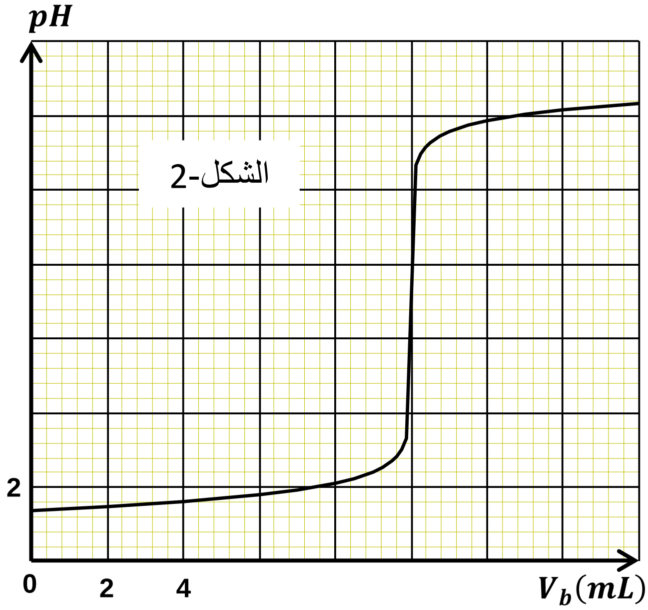
1) أكتب معادلة تفاعل الألمنيوم مع محلول حمض كلور الماء علما أن الثنائيتين $(Ox / Réd)$ الداخلتين في التفاعل هما : $(Al^{3+}_{(aq)}/Al_{(s)})$ ، $(H_3O^+_{(aq)}/H_{2(g)})$.
2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل و احسب التقدم الاعظمي x_{max} ، ثم عين المتفاعل المحد.
3) عرف السرعة الحجمية للتفاعل .
4) بين أنه يمكن كتابة عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بالشكل : $v_{vol} = \frac{P}{3VRT} \times \frac{dV_{H_2}}{dt}$. حيث V حجم المزيج التفاعلي .
5) احسب سرعة التفاعل في اللحظة $t_1 = 0$ ثم في في اللحظة $t_2 = 30min$. اشرح اختلاف السرعتين على المستوى المجهري .
6) احسب نسبة نقاوة عينة الألمنيوم .

ii. في نهاية التفاعل أخذنا حجما $V_1 = 20mL$ من المزيج الناتج ووضعناه في بيشر و أضفنا له $80mL$ من الماء المقطر ، فحصلنا بذلك على محلول (S') و ذلك من أجل معايرة الحمض الموجود في المزيج بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم$(Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)})$ تركيزه المولي

. و بواسطة النتائج المتحصل عليها $C_B = 0,42 mol/L$
مثلنا المنحنى البياني الذي يمثل تغيرات الـ pH بدلالة
حجم هيدروكسيد الصوديوم المضاف V_B(الشكل - 2) .

1) أذكر البروتوكول التجريبي لعملية المعايرة ، مع ذكر الزجاجيات المستعملة .
2) عين نقطة التكافؤ، و حدد طبيعة المزيج عندها .
3) احسب التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم (H_3O^+) في المحلول (S').
4) احسب كمية مادة (H_3O^+) في المزيج المتفاعل في التجربة الأولى عند نهاية التفاعل .
5) احسب نسبة نقاوة عينة الألمنيوم ، و قارنها مع القيمة المحسوبة سابقا .

تعطى : الكتلة المولية للألمنيوم $M_{Al} = 27 g \cdot moL^{-1}$ ،
ثابت الغازات المثالية $R = 8,31 SI$



التمرين(13)

في حصة الأعمال التطبيقية أراد فوجان من التلاميذ تحديد التركيز الكتلي (C_m) لمحلول حمض الأسكوربيك $(C_6H_8O_6)$ بطريقتين . يملك حمض الأسكوربيك خاصية حمضية وخاصية مرجعة.

الثنائيات (مر / مؤ) : $(S_4O_6^{2-} / S_2O_3^{2-}),(I_2 / I^-),(C_6H_6O_6 / C_6H_8O_6)$.

الثنائيات (أساس / حمض) : $(H_2O / HO^-),(C_6H_8O_6 / C_6H_7O_6^-)$.

الفوج الأول:

قام التلاميذ بأكسدة حمض الأسكوربيك ، وذلك بإضافة كميّة زائدة من محلول ثنائي اليود I_2 إلى بيشر يحتوي على حجم $V_1 = 10 mL$ من حمض الأسكوربيك . حجم ثنائي اليود المضاف هو $V_2 = 20 mL$ وتركيزه المولي $C_2 = 3,5 \times 10^{-2} mol / L$

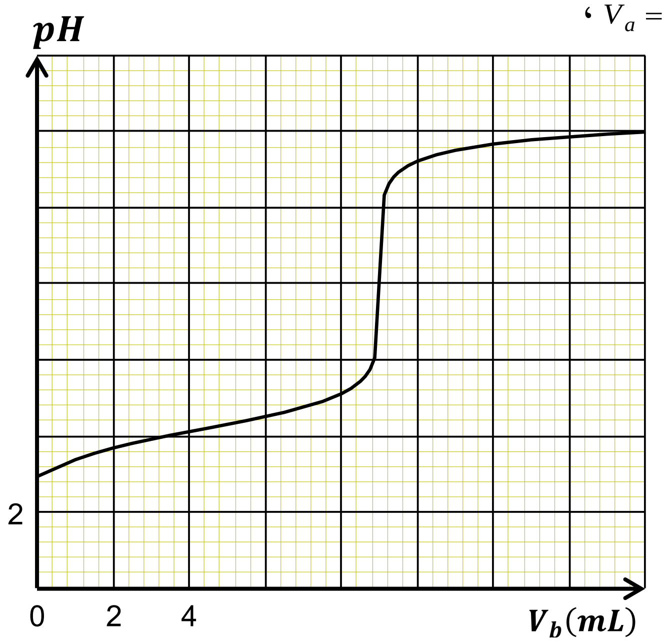
وفي نهاية التفاعل قام التلاميذ بمعايرة ثنائي اليود في البيشر بواسطة محلول مائي لثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+, S_2O_3^{2-})$ تركيزه المولي $C_3 = 2,5 \times 10^{-2} mol / L$، فاحتاجوا إلى حجم منه $V_E = 20 mL$ لاستهلاك كل ثنائي اليود الموجود في البيشر

1) اكتب معادلة التفاعل بين حمض الأسكوربيك وثنائي اليود.
2) أنشئ جدول التقدم لهذا التفاعل.
3) اكتب معادلة تفاعل معايرة ثنائي اليود بثيوكبريتات الصوديوم .
4) احسب كمية مادة ثنائي اليود غير المتفاعل مع حمض الأسكوربيك.
5) احسب التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك .

$$pK_a (C_2H_5COOH / C_2H_5COO^-) = 4,9 \ , (C = 12, H = 1 O = 16) g / mol$$

الفوج الثاني:

قام بالمعايرة الـ pH مترية لحمض الأسكوربيك ، حيث أخذ التلاميذ في بيشر حجما V_0 من الحمض وأضافوا له نفس الحجم من الماء المقطر، ثم أخذوا من المحلول الجديد حجما $V_a = 20mL$ ،
وملئوا سحاحة مدرّجة بمحلول مائي لهيدروكسيد البوتاسيوم (K^+, OH^-) تركيزه المولي $C_B = 5\times10^{-2} mol/L$ ، وبعد الحصول على القياسات قاموا بتمثيل البيان $pH = f(V_B)$.

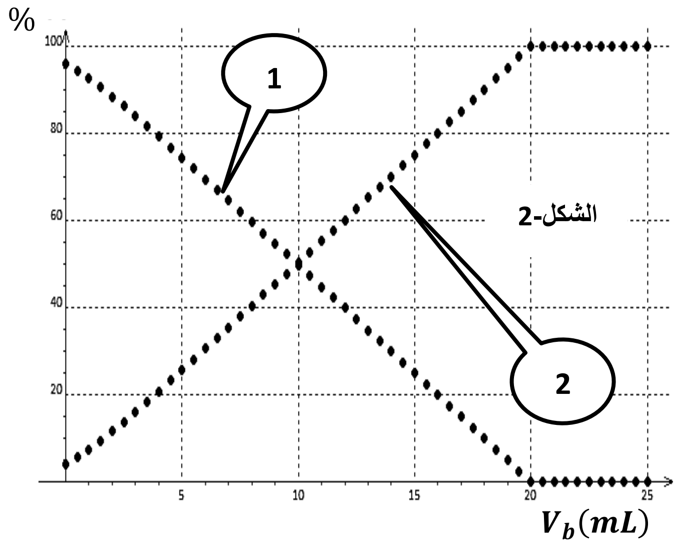


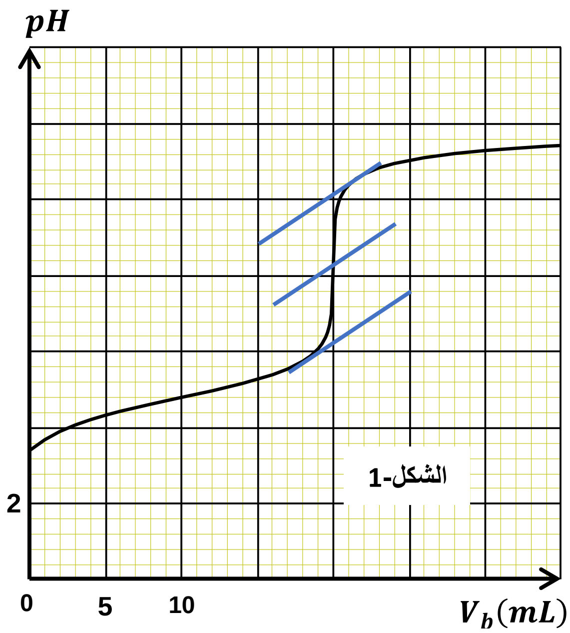
1) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.
2) عرّف التكافؤ حمض – أساس ، ثم حدّد إحداثي نقطة التكافؤ حمض – أساس.
3) عين pK_a الثنائية $(C_6H_8O_6 / C_6H_7O_6^-)$.
6) احسب التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك. قارن نتيجتي الفوجين.
4) بيّن بطريقتين أن حمض الأسكوربيك ضعيف في الماء .
5) احسب التركيز المولي لحمض الأسكوربيك في البيشر عند التكافؤ ، ثم استنتج أنه يمكن اعتبار تفاعل المعايرة تاما.
6) قارن قوة حمض الأسكوربيك مع حمض البروبانويك (C_2H_5COOH).
7) في حالة استعمال كاشف ملوّن لتحديد نقطة التكافؤ ، ما هو الكاشف الأنسب من بين الكواشف التالية لهذه المعايرة ؟
الهليانتين : مجال تغير اللون $[3,1-4,4]$.
الفينول فتالين : مجال تغير اللون $[8,2-10]$.
أزرق البروموتيمول : مجال تغير اللون $[6-7,6]$.

التمرين(14)

نضع في كأس بيشر $V_a = 20mL$ من حمض الإيثانويك تركيزه المولي C_a ، ثم نضيف له تدريجيا بواسطة سحاحة محلول الصود $NaOH_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_b = 10^{-2}\ mol/L$ الدراسة التجريبية اعطت البيانين التاليين

1) أكتب معادلة التفاعل الحادث أثناء المعايرة مبينا الثنائيتين (أساس/حمض) الداخلة في التفاعل .





2) أي البيانين من الشكل -2 يعبر عن الصفة الحمضية وأيهما يعبر عن الصفة الأساسية ؟ علل.
3) اعتمادا على الشكلين :

أ- حدد إحداثيتي نقطة التكافؤ . ثم استنتج التركيز المولي C_a .

ب- استنتج ثابت الحموضة K_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .

ج- حدد مجال ال pH الذي يتغلب فيه الحمض على أساسه المرافق .

د- استنتج النسبة المئوية للصفة الحمضية وكذا النسبة المئوية للصفة الأساسية عند إضافة $V_b = 6mL$ من الصود.

ه- احسب تركيز الفرد CH_3COOH في نقطة نصف التكافؤ ثم في نقطة التكافؤ.

التمرين(15)

تم الحصول على الحجم $V = 100mL$ بمزج $n_1 = 1,00mmol$ من المثيل أمين CH_3NH_2 و $n_2 = 1,50mmol$ من كلور الأمونيوم NH_4Cl الناقلية النوعية للمحلول المحصل عليه هي $\sigma = 210,5mS/m$.

1) أكتب معادلة التفاعل بين المثيل أمين وشاردة الأمونيوم.
2) أوجد باستعمال جدول التقدم ، العلاقة بين تركيز شوارد الأمونيوم وتركيز المثيل أمونيوم.
3) أعط عبارة الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن بدلالة تركيز شوارد مثيل أمونيوم.
4) أوجد تراكيز الأنواع الكيميائية المساهمة في هذا التفاعل.
5) أحسب ثابتة التوازن.

معطيات: $\lambda_{NH_4^+} = 7,34 \times 10^{-3} Sm^2/mol$ ، $\lambda_{Cl^-} = 7,63 \times 10^{-3} Sm^2/mol$.

$$\lambda_{NH_3NH_3^+} = 5,87 \times 10^{-3} Sm^2/mol$$

التمرين(16)

نمزج محلولا مائيا لكلور الأمونيوم $(NH^+_{4(aq)}, Cl^-_{(aq)})$ ومحلولا مائيا لإيثانوات الصوديوم $(CH_3COO^-_{(aq)}, Na^+_{(aq)})$.

1) أكتب معادلة التفاعل الحاصل.
2) أعط عبارة ثابت التوازن K لهذا التفاعل بدلالة تراكيز الأنواع الكيميائية عند التوازن.
3) أعط الثنائيات أساس/حمض المشاركة في هذا التفاعل.
4) أعط عبارة ثابت الحموضة K_{a1} و K_{a2} لكل ثنائية بدلالة التراكيز عند التوازن.
5) أوجد عبارة الثابت K بدلالة K_{a1} و K_{a2} واحسب قيمتها عند 25^0C .
6) استنتج هل التحول تام أم محدود.

معطيات: عند 25^0C $pK_{a1}(NH^+_{4(aq)}/NH_{3(aq)}) = 9,2$.

$$pK_{a2}(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)}) = 4,8$$

الحل

التمرين (1)

1) تعريف الحمض حسب برونشتد.

الحمض هو كل فرد كيميائي(جزيء ، شاردة) يتخلى عن بروتون H^+ أو أكثر أثناء تحول كيميائي .

2) المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل حمض الميثانويك $HCOOH(aq)$ مع الماء .

$$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

3) انشاء جدولا لتقدم التفاعل باستعمال المقادير V و C والتقدم x والتقدم $x_{éq}$ عند حالة التوازن.

	$HCOOH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$HCOO^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
$t=0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV-x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV-x_f$	بزيادة	x_f	x_f

4) عبارة τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل الحاصل بدلالة : C و $[H_3O^+(aq)]_f$.

المتفاعل المحد هو $HCOOH_{(aq)}$ وبالتالي $CV - x_m = 0$.

$x_m = CV$.

من جدول التقدم $\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \frac{x_f}{V}$. وبالتالي $x_f = \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V$.

لدينا $\tau = \frac{x_f}{x_m}$.

$$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V}{CV} = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C}$$

$$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C} .$$

5) أُحسب قيمة τ_f . ماذا تستنتج؟

$$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C} = \frac{10^{-pH}}{C} = \frac{10^{-3,46}}{1,0\times10^{-3}} = 10^{-0,46}$$

$\tau_f = 0,35$.

نلاحظ أن $\tau_f < 1$ وبالتالي التفاعل غير تام ومنه حمض النمل حمض ضعيف .

6) أثبت أن عبارة $Q_{r,f}$ كسر التفاعل عند حالة توازن المجموعة الكيميائية يكتب كما يلي $Q_{r,f} = \frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}$

$$Q_{r,f} = \frac{\left[HCOO^-_{(aq)}\right]_f\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{\left[HCOOH_{(aq)}\right]_f} .$$

من جدول التقدم $\left[HCOOH_{(aq)}\right]_f = \frac{CV-x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = C - 10^{-pH}$

$$Q_{r,f} = \frac{10^{-pH}\times10^{-pH}}{C-10^{-pH}} .$$

$Q_{r,f} = \frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}$.

7) استنتاج قيمة K_a ثابت الحموضة للثنائية $(HCOOH(aq) / HCOO^-(aq))$.

$$K_a = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[HCOOH_{(aq)}]_f} = Q_{r,f}$$

$$Q_{r,f} = \frac{10^{-2\times3,46}}{10^{-3}-10^{-3,46}} = \frac{1,2\times10^{-7}}{0,653\times10^{-3}} = 1,84\times10^{-4}$$

$K_a = 1,84\times10^{-4}$.

التمرين (2)

1) معادلة التفاعل الذي يحدث عند إذابة هذا الحمض في الماء.

$$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2) تحديد التراكيز المولية الفعلية للأنواع الكيميائية المتواجدة في هذا المحلول.

$$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [HCOO^-_{(aq)}]_f = 10^{-pH} = 10^{-2,65}$$

$[H_3O^+_{(aq)}]_f = [HCOO^-_{(aq)}]_f = 2,24\times10^{-3} mol/L$.

$$[HCOOH_{(aq)}]_f = \frac{CV-x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - [H_3O^+_{(aq)}]_f = C - 10^{-pH}$$

$$[HCOOH_{(aq)}]_f = C - 10^{-pH} = 3\times10^{-2} - 10^{-2,65} = 3\times10^{-2} - 2,24\times10^{-3}$$

$[HCOOH_{(aq)}]_f = 2,77\times10^{-2} mol/L$.

3) قيمة ثابت الحموضة K_A والثابتة pk_A للثنائية $HCOOH/HCOO^-$

$$K_a = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[HCOOH_{(aq)}]_f}$$

$$K_a = \frac{(2,24\times10^{-3})^2}{2,77\times10^{-2}} = 1,81\times10^{-4}$$

$K_a = 1,81\times10^{-4}$.

$pk_A = -\log K_a$.

$$pk_A = -\log 1,81\times10^{-4} = 3,75$$

4) نمزج محلول حمض النمل ومحلول ميثانوات الصوديوم $HCOONa$ ، ونقيس pH الخليط فنحصل على $pH = 6,5$.

- عين معللا جوابك النوع الكيميائي الغالب للثنائية أساس / حمض في هذا الخليط.

$$HCOOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)} = HCOO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$$

$pk_A = 3,75$ للثنائية $HCOOH/HCOO^-$.

بمأن $pH > pk_A$ فإن الأساس $HCOO^-$ هو الغالب .

التمرين (3)

1) كتابة معادلة التفاعل .

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$.

2) جدول التقدم لهذا التفاعل .

	$C_6H_5COOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= C_6H_5COO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
$t = 0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

3) تراكيز الأفراد الموجودة في المحلول .

$\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \left[C_6H_5COO^-_{(aq)}\right]_f$.

حساب الناقلية النوعية للمحلول .

$G = \sigma k$ وبالتالي $\sigma = \frac{G}{k}$.

$k = \frac{10^{-4}}{10^{-2}} = 10^{-2} m$.

$\sigma = \frac{2,03\times10^{-4}}{10^{-2}} = 2,03 \times 10^{-2}\ S/m$.

$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_f + \lambda_{C_6H_5COO^-}[C_6H_5COO^-]_f$.

$$\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \left[C_6H_5COO^-_{(aq)}\right]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C_6H_5COO^-}} = \frac{2,03\times10^{-2}}{35.10^{-3}+3,23.10^{-3}}$$

$$\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \left[C_6H_5COO^-_{(aq)}\right]_f = 0,53 mol/m^3$$

$$\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \left[C_6H_5COO^-_{(aq)}\right]_f = 5,3 \times 10^{-4} mol/L$$

$$\left[C_6H_5COOH_{(aq)}\right]_f = \frac{CV-x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f$$

$$\left[C_6H_5COOH_{(aq)}\right]_f = 5\times10^{-3} - 5{,}3\times10^{-4} = 4{,}47\times10^{-3}mol/L$$

4) قيمة نسبة التقدم النهائي τ .

المتفاعل المحد هو $C_6H_5COOH_{(aq)}$ وبالتالي $CV - x_m = 0$.

$x_m = CV$.

من جدول التقدم $\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \frac{x_f}{V}$. وبالتالي $x_f = \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V$.

لدينا $\tau = \frac{x_f}{x_m}$.

$$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V}{CV} = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C}$$

$$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C}$$.

8) أ $$\tau_f = \frac{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{C} = \frac{5{,}3\times10^{-4}}{5\times10^{-3}} = 10^{-0{,}46}$$

$\tau_f = 0{,}11$.

5) حساب K قيمة ثابتة التوازن لهذا التفاعل .

$$K = Q_{r,f} = \frac{\left[C_6H_5COO^-_{(aq)}\right]_f\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{\left[C_6H_5COOH_{(aq)}\right]_f}$$

$$K = \frac{(5{,}3\times10^{-4})^2}{4{,}47\times10^{-3}} = 6{,}28\times10^{-5}$$.

<u>التمرين (4)</u>

1) حساب التركيز المولي C_0 للمحلول S_0 الموجود في القارورة .

$C_0 = \frac{10pd}{M}$ العلاقة التي نحسب بها تركيز المحلول التجاري .

$$C_0 = \frac{10\times71\times1{,}41}{63} = 15{,}89mol/L$$.

2) معادلة تفاعل حمض النتريك مع الماء .

$HNO_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NO^-_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$.

3) نأخذ حجما $V_0 = 10mL$ من المحلول S_0 بواسطة ماصة ونضيفه الى حجم $V = 990mL$ من الماء المقطر للحصول على محلول S ذي $pH = 0{,}8$.

أ) جدول التقدم لهذا التفاعل . ثم حدد x_{max} و التقدم النهائي x_f للتفاعل الحاصل .

قانون التمديد .

$C_0V_0 = CV$ حيث كمية المادة نفسها .

	$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
$t=0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV-x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV-x_f$	بزيادة	x_f	x_f

$CV - x_m = 0$ ومنه

$$x_m = CV = C_0V_0 = 15{,}89 \times 10 \times 10^{-3} = 0{,}16\text{mol}$$

$$x_f = \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f V = 10^{-0{,}8} \times 1 = 0{,}16\text{mol}$$

ب) قيمة نسبة التقدم النهائي τ . ماذا تستنتج ؟

$$\tau = \frac{x_f}{x_m}$$

$\tau = \frac{0{,}16}{0{,}16} = 1$.

نستنتج ان التفاعل تام وبالتالي حمض النتريك حمض قوي .

<u>التمرين (5)</u>

1) معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء.

$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$.

2) جدول التقدم للتفاعل الحاصل.

	$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
$t=0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV-x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV-x_f$	بزيادة	x_f	x_f

3) قيمة التركيز المولي الابتدائي C لحمض الإيثانويك في الخل.

نستطيع تطبيق العلاقة $C = \frac{10pd}{M}$ وباعتبار $p = 7\%$.

$$C = \frac{10 \times 7 \times 1}{60} = 1{,}16mol/L$$

4) العبارة الحرفية لثابتة التوازن K الموافقة لمعادلة التفاعل بدلالة C والتركيز النهائي لشوارد الهيدرونيوم.

$$. K = Q_{r,f} = \frac{[CH_3COO^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[CH_3COOH_{(aq)}]_f}$$

$$. K = \frac{\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2}{C-[H_3O^+_{(aq)}]_f}$$

5) تساوي قيمة ثابتة التوازن عند 25^0C $K = 1,8 \times 10^{-3}$ ، استنتج قيمة pH الخل .

$K = \frac{\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2}{C-[H_3O^+_{(aq)}]_f}$ ومنه $\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 = KC - K[H_3O^+_{(aq)}]_f$.

$$. \left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + K[H_3O^+_{(aq)}]_f - KC = 0$$

$$. \left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + K[H_3O^+_{(aq)}]_f - KC = 0$$

$$\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + 1,8 \times 10^{-3}[H_3O^+_{(aq)}]_f - 1,8 \times 10^{-3} \times 1,16 = 0$$

$$. \left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2 + 1,8 \times 10^{-3}[H_3O^+_{(aq)}]_f - 2,1 \times 10^{-3} = 0$$

معادلة من الدرجة الثانية .

$$. \Delta = (1,8 \times 10^{-3})^2 + 4 \times 2,1 \times 10^{-3} = 8,4 \times 10^{-3}$$

$$. [H_3O^+_{(aq)}]_f = \frac{-1,8\times10^{-3}+9,16\times10^{-2}}{2} = 4,49 \times 10^{-2} mol/L$$

$$pH = -\log[H_3O^+_{(aq)}]_f$$

$$pH = -\log 4,49 \times 10^{-2}$$

$$. pH = 1,34$$

<u>التمرين (6)</u>

1) هل يسلك الأمونياك في محلول مائي سلوك حمض أم أساس ؟ علل الجواب.

$$NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

يسلك الأمونياك في محلول مائي سلوك أساس لأنه اكتسب بروتون H^+ .

2) في $25°C$ ندرس محلولا مائيا للأمونياك تركيزه الابتدائي $C_i = 0,10 mol/L$ و تركيزه عند التوازن $C_{éq} = 9,9 \times 10^{-2} mol/L$. pH هذا المحلول هو $11,2$.

- بين أن تركيز شوارد الهيدرونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ مهمل أمام تراكيز الشوارد الأخرى في المحلول.

$$\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = 10^{-pH} = 10^{-11,2} = 6,3 \times 10^{-12} mol/L$$

ولدينا $\left[OH^-_{(aq)}\right] = \frac{10^{-14}}{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f} = \frac{10^{-14}}{10^{-11,2}} = 1,58 \times 10^{-3} mol/L$

- نلاحظ أن $\left[OH^-_{(aq)}\right] \ll \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f$ وبالتالي تركيز شوارد الهيدرونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ مهمل أمام تراكيز الشوارد الأخرى في المحلول.

3) أحسب الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن.

$\sigma = \lambda_{OH^-}[OH^-]_f + \lambda_{NH_4^+}[NH_4^+]$.

$$[OH^-]_f = [NH_4^+]$$

$\sigma = \left(\lambda_{OH^-} + \lambda_{NH_4^+}\right)[OH^-]_f$.

$$\left[OH^-_{(aq)}\right] = 1,58\, mol/m^3$$

$$\sigma = (2,0 \times 10^{-2} + 7,4 \times 10^{-3}) \times 1,58$$

$\sigma = 4,33 \times 10^{-2} S/m$.

4) ناقلية المحلول إذا كان ثابت الخلية $k = 1.10^{-2} m$.

$$G = \sigma k$$

$G = 4,33 \times 10^{-2} \times 10^{-2} = 4,33 \times 10^{-4} S$.

5) ثابتة التوازن لهذا التفاعل.

$$K = Q_{r,f} = \frac{\left[NH^+_{4(aq)}\right]_f \left[OH^-_{(aq)}\right]_f}{\left[NH_{3(aq)}\right]_f}$$

$$K = Q_{r,f} = \frac{(1,58 \times 10^{-3})^2}{0,099} = 2,52 \times 10^{-5}$$

التمرين(7)

1) نحل في لترمن الماء المقطر $0,6g$ من حمض عضوي صيغته $R - COOH$.

أ) عبارة ال K_a لانحلال الحمض في الماء.

$RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$.

لدينا الثنائية : $RCOOH_{(aq)}/RCOO^-_{(aq)}$.

$K_a = \frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f}$.

ب) الـ pH بدلالة الـ pK_a و $\log\frac{[RCOO^-]}{[RCOOH]}$.

$$K_a = \frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f \left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f}$$

$$\frac{K_a}{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f} = \frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f}$$

$$\log\frac{K_a}{\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f} = \log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f}$$

$$\log K_a - \log\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = \log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f} .$$

$$pH = -\log\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f .$$

$$-\log\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f = -\log K_a + \log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f} .$$

$$pH = pK_a + \log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f} .$$

2) نأخذ $20mL$ من المحلول S_A و نعايرها بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_b = 2\times10^{-2}mol/L$ و عند كل إضافة للمحلول الأساسي نأخذ قياسات معينة عند الدرجة $25°C$ فتمكنا من تمثيل البيان المرفق حيث $[RCOOH]$ هو التركيز المولي للحمض المتبقي .

حساب تراكيز الافراد الكيميائية عند النقطة A (بداية المعايرة) تراكيز الأفراد الكيميائية التالية :
$RCOOH$، $RCOO^-$ ، H_3O^+ .

$$RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

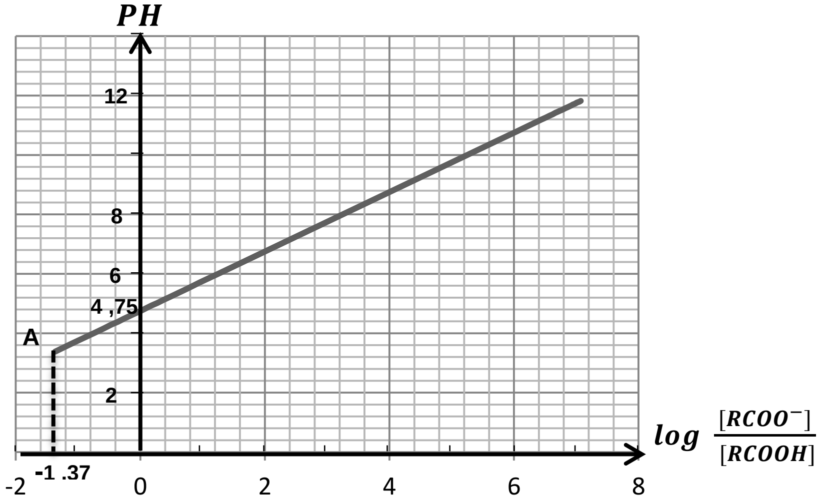
بداية المعايرة أي عند النقطة A .

لما $\log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f} = 0$ يكون $pH = pK_a$

أي $pK_a = 4,75$.

عند النقطة A $\log\frac{\left[RCOO^-_{(aq)}\right]_f}{\left[RCOOH_{(aq)}\right]_f} = -1,37$

علاقة اندرسون



$$pH = pK_a + \log \frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f}$$

$$pH = 4{,}75 - 1{,}37 = 3{,}38 .$$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-3{,}38} = 4{,}17 \times 10^{-4} mol/L$$

$$\log \frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f} = -1{,}37 .$$

$$\frac{[RCOO^-_{(aq)}]_f}{[RCOOH_{(aq)}]_f} = 10^{-1{,}37} = 4{,}26 \times 10^{-2}$$

$$[RCOOH_{(aq)}]_f = \frac{[RCOO^-_{(aq)}]}{4{,}26\times10^{-2}} = \frac{4{,}17\times10^{-4}}{4{,}26\times10^{-2}} = 9{,}7 \times 10^{-3} mol/L .$$

$$[H_3O^+]_f = [RCOO^-_{(aq)}]_f = 4{,}17 \times 10^{-4} mol/L$$

$$[RCOOH_{(aq)}]_f = 9{,}7 \times 10^{-3} mol/L .$$

3) إنّ حجم الصود المضاف عند التكافؤ هو $V_b = 10mL$.

أ) حساب التركيز المولي للمحلول الحمضي

	$RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
$t=0$	CV	بزيادة	0	0
t	$CV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$CV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

$$[RCOOH_{(aq)}]_f = \frac{CV - x_f}{V} = C_a - \frac{x_f}{V} = C_a - [H_3O^+_{(aq)}]_f$$

$$C_a = [RCOOH_{(aq)}]_f + [H_3O^+_{(aq)}]_f .$$

$$C_a = 9{,}7 \times 10^{-3} + 4{,}17 \times 10^{-4} = 1{,}01 \times 10^{-2} mol/L .$$

ب) الصيغة المجملة للحمض العضوي
ثم اكتب صيغته نصف المفصلة واذكر أسمه .

$C_a = \frac{n}{V}$ ومنه $n = C_a V$.

$$n = 1{,}01 \times 10^{-2} \times 1 = 1{,}01 \times 10^{-2} mol$$

الصيغة العامة للحمض $C_nH_{2n+1}COOH$.

$. M = 14n + 46$

$n = \frac{m}{M} = \frac{0,6}{14n+46}$

$0,6 = 1,01 \times 10^{-2} \times (14n + 46)$

$60 = 14n + 46$ ومنه $n = 1$.

الصيغة المجملة للحمض هي CH_3COOH هو حمض الخل .

التمرين(8)

1) معادلة انحلال حمض الخل في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .

$. CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= CH_3COO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
$t = 0$	C_aV_a	بزيادة	0	0
t	$C_aV_a - x$	بزيادة	x	x
t_f	$C_aV_a - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

2) العلاقة بين التركيز المولي C_a والتركيزين $[CH_3COOH]_f$ ، $[CH_3COO^-]_f$.

من جدول التقدم . $[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+_{(aq)}] = \frac{x_f}{V_a}$.

$[CH_3COOH]_f = \frac{C_aV_a - x_f}{V_a} = C_a - \frac{x_f}{V_a}$

$. [CH_3COOH]_f = C_a - [CH_3COO^-]_f$

$. C_a = [CH_3COOH]_f + [CH_3COO^-]_f$

3) بالاعتماد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_a لمحلول حمض الخل .

$. [CH_3COO^-]_f = [H_3O^+_{(aq)}] = 10^{-pH} = 10^{-3,38} = 4,17 \times 10^{-4} mol/L$

من البيان $\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = 23,22$.

$. [CH_3COOH]_f = 23,22[CH_3COO^-]_f$

$. C_a = 23,22[CH_3COO^-]_f + [CH_3COO^-]_f = 24,22[CH_3COO^-]_f$

$. C_a = 24,22 \times 4,17 \times 10^{-4} = 0,01 mol/L$

4) أحسب قيمة ال PK_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) ، واستنتج قيمة الثابت K_a لها .

$. pH = pK_a + \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$

$pK_a = pH - \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$

$pK_a = 3,38 - \log \frac{1}{23,22} = 4,75$

$. K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-4,75} = 1,77 \times 10^{-5}$

5) معادلة تفاعل المعايرة هي $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$

أ) استنتج قيمة الحجم V_E اللازم لبلوغ التكافؤ (بالاعتماد على البيان) .

$. pH = pK_a + \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$

عند نقطة نصف التكافؤ يكون الحجم المضاف من المحلول الموجود في السحاحة هو $\left(\frac{V_E}{2}\right)$ و $pH = pK_a$.

أي $\log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 0$ وبالتالي $\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 1$.

من البيان $\frac{V_E}{2} = 10mL$ ومنه $V_E = 20mL$.

ب) أحسب قيمة الحجم V_a لمحلول حمض الخل .

عند التكافؤ $C_aV_a = C_bV_E$.

$V_a = \frac{C_bV_E}{C_a} = \frac{0,01\times20}{0,01} = 20mL$.

التمرين(9)

i. نذيب كتلة قدرها $m = 0,046g$ من حمض الميثانويك $HCOOH$ في $100\ mL$ من الماء المقطر إن قياس الناقلية النوعية للمحلول أعطى القيمة $\sigma = 0,0492\ S/m$ عند الدرجة 25^0C .

1) معادلة انحلال الحمض في الماء، ثم أنشاء جدول تقدم التفاعل .

$. HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

جدول تقدم التفاعل .

	$HCOOH_{(aq)}$	$+ \quad H_2O_{(l)}$	$= \quad HCOO^-_{(aq)}$	$+ \quad H_3O^+_{(aq)}$
$t = 0$	C_aV	بزيادة	0	0
t	$C_aV - x$	بزيادة	x	x
t_f	$C_aV - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

حساب التركيز المولي للمحلول C_a .

$. C_a = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$

$. M = 46g/mol$

$. C_a = \frac{0,046}{46\times 0,1} = 0,01 mol/L$

2) احسب pH المحلول ثم احسب نسبة التقدم النهائي τ_f؟ ماذا تستنتج؟.

$. pH = -\log[H_3O^+]_f$

$. \sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_f + \lambda_{HCOO^-}[HCOO^-]_f$

$. [H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$

$. [H_3O^+]_f = \frac{0,0492}{(35+5,46)\times 10^{-3}} = 1,21 mol/m^3$

$[H_3O^+]_f = 1,21 \times 10^{-3} mol/L$

$. pH = -\log 1,21 \times 10^{-3}$

$. pH = 2,91$

$. \tau_f = \frac{x_f}{x_m} = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f V}{C_a V} = \frac{[H_3O^+_{(aq)}]_f}{C_a}$

$\tau_f = \frac{1,21\times 10^{-3}}{0,01} = 0,121$

نستنتج أن $\tau_f < 1$ وبالتالي التفاعل غير تام ومنه حمض الميثانويك حمض ضعيف .

3) احسب ثابت التوازن K ماذا يمثل ؟ استنتج قيمة pK_a للثنائية $HCOOH/HCOO^-$

$. K = \frac{[HCOO^-_{(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[HCOOH_{(aq)}]_f} = \frac{\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2}{[HCOOH_{(aq)}]_f}$

$[HCOOH_{(aq)}]_f = \frac{C_a V - x_f}{V} = C_a - \frac{x_f}{V} = C_a - [H_3O^+_{(aq)}]_f$

$. K = \frac{\left([H_3O^+_{(aq)}]_f\right)^2}{C_a - [H_3O^+_{(aq)}]_f}$

$. K = \frac{(1,21\times 10^{-3})^2}{0,01 - 1,21\times 10^{-3}} = 1,66 \times 10^{-4}$

يمثل K ثابت الحموضة K_a للثنائية $HCOOH/HCOO^-$.

$pK_a = -\log K_a$.

$pK_a = -\log 1{,}66 \times 10^{-4} = 3{,}78$.

i. نعاير حجم قدره $V_0 = 20\ mL$ من المحلول السابق بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي C_b .

1) معادلة تفاعل المعايرة .

$HCOOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$.

2) باستغلال البيان اوجد.

أ) حجم محلول الصودا $(NaOH)$ اللازم للتكافؤ ؟ ثم استنتج قيمة C_b ؟.

$pH = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$.

عند نقطة نصف التكافؤ يكون الحجم المضاف من المحلول الموجود في السحاحة هو $\left(\frac{V_E}{2}\right)$ و $pH = pK_a$.

أي $\log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 0$.

من البيان $\frac{V_{bE}}{2} = 5mL$ ومنه $V_{bE} = 10mL$.

عند التكافؤ $C_a V_0 = C_b V_{bE}$ ومنه $C_b = \frac{C_a V_0}{V_{bE}}$.

$C_b = \frac{0{,}01 \times 20}{10} = 0{,}02 mol/L$.

ب) قيمة pH المحلول عند التكافؤ .

$pH = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$.

عند التكافؤ من البيان $\log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 4$.

أي $V_{bE} = 10mL$ تقابلها من البيان $\log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 4$.

$pH_E = 3{,}78 + 4 = 7{,}78$.

3) حساب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند سكب حجم قدره $V_b = 10\ mL$ من محلول الصودا أي عند التكافؤ .

	$HCOOH_{(aq)}$	$+ OH^-_{(aq)}$	$= HCOO^-_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$
$t = 0$	$C_a V_0$	$C_b V_b$	0	بزيادة
عند التكافؤ	$C_a V_0 - x_f$	$C_b V_{bE} - x_f$	x_f	بزيادة

$. [H_3O^+]_f = 10^{-pH_E} = 10^{-7,78} = 1,66 \times 10^{-8} mol/L$

$. [OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-14}}{10^{-7,78}} = 6,02 \times 10^{-7} mol/L$

$. [Na^+]_f = \frac{C_b V_{bE}}{V_0 + V_{bE}} = \frac{0,02 \times 10}{30} = 6,66 \times 10^{-3} mol/L$

$. [HCOOH]_f = \frac{C_a V_0 - x_f}{V_0 + V_{bE}}$

$. x_f = C_b V_{bE} - [OH^-]_f (V_0 + V_{bE})$ ومنه $[OH^-]_f = \frac{C_b V_{bE} - x_f}{V_0 + V_{bE}}$

$. [HCOOH]_f = \frac{C_a V_0 - x_f}{V_0 + V_{bE}} = \frac{C_a V_0 - (C_b V_{bE} - [OH^-]_f (V_0 + V_{bE}))}{V_0 + V_{bE}} = [OH^-]_f$

$. [HCOOH]_f = 6,02 \times 10^{-7} mol/L$

4) من بين الكواشف الملونة التالية بين الكاشف المناسب لهذه المعايرة مع التعليل؟

الكاشف المناسب هو أحمر الكريزول لأن pH_E ينتمي الى مجال التغير اللوني لهذا الكاشف .

التمرين (10)

1) معادلة انحلال غاز النشادر في الماء ، وأنجز جدولا لتقدم التفاعل .

$NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH_4^+{}_{(aq)} + OH^-{}_{(aq)}$

	$NH_{3(g)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$= NH_4^+{}_{(aq)}$	$+ OH^-{}_{(aq)}$
$t = 0$	$C_b V_b$	بزيادة	0	0
t	$C_b V_b - x$	بزيادة	x	x
t_f	$C_b V_b - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

2) أوجد العلاقة بين التركيز المولي C_b والتركيزين $[NH_3]_f$ ، $[NH_4^+]_f$

من جدول التقدم $[NH_4^+]_f = \frac{x_f}{V_b}$

$[NH_3]_f = \frac{C_b V_b - x_f}{V_b} = C_b - \frac{x_f}{V_b}$

ومنه $[NH_3]_f = C_b - [NH_4^+]_f$

$C_b = [NH_3]_f + [NH_4^+]_f$

3) تحديد قيمة التركيز المولي C_b لمحلول غاز النشادر

$[H_3O^+]_f = 10^{-PH} = 10^{-10,59} mol/L$

$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{10^{-10,59}} == 3,89 \times 10^{-4} mol/L$

من البيان $\log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 1,392$ ومنه $\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 10^{1,392}$

$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 24,66$ ومنه $[NH_3]_f = 24,66 [NH_4^+]_f$

$$C_b = [NH_3]_f + [NH_4^+]_f$$
$$C_b = 24{,}66\,[NH_4^+]_f + [NH_4^+]_f$$
$$C_b = 25{,}66\,[NH_4^+]_f = 25{,}66 \times 3{,}89 \times 10^{-4}$$
$$C_b = 10^{-2} mol/L$$

4) بين أن غاز النشادر أساس ضعيف $\tau_f = \frac{[OH^-]_f}{C_b}$

$\tau_f = \frac{3{,}89\times10^{-4}}{10^{-2}} = 3{,}89 \times 10^{-2} < 1$ ومنه غاز النشادر أساس ضعيف .

5) قيمة ال PK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3)

$$pH = pK_a + \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$$
$$pK_a = 10{,}59 - 1{,}392 = 9{,}2$$
$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-9{,}2} = 6{,}3 \times 10^{-10}$$

6) معادلة تفاعل المعايرة هي

$$H_3O^+_{(aq)} + NH_{3(aq)} = NH_4^+{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

أ- عند نقطة نصف التكافؤ يكون $\log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = 0$

من البيان $\frac{V_E}{2} = 10mL$ ومنه حجم التكافؤ $V_E = 20mL$

ب- قيمة الحجم V_b لمحلول النشادر. $C_aV_E = C_bV_b$

$$V_b = 20mL$$

ج- تراكيز مختلف الأفراد الكيميائية عند التكافؤ.

الأفراد الكيميائية : H_3O^+ ، NH_4^+ ، NH_3 ، Cl^- ، OH^-

عند التكافؤ $pH_E = pK_a + \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$

$$pH_E = 9{,}2 - 3{,}45 = 5{,}75$$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-5{,}75} = 1{,}778 \times 10^{-6} mol/L$$

$$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]_f} = 5{,}62 \times 10^{-9} mol/L$$

$$[Cl^-] = \frac{C_aV_E}{V_b+V_E} = 5 \times 10^{-3} mol/L$$

$$[NH_4^+] = [Cl^-] = 5 \times 10^{-3} mol/L$$

$$[NH_3] = [H_3O^+] = 1{,}778 \times 10^{-6} mol/L$$

د- ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة .

$$K = \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_3]_f \times [H_3O^+]_f} = \frac{1}{K_a} = 10^{9{,}2} = 1{,}58 \times 10^9 .$$

التمرين(11)

i. **دراسة المحلول المائي للأمونياك .**

1) معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج للتحول الكيميائي الذي يحدث بين الأمونياك والماء.

$$NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = NH^+_{4(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

2) حدّد نسبة التقدم النهائي τ_f لهذا التفاعل . ماذا تستنتج ؟

	$NH_{3(aq)}$	$+ H_2O_{(l)} =$	$NH^+_{4(aq)}$	$+ OH^-_{(aq)}$
$t=0$	C_BV	بزيادة	0	0
t	C_BV-x	بزيادة	x	x
t_f	C_BV-x_f	بزيادة	x_f	x_f

المتفاعل المحد هو $NH_{3(aq)}$ وبالتالي $C_BV - x_m = 0$. ومنه $x_m = C_BV$.

من جدول التقدم $[OH^-_{(aq)}]_f = \frac{x_f}{V}$. وبالتالي $x_f = [OH^-_{(aq)}]_f V$.

لدينا $\tau = \frac{x_f}{x_m}$.

$$\tau_f = \frac{[OH^-_{(aq)}]_f V}{C_BV} = \frac{[OH^-_{(aq)}]_f}{C_B}$$

$$\tau_f = \frac{K_e}{C_B 10^{-pH}} .$$

$$\tau_f = \frac{10^{-14}}{2\times10^{-2}\times10^{-10,74}} = 2,75\times10^{-2}$$

نلاحظ أن $\tau_f < 1$ وبالتالي التفاعل غير تام ومنه $NH_{3(aq)}$ أساس ضعيف .

3) عبر عن عبارة كسر التفاعل $Q_{r,f}$ عند توازن المجموعة الكيميائية بدلالة C_B و τ_f . ا حسب قيمته.

$$Q_{r,f} = \frac{[NH^+_{4(aq)}]_f [OH^-_{(aq)}]_f}{[NH_{3(aq)}]_f}$$

$$Q_{r,f} = \frac{\left([OH^-_{(aq)}]_f\right)^2}{C_B - [OH^-_{(aq)}]_f} = \frac{\tau_f^2 C_B^2}{C_B - \tau_f C_B}$$

$$Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_B}{1-\tau_f} .$$

$$Q_{r,f} = K = \frac{(2,75\times10^{-2})^2\times2\times10^{-2}}{1-2,75\times10^{-2}} = 1,55\times10^{-5}$$

4) تحقق من قيمة pK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3).

$$K = \frac{[NH^+_{4(aq)}]_f [OH^-_{(aq)}]_f}{[NH_{3(aq)}]_f}$$

$$K_a = \frac{[NH_{3(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[NH^+_{4(aq)}]_f}$$

$$. K = \frac{[NH^+_{4(aq)}]_f[OH^-_{(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f}{[NH_{3(aq)}]_f[H_3O^+_{(aq)}]_f} = \frac{K_e}{K_a}$$

$. K_a = \frac{K_e}{K}$ ومنه $K = \frac{K_e}{K_a}$

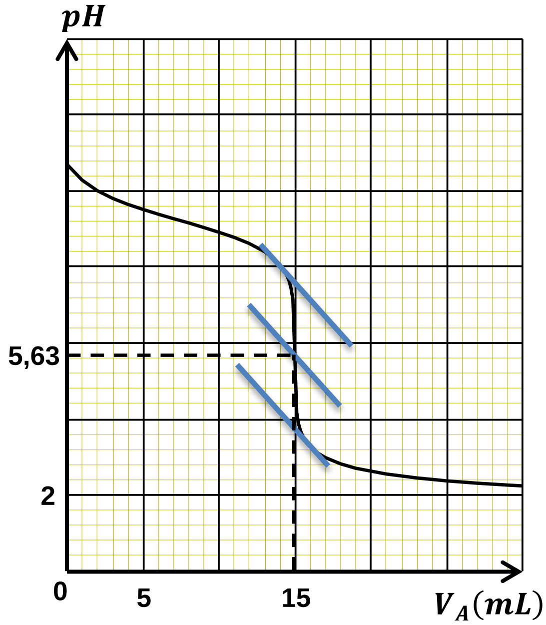
$$. pK_a = -\log K_a = -\log\frac{K_e}{K} = \log K - \log K_e$$

$$pK_a = \log 1{,}55 \times 10^{-5} - \log 10^{-14} = 9{,}2$$

ii. معايرة محلول الأمونياك بواسطة محلول حمض كلور الماء.

1) المعادلة الكيميائية المنمذجة لهذه المعايرة .

$$.NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(l)}$$



2) يمثل المنحنى الممثل في الشكل تغير pH الخليط بدلالة الحجم V_A للمحلول (S_A) لحمض كلور الماء المضاف.

أ) حدّد الإحداثيين V_{AE} و pH_E لنقطة التكافؤ.

طريقة المماسين المتوازيين .

$$(V_{AE}\,, pH_E) = (15mL, 5{,}63)$$

ب) احسب $\acute{C}_B$.

$$C_A V_{AE} = \acute{C}_B V_B$$

$$\acute{C}_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B} = \frac{2\times10^{-2}\times15}{20} = 1{,}5\times10^{-2} mol/L$$

ج) الكاشف الملائم لإنجاز هذه المعايرة في غياب جهاز pH متر .

الكاشف الملائم لإنجاز هذه المعايرة هو أحمر الكلورو فينول لأن pH_E يقع في مجال التغير اللوني لهذا الكاشف .

د) حدّد الحجم V_{A1} من محلول حمض كلور الماء الذي يجب إضافته لكي تتحقق العلاقة $[NH_4^+] = 15[NH_3]$ في الخليط التفاعلي .

$$pH = pK_a + \log\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$. pH = 9{,}2 + \log\frac{1}{15} = 8{,}02$$

من البيان $pH = 8{,}02$ تقابلها $V_{A1} = 14mL$.

التمرين(12)

i. لمتابعة التطور الزمني للتحول الكيميائي الحادث بين محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ ومعدن Al

1) معادلة تفاعل الألمنيوم مع محلول حمض كلور الماء .

$$Al_{(s)} = Al^{3+}_{(aq)} + 3e^-$$

$$2H_3O^+_{(aq)} + 2e^- = H_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$$

$$2Al_{(s)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)} + 6H_2O_{(l)}$$

2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل و احسب التقدم الاعظمي x_{max} ، ثم عين المتفاعل المحد.

	$2Al_{(s)}$	$+ \; 6H_3O^+_{(aq)}$	$= \; 2Al^{3+}_{(aq)}$	$+ \; 3H_{2(g)}$	$+ \; 6H_2O_{(l)}$
$t=0$	$n_1 = \frac{m_0}{M}$	C_0V_0	0	0	بوفرة
t	$n_1 - 2x$	$C_0V_0 - 6x$	$2x$	$3x$	بوفرة
t_f	$n_1 - 2x_m$	$C_0V_0 - 6x_m$	$2x_m$	$3x_m$	بوفرة

لدينا : $n_2 = C_0.V_0 = 0,6.0,2 = 0,12mol$

تعيين قيمة التقدم الأعظمي :

من جدول التقدم نجد $n(H_2) = 3x$.

من قانون الغاز المثالي $PV_{H_2} = n_{H_2}RT$ ومنه $3x = \frac{PV_{H_2}}{RT}$ وبالتالي $x = \frac{PV_{H_2}}{3RT}$.

$V_f(H_2) = 984mL$.

$$x_m = \frac{1,013\times10^5\times984\times10^{-6}}{3\times8,31\times310} = 1,29\times10^{-2}mol$$.

تحديد المتفاعل المحد :لدينا من جدول التقدم $n_f\left(H_3O^+\right) = n_2 - 6x_f = 0,12 - 6\cdot1,29\cdot10^{-2} = 4,26\cdot10^{-2}mol$

بما أن التفاعل تام و $n_f\left(H_3O^+\right) \neq 0$ فإن المتفاعل المحد هو الألمنيوم $Al_{(s)}$.

3) عرف السرعة الحجمية للتفاعل .

السرعة الحجمية للتفاعل هي مقدار تغير سرعة التفاعل في وحدة الحجم .

4) بين أنه يمكن كتابة عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بالشكل : $v_{vol} = \frac{P}{3VRT}\times\frac{dV_{H_2}}{dt}$. حيث V حجم المزيج التفاعلي .

لدينا $v_{vol} = \frac{1}{V}\times\frac{dx}{dt}$ و $x = \frac{PV_{H_2}}{3RT}$.

$\frac{dx}{dt} = \frac{P}{3RT}\times\frac{dV_{H_2}}{dt}$.

$v_{vol} = \frac{P}{3VRT}\times\frac{dV_{H_2}}{dt}$.

5) احسب سرعة التفاعل في اللحظة $t_1 = 0$ ثم في في اللحظة $t_2 = 30min$. اشرح اختلاف السرعتين على المستوى المجهري .

$$v(0) = \frac{P}{3RT}\times\left(\frac{dV_{H_2}}{dt}\right)_{t=0} = \frac{1,013\times10^5}{3\times8,31\times310}\left(\frac{984\times10^{-6}}{5}\right)$$

$v(0) = 2,58\times10^{-3}mol/min$.

عند اللحظة $t_2 = 30min$: $v(30) = 0$ توقف التفاعل .

يرجع اختلاف السرعتين على المستوى المجهري إلى تناقص عدد التصادمات الفعالة بين المتفاعلات بسبب تناقص التركيز الابتدائي للمتفاعلات .

6) احسب نسبة نقاوة عينة الألمنيوم .

$n_1 - 2x_m = 0$ ومنه $n_1 = 2x_m = 2{,}58 \times 10^{-2} mol$.

$n_1 = \frac{m_0}{M}$ ومنه $m_0 = n_1 M = 2{,}58 \times 10^{-2} \times 27 = 0{,}697g$.

لدينا : $\left.\begin{matrix} 1g \to 100\% \\ 0{,}697g \to P\% \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{P\% = 69{,}7\%}$

i. في نهاية التفاعل أخذنا حجما $V_1 = 20mL$ من المزيج الناتج ووضعناه في بيشر و أضفنا له $80mL$ من الماء المقطر ، فحصلنا بذلك على محلول (S') .

1) اذكر البروتوكول التجريبي لعملية المعايرة مع ذكر الزجاجيات المستعملة :

- نملأ السحاحة بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_B = 0{,}42 mol/L$ ثم نضبط سطح المحلول داخل السحاحة عند الصفر .
- نضع حجما قدره $100mL$ من المحلول (S') في كأس بيشر سعته $100mL$ و نضع هذا الأخير فوق مخلاط مغناطيسي ، ثم نضبط جهاز الـ pH متر ونضع مسباره داخل البيشر .
- نبدأ في إضافة محلول هيدروكسيد الصوديوم الموجود في السحاحة على المحلول (S') الموجود في البيشر قطرة قطرة مع تشغيل المخلاط المغناطيسي ونسجل قيمة الـ pH بعد كل إضافة ثم ندون النتائج في جدول.

2) تعيين نقطة التكافؤ E وتحديد طبيعة المزيج عندها :

باستعمال طريقة المماسات المتوازية نجد: $E\,(V_{BE} = 10mL, pH_E = 7)$

طبيعة المزيج هو معتدل لأنّ : $pH_E = 7$.

3) حساب التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم (H_3O^+) في المحلول (S'):

$$[H_3O^+] \cdot V_a = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow [H_3O^+] = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_a} = \frac{0{,}42 \cdot 10}{100} = 0{,}042 mol/L$$

4) حساب كمية مادة (H_3O^+) في المزيج المتفاعل في التجربة الأولى عند نهاية التفاعل :

نبحث أولا عن التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم (H_3O^+) في الحجم $V_1 = 20mL$: $[H_3O^+] = \frac{0{,}042 \cdot 100}{20} = 0{,}21 mol/L$

$$n_f(H_3O^+) = [H_3O^+] \cdot V_0 = 0{,}21 \cdot 0{,}2 = 0{,}042 mol \Rightarrow n_f(H_3O^+) = 0{,}042 mol$$

5) حساب نسبة نقاوة عينة الالمنيوم :

لدينا : $n_f(H_3O^+) = C_0 \cdot V_0 - 6x_{max} = 0{,}042 mol \Rightarrow x_{max} = 0{,}013 mol$

$n_f(AL) = n_1(AL) - 2x_{max} = 0 \Rightarrow n_1(AL) = 2x_{max} = 0{,}026 mol \Rightarrow m_0(AL) = 0{,}702g$

لدينا :

$\left.\begin{matrix} 1g \to 100\% \\ 0{,}702g \to P\% \end{matrix}\right\} \Rightarrow P\% = 70{,}2\%$

- المقارنة مع القيمة المحسوبة في التجربة الأولى : القيمتين متساويتين في حدود أخطاء القياس

التمرين(13)

التمرين الأول:

الفوج الأول:

1) معادلة التفاعل بين حمض الأسكوربيك وثنائي اليود.

$$C_6H_8O_{6(aq)} = C_6H_6O_{6(aq)} + 2H^+ + 2e^-$$

$$I_{2(aq)} + 2e^- = 2I^-_{(aq)}$$

$$C_6H_8O_{6(aq)} + I_{2(aq)} = C_6H_6O_{6(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+$$

2) جدول التقدم لهذا التفاعل.

	$C_6H_8O_{6(aq)}$	$+ I_{2(aq)}$	$= C_6H_6O_{6(aq)}$	$+ 2I^-_{(aq)}$	$+ 2H^+$
$t=0$	C_1V_1	C_2V_2	0	0	بوفرة
t	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - x$	x	$2x$	بوفرة
t_f	$C_1V_1 - x_f$	$C_2V_2 - x_f$	x_f	$2x_f$	بوفرة

3) معادلة تفاعل معايرة ثنائي اليود بثيوكبريتات الصوديوم .

$$2S_2O^{2-}_{3(aq)} = S_4O^{2-}_{6(aq)} + 2e^-$$

$$I_{2(aq)} + 2e^- = 2I^-_{(aq)}$$

$$I_{2(aq)} + 2S_2O^{2-}_{3(aq)} = 2I^-_{(aq)} + S_4O^{2-}_{6(aq)}$$

4) كمية مادة ثنائي اليود غير المتفاعل مع حمض الأسكوربيك.

عند التكافؤ يكون المزيج ستوكيومتري .

$$n_f(I_2) = \frac{n_E\left(S_2O^{2-}_{3(aq)}\right)}{2} .$$

$$n_f(I_2) = \frac{C_3V_E}{2} .$$

$$n_f(I_2) = \frac{2,5\times10^{-2}\times20\times10^{-3}}{2} = 2,5\times10^{-4}mol .$$

5) التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك .

لدينا $n_f(I_2) = C_2V_2 - x_f = 2,5\times10^{-4}mol$.

$$x_f = 3,5\times10^{-2}\times20\times10^{-3} - 2,5\times10^{-4} = 4,5\times10^{-4}mol .$$

$$x_m = 4,5\times10^{-4}mol .$$

المتفاعل المحد هو $C_6H_8O_{6(aq)}$ وبالتالي $C_1V_1 - x_m = 0$.

$$C_1 = \frac{x_m}{V_1} = \frac{4,5\times10^{-4}}{10\times10^{-3}} = 4,5\times10^{-2}mol/L$$

$$C_m = C_1 \times M = 4{,}5 \times 10^{-2} \times 176 = 7{,}92\ g/L$$

. $C_m = 7{,}92\ g/L$

الفوج الثاني:

1) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

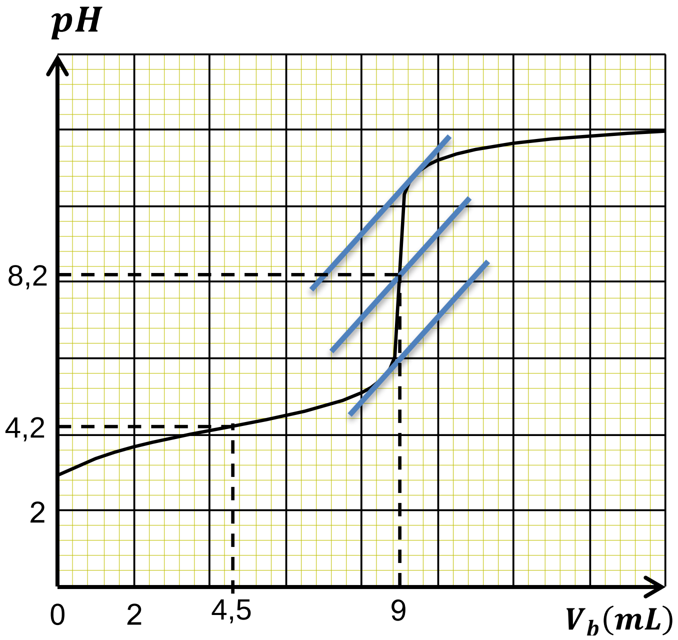
$$C_6H_8O_{6(aq)} + OH^-_{(aq)} = C_6H_7O^-_{6(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2) عرّف التكافؤ حمض – أساس ، ثم حدّد إحداثي نقطة التكافؤ حمض – أساس.

التكافؤ حمض – أساس يكون المزيج ستوكيومتري .

بواسطة طريقة المماسين المتوازيين .

$$(V_E, pH_E) = (9mL, 8{,}2)$$



عين pK_a الثنائية $(C_6H_8O_6 / C_6H_7O_6^-)$.

من البيان $pK_a = 4{,}2$.

3) احسب التركيز الكتلي (C_m) لحمض الأسكوربيك. قارن نتيجتي الفوجين.

عند التكافؤ .

. $C_B V_E = C_A V_A$

. $C_A = \frac{C_B V_E}{V_A} = \frac{5\times10^{-2}\times 9}{20} = 2{,}25 \times 10^{-2} mol/L$

قانون التمديد

$$C_1 \times V_0 = C_A \times 2V_0$$

. $C_1 = 2C_A = 4{,}5 \times 10^{-2} mol/L$

$$C_m = C_1 \times M = 4{,}5 \times 10^{-2} \times 176 = 7{,}92\ g/L$$

الفوجين حصلا على نفس النتيجة .

4) بيّن بطريقتين أن حمض الأسكوربيك ضعيف في الماء .

$\tau = \frac{10^{-pH_0}}{C_1}$ حيث من البيان $pH_0 = 2{,}95$.

. $\tau = \frac{10^{-2{,}95}}{4{,}5\times10^{-2}} = 2{,}55 \times 10^{-2}$

بمأن $\tau < 1$ فإن حمض الأسكوربيك ضعيف في الماء .

التمرين(14)

الحل

1) معادلة التفاعل الحادث أثناء المعايرة مبينا الثنائيات (أساس/حمض) الداخلة في التفاعل .

$$CH_3COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

الثنائيتين (أساس/حمض) هما :

$\left(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)}\right)$ و $\left(H_2O_{(l)}/OH^-_{(aq)}\right)$.

2) أي البيانين من الشكل -2 يعبر عن الصفة الحمضية وأيهما يعبر عن الصفة الأساسية ؟ علل.

البيان (1) من الشكل -2 يعبر عن الصفة الحمضية .

البيان (2) من الشكل -2 يعبر عن الصفة الأساسية .

3) اعتمادا على الشكلين :

أ) تحديد إحداثيتي نقطة التكافؤ . ثم استنتاج التركيز المولي C_a .

$(V_{bE}\ ,pH_E) = (20mL, 8{,}2)$.

ب) استنتج ثابت الحموضة K_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .

من الشكل -1 عند $\frac{V_{bE}}{2} = 10mL$ تقابلها $pK_a = 4{,}8$.

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-4{,}8} = 1{,}58 \times 10^{-5}$$

ج) مجال ال pH الذي يتغلب فيه الحمض على أساسه المرافق .

$pH < 4{,}8$.

د) النسبة المئوية للصفة الحمضية وكذا النسبة المئوية للصفة الأساسية عند إضافة $V_b = 6mL$ من الصود.

عند إضافة $V_b = 6mL$ يكون :

$\%(CH_3COOH) = 70\%$.

$\%(CH_3COO^-) = 30\%$.

ه) احسب تركيز الفرد CH_3COOH في نقطة نصف التكافؤ ثم في نقطة التكافؤ.

في نقطة نصف التكافؤ .

$[CH_3COOH] = [CH_3COO^-]$. و يكون $pH = 4{,}8$.

	$CH_3COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
بزيادة	0	C_BV_B	C_AV_A	
بزيادة	x	$C_BV_B - x$	$C_AV_A - x$	
بزيادة	x_f	$C_BV_B - x_f$	$C_AV_A - x_f$	

من جدول التقدم $[OH^-_{(aq)}] = \frac{C_BV_B - x_f}{V_A+V_B}$

$[OH^-_{(aq)}] = \frac{10^{-14}}{10^{-4{,}8}} = 6{,}3 \times 10^{-10} mol/L$.

$\frac{C_BV_B - x_f}{30\times10^{-3}} = 6{,}3 \times 10^{-10}$.

$$10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} - x_f = 1{,}89 \times 10^{-11}$$

. $x_f \approx 10^{-4} mol$

. $[CH_3COOH] = [CH_3COO^-] = \frac{x_f}{V_A+V_B} = \frac{10^{-4}}{30\times10^{-3}} = 3{,}33\times10^{-3} mol/L$

في نقطة التكافؤ.

. $[CH_3COOH] = [OH^-_{(aq)}]$

. $[H_3O^+_{(aq)}] = 10^{-pH_E} = 10^{-8{,}2} = 6{,}3\times10^{-9} mol/L$

. $[CH_3COOH] = 1{,}58\times10^{-6} mol/L$ ومنه $[OH^-_{(aq)}] = \frac{10^{-14}}{10^{-8{,}2}} = 1{,}58\times10^{-6} mol/L$

التمرين(15)

1) معادلة التفاعل بين المثيل أمين وشاردة الأمونيوم.

. $CH_3NH_{2(aq)} + NH^+_{4(aq)} = CH_3NH^+_{3(aq)} + NH_{3(aq)}$

2) أوجد باستعمال جدول التقدم ، العلاقة بين تركيز شوارد الأمونيوم وتركيز المثيل أمونيوم.

	. $CH_3NH_{2(aq)} + NH^+_{4(aq)} = CH_3NH^+_{3(aq)} + NH_{3(aq)}$			
$t=0$	n_1	n_2	0	0
t	$n_1 - x$	$n_2 - x$	x	x
t_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - x_f$	x_f	x_f

$[CH_3NH^+_{3(aq)}] = \frac{x}{V}$ و $[NH^+_{4(aq)}] = \frac{n_2 - x}{V}$

$[NH^+_{4(aq)}] = \frac{n_2}{V} - \frac{x}{V} = [NH^+_{4(aq)}]_i - [CH_3NH^+_{3(aq)}]$

. $[NH^+_{4(aq)}] = [NH^+_{4(aq)}]_i - [CH_3NH^+_{3(aq)}]$

3) عبارة الناقلية النوعية للمحلول عند التوازن بدلالة تركيز شوارد مثيل أمونيوم.

$\sigma = \lambda_{NH_4^+}[NH^+_{4(aq)}]_f + \lambda_{NH_3NH_3^+}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]_f$

$[Cl^-]_f = \frac{n_2}{V} = \frac{1{,}50\times10^{-3}}{10^{-1}} = 1{,}50\times10^{-2} mol/L$

.$[Cl^-]_f = 15\ mol/m^3$

$\sigma = 7{,}34\times10^{-3}[NH^+_{4(aq)}]_f + 5{,}87\times10^{-3}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f + 7{,}63\times10^{-3}\times15$

. $[NH^+_{4(aq)}] = [NH^+_{4(aq)}]_i - [CH_3NH^+_{3(aq)}] = 15 - [CH_3NH^+_{3(aq)}]$

$\sigma = 7{,}34\times10^{-3}(15 - [CH_3NH^+_{3(aq)}]) + 5{,}87\times10^{-3}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f + 7{,}63\times10^{-3}\times15$

. $\sigma = 224{,}55\times10^{-3} - 1{,}47\times10^{-3}[CH_3NH^+_{3(aq)}]_f$

4) أوجد تراكيز الأنواع الكيميائية المساهمة في هذا التفاعل.

$$\sigma = 224,55 \times 10^{-3} - 1,47 \times 10^{-3}\left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right]_f$$

$$\left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right]_f = \frac{224,55\times10^{-3}-\sigma}{1,47\times10^{-3}} = \frac{224,55\times10^{-3}-210,5\times10^{-3}}{1,47\times10^{-3}}$$

$$\left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right]_f = 9,55 mol/m^3$$

$$\left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right]_f = 9,55 \times 10^{-3} mol/L$$

$$\left[NH^+_{4(aq)}\right] = 15 - \left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right] = 15 - 9,55 = 5,45 mol/m^3$$

$$\left[NH^+_{4(aq)}\right] = 5,45 \times 10^{-3} mol/L$$

$\left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right] = \frac{x_f}{V}$ ومنه $x_f = V\left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right]$.

$$x_f = 9,55 \times 10^{-4} mol$$

$$\left[NH_{3(aq)}\right]_f = \frac{x_f}{V} = 9,55 \times 10^{-3} mol/L$$

$$\left[CH_3NH_{2(aq)}\right]_f = \frac{n_1 - x_f}{V} = \frac{10^{-3} - 9,55\times10^{-4}}{10^{-1}}$$

$$\left[CH_3NH_{2(aq)}\right]_f = 4,5 \times 10^{-4} mol/L$$

5) أحسب ثابتة التوازن.

$$K = \frac{\left[CH_3NH^+_{3(aq)}\right]_f\left[NH_{3(aq)}\right]_f}{\left[CH_3NH_{2(aq)}\right]_f\left[NH^+_{4(aq)}\right]_f} = \frac{(9,55\times10^{-3})^2}{4,5\times10^{-4}\times5,45\times10^{-3}}$$

$K = 37,1$.

التمرين(16)

1) معادلة التفاعل الحاصل.

$CH_3COO^-_{(aq)} + NH^+_{4(aq)} = CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)}$.

2) عبارة ثابت التوازن K لهذا التفاعل .

$K = \frac{\left[CH_3COOH_{(aq)}\right]_f\left[NH_{3(aq)}\right]_f}{\left[CH_3COO^-_{(aq)}\right]_f\left[NH^+_{4(aq)}\right]_f}$.

3) الثنائيات أساس/حمض المشاركة في هذا التفاعل.

$\left(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)}\right)$ و $\left(NH^+_{4(aq)}/NH_{3(aq)}\right)$.

4) أعط عبارة ثابت الحموضة K_{a1} و K_{a2} لكل ثنائية بدلالة التراكيز عند التوازن

$K_{a1} = \frac{\left[NH_{3(aq)}\right]_f\left[H_3O^+_{(aq)}\right]_f}{NH^+_{4(aq)}}$.

$$K_{a2} = \frac{[CH_3COO^-_{(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[CH_3COOH_{(aq)}]_f} .$$

5) عبارة الثابت K بدلالة K_{a1} و K_{a2} واحسب قيمتها عند 25^0C .

$$K = \frac{[CH_3COOH_{(aq)}]_f [NH_{3(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}{[CH_3COO^-_{(aq)}]_f [NH^+_{4(aq)}]_f [H_3O^+_{(aq)}]_f}$$

$$K = \frac{K_{a1}}{K_{a2}} .$$

$$K = \frac{10^{-pK_{a1}}}{10^{-pK_{a2}}} = 10^{pK_{a2}-pK_{a1}} = 10^{-4,4} = 3,98 \times 10^{-5} .$$

6) استنتج هل التحول تام أم محدود.

بمأن $K < 10^4$ فإن التفاعل محدود .

التمرين(1)

في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ليكن المتحرك M الذي شعاع موضعه عند اللحظة t يعطي بالعلاقة :

$\vec{r}=(3t-2)\vec{\imath}+(5t^2+4)\vec{\jmath}$ ، حيث تقدر الأبعاد بالمتر و الزمن بالثانية .

1) أوجد شدة شعاع السرعة اللحظية ثم أحسب قيمتها عند اللحظة $t=3s$.
2) أوجد قيمة التسارع .

التمرين(2)

ينتقل متحرك نقطي عبر معلم متعامد و متجانس احداثياته عبر المحورين (ox) و (oy) هي :

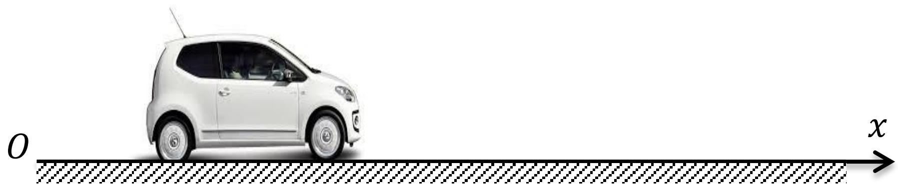
$x=3sin2\pi t$ و $y=3cos2\pi t$.

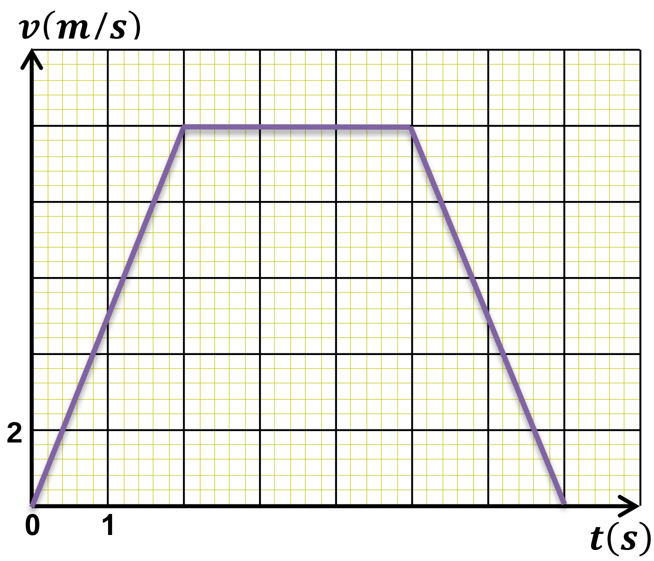
حيث x و y مقدرتان بالمتر و الزمن t بالثانية.

1) أحسب مقدار السرعة و التسارع.
2) أوجد معادلة المسار $y=f(x)$ ، ثم مثلها بيانيا ، مستنتجا طبيعة الحركة.

التمرين(3)

تتحرك سيارة على طريق مستقيم يعطى مخطط السرعة بدلالة الزمن t .





1) حدد مراحل وطبيعة الحركة في كل مرحلة .
2) أحسب قيمة التسارع في كل مرحلة .
3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة في المرحلة الأولى .

التمرين(4)

تنزلق كرية كتلتها $m = 50g$ بدون احتكاك ، فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha = 40^0$ بالنسبة للخط الأفقي أنظر الشكل.

تنطلق الكرية من النقطة A بدون سرعة ابتدائية وتصل إلى النقطة B بسرعة $v_B = 16\, m/s$.

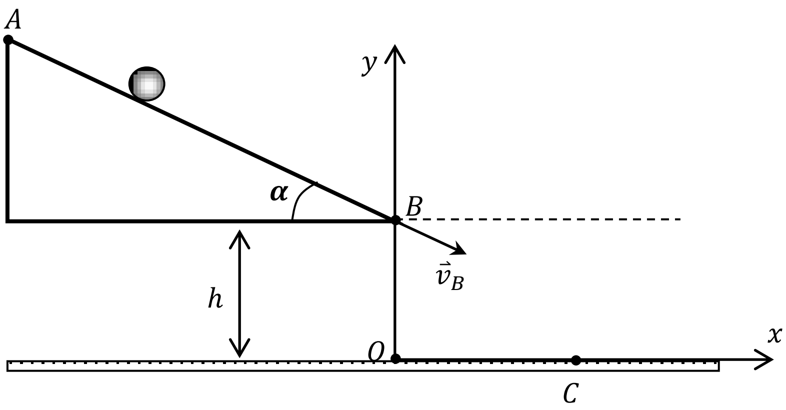
نعطي: $g = 10\, m/s^2$.

i. الجزء الأول : دراسة حركة الكرية على الجزء AB .
1) مثل القوى المطبقة على الكرية.
2) أوجد المسافة AB .

ii. الجزء الثاني : دراسة سقوط الكرية على الجزء BC في المعلم (O, x, y) .

نهمل تأثير الهواء في هذا الجزء . نعطي الارتفاع h للمستوى المائل بالنسبة لسطح الأرض $h = 5{,}0\, m$.

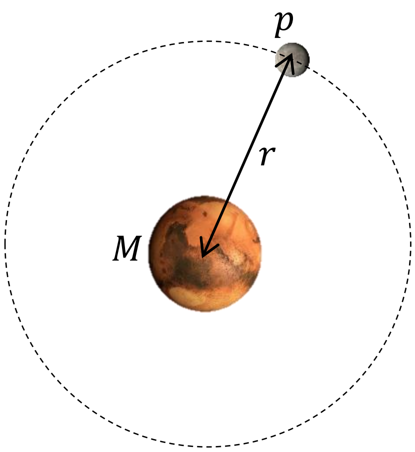
1) أكتب العبارات الحرفية للمعادلات الزمنية $v_x(t)$ و $v_y(t)$ و $x(t)$ و $y(t)$.
2) استنتج معادلة المسار $y(x)$.
3) تسقط الكرية على سطح الارض عند النقطة C . أوجد المسافة OC .
4) ماهي مدة وصول الكرية الى النقطة C ؟ .
5) أحسب سرعة الكرية عندما تصل إلى النقطة C .



التمرين(5)

i. المريخ $Mars$ (M) هو الكوكب الرابع في البعد عن الشمس ويعتبر كوكبا صخريا شبيها بالأرض و يدعى كذلك بالكوكب الأحمر نسبة إلى أكسيد الحديد الثلاثي الموجود على سطحه وفي جوه.

يملك كوكب المريخ قمران :ديموس وفوبوس يدوران حوله في حركة دائرية ، و لاعتقاد العلماء أن هذا الكوكب يحتوي على الماء قاموا بوضع محطة لأجهزة الاتصالات مع الأرض على أحد أقمار هذا الكوكب وهو فوبوس $phobos$ (p) .



1) ماهو المرجع المناسب لهذه الدراسة ؟عرفه.
2) مثل على الشكل القوة التي يطبقها كوكب المريخ M على قمر فوبوس p .
3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة.
4) استنتج عبارة سرعة دوران القمر p حول المريخ M .
5) جد عبارة دور حركة القمر T_p حول المريخ بدلالة المقادير r ، G ، m_M .
6) أذكر نص القانون الثالث لكبلر و بين أن النسبة:

$\frac{T_p^2}{r^3} = 9,21 \times 10^{-13} s^2 . m^{-3}$. ثم استنتج قيمة T_p .

7) أين يجب وضع محطة الاتصالات (S) لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ؟ وما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ؟ .

ii. قصد معرفة عمر البحيرة الجوفية المتجمدة الموجودة في باطن المريخ أحضر رواد المركبة صخورا تحتوي على أنوية البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ المشعة طبيعيا نصف عمرها $t_{1/2} = 1,3 \times 10^9 ans$.
والتي تتحول إلى أنوية الأرغون $^{40}_{18}Ar$.

1) عرف النواة المشعة.
2) أكتب معادلة التفكك النووي الحادث لنواة البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ محددا نمط التفكك.
3) حدد قيمة λ ثابت النشاط الإشعاعي للبوتاسيوم.
4) تحليل عينة من هذه الصخور عند لحظة t وجد أنها تحتوي على $N_K = 4,49 \times 10^{19}$ نواة من البوتاسيوم و $N_{Ar} = 1,29 \times 10^{17}$ نواة من الأرغون . حدد قيمة t عمر صخور هذه البحيرة.

يعطى: كتلة المريخ: $m_M = 6,44 \times 10^{23} kg$ ، المسافة بين المريخ والقمر $r = 9,38 \times 10^3 km$

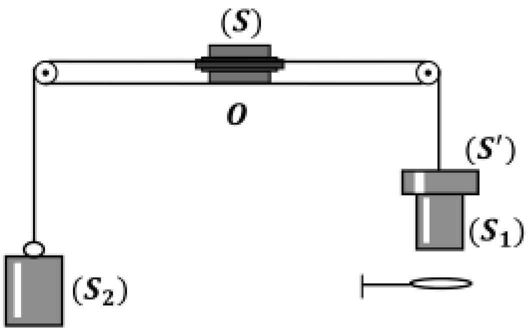
ثابت التجاذب الكوني $G = 6,67 \times 10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$ ، دور حركة المريخ $T_M = 24h37min22s$.

<u>التمرين(6)</u>

تمثل الجملة الكيميائية المبينة في الشكل مستويا أفقيا أملسا يستلقي عليه جسم (S) كتلته $m = 100\ g$ مربوط بخيطين يمران على محزي بكرتين مهملتي الكتلة .يتصل بالطرف الآخر للخيط الأول جسم (S_1) كتلته $m_1 = 300\ g$ يستند عليه جسم مجنح (S') كتلته $m' = 200\ g$ وينتهي الخيط الآخر بجسم (S_2) كتلته $m_2 = 400\ g$

توضع حلقة مفرغة على بعد $72cm$ من الجسم المجنح تسمح بمرور الجسم (S_1) لوحده فقط.

تترك الجملة حرة الحركة بدون سرعة ابتدائية.



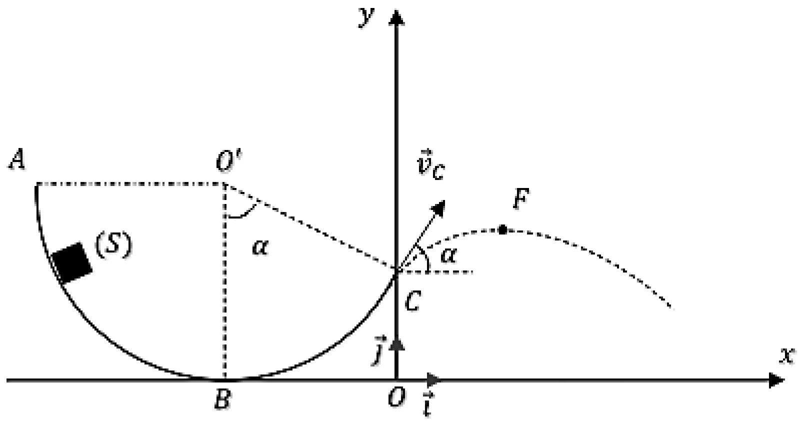
1) أوجد عبارة تسارع الجملة قبل اصطدام الجسم (S') بالحلقة المفرغة ثم احسبه.
2) احسب زمن هذا الطور، وما سرعة الجسم المجنح عندئذ؟
3) احسب توتري الخيطين خلال هذا الطور.
4) ما طبيعة حركة الجملة بعد اصطدام الجسم المجنح بالحلقة المفرغة؟ أحسب تسارعها.
5) ما هي المسافة التي تقطعها الجملة خلال هذا الطور الثاني؟
6) ما هو زمن هذا الطور؟
7) ما هو الزمن الذي تستغرقه الكتلة m منذ بداية حركتها من O وحتى العودة إليها؟ .

يعطى: $g = 10\ m.s^{-2}$.

<u>التمرين(7)</u>

يمكن لجسم صلب (S) كتلته $m = 0,2\ kg$ أن ينزلق على مسار دائري نصف قطره $r = 0,9\ m$ ومركزه O' . نضع الجسم (S) على المسار عن النقطة A ونتركه بدون سرعة ابتدائية، فيصل إلى النقطة C بسرعة $v_C = 3\ m/s$ حيث $\alpha = 60°$.

1) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و C بين أن حركة (S) على المسار الدائري تتم بدون احتكاك.



2) بين أن: $v_B = \sqrt{2g.r}$.

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف سطح التماس على الجسم في النقطة B بدلالة m و g .ثم أحسب قيمتها.

4) انطلاقا من النقطة C يغادر الجسم (S) المسار الدائري عند لحظة $t = 0$ ، ليسقط عند نقطة تنتمي للمحور الأفقي المار من B .

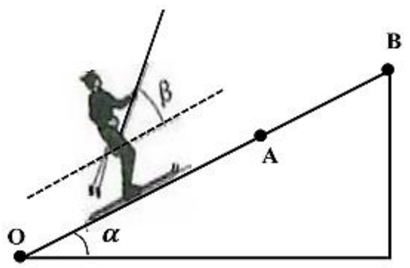
أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن .أوجد المعادلات الزمنية للحركة .ثم استنتج معادلة مسار الحركة.

ب) حدد إحداثيي الذروة F.

يعطى: $g = 10\ m/s^2$.

التمرين(8)

يطبق جهاز الجر على متزحلق على الثلج قوة ثابتة شدتها $F = 400N$ بواسطة حبل، فيصعد المتزحلق منحدرا مائلا بزاوية $\alpha = 25^0$ بالنسبة للمستوى الأفقي .نعتبر النقطة O مبدأ للمعلم . يمر المتزحلق من النقطة O عند اللحظة $t = 0$ بسرعة $v_0 = 2m/s$.



كتلة المتزحلق و لوازمه : $m = 70Kg$ ، $g = 10N/kg$.

علما أن الحبل يكون زاوية $\beta = 22^0$ مع خط الميل الأعظم و أن الاحتكاكات مكافئة لقوة $\vec{f}$ عكس اتجاه الحركة وشدتها $f = 10N$.

1) اجرد القوى الخارجية المطبقة على المتزحلق و لوازمه، و مثلها .

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد طبيعة حركة المتزحلق، و احسب تسارعه .

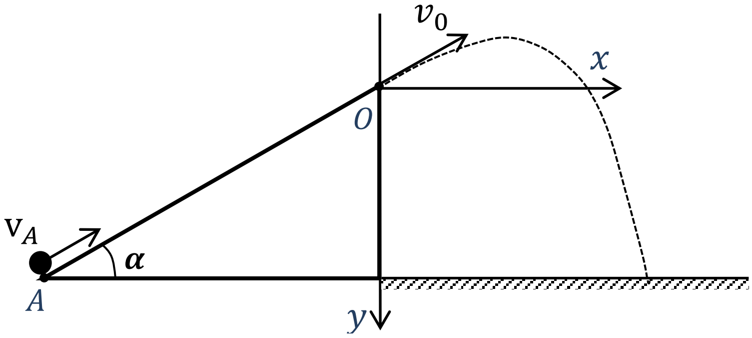
3) يصل المتزحلق إلى النقطة A بسرعة $v_A = 10m/s$ ، احسب المسافة OA .

4) احسب الشدة f' لقوة الاحتكاك لتكون حركة المتزحلق مستقيمة منتظمة بين الموضعين A و B .

احسب المسافة AB ، علما أن المدة الزمنية المستغرقة لقطعها هي $t = 11s$.

التمرين(9)

جسم نعتبره نقطي كتلته $m = 1,5kg$ ، يقذف من النقطة A بسرعة $v_A = 20m/s$ وفق خط الميل الأعظمي لمستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^0$ عن الخط الأفقي لمستوى الأرض ، والذي طوله $OA = 30m$.



1) ادرس طبيعة حركة الجسم على المسار (OA) ، بإهمال قوى الاحتكاك .

2) احسب السرعة v_0 عند النقطة O .

3) عند الوصول إلى (O) ، يؤدي الجسم سقوطا منحنيا .

أ- ادرس حركة الجسم على المحورين (Ox, Oy) واستنتج معادلة المسار $y = f(x)$.
ب- أوجد إحداثية نقطة المدى على سطح الأرض .
ج-أوجد ارتفاع الذروة بالنسبة لسطح الأرض .

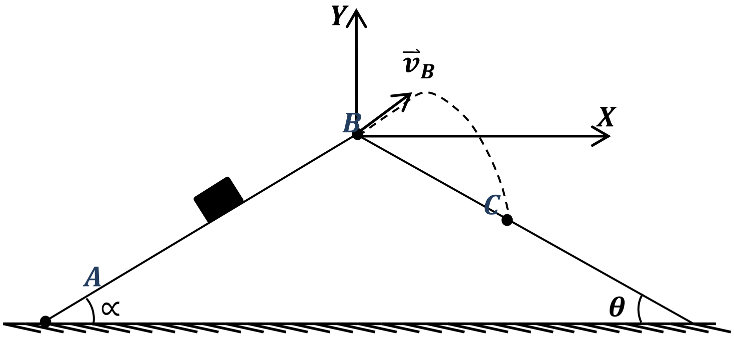
$g = 10N/kg$

التمرين(10)

i. نقذف جسم صلب (S) كتلته $m = 100g$ بسرعة ابتدائية $v_0 = 5m/s$ من النقطة (A) على خط الميل الأعظم لمستوى مائل يصنع زاوية $\alpha = 30^0$ مع الأفق بحيث يخضع الجسم إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة ومعاكسة لجهة الحركة قيمتها $f = 0,1N$.

1) مثل كل القوى المطبقة على الجسم.
2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:
- أكتب عبارة التسارع a بدلالة α و g ، f ، m .
- حدد طبيعة حركة الجسم .
- بين أن شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف المستوى AB تكتب كالتالي : $R = mg\sqrt{\cos^2\alpha + \left(\frac{a}{g} + \sin\alpha\right)^2}$

ii. يغادر الجسم المستوى المائل AB عند النقطة B ليسقط عند النقطة C من منحدر ثاني يصنع مع المستوى الأفقي الزاوية $\theta = 30^0$.

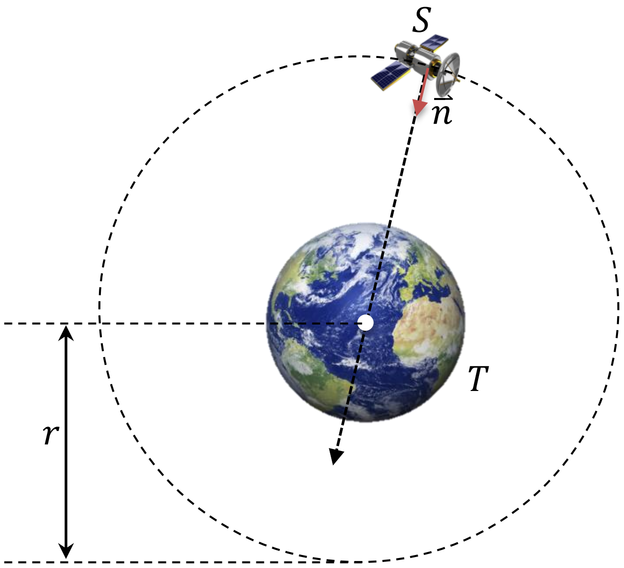


1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .
2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة B .
3) أحسب المسافة BC .
4) حدد خصائص شعاع السرعة عند النقطة C

تعطى: $g = 10m/s^2$ ، $AB = 2m$.

التمرين(11)

يدور قمر اصطناعي(S) كتلته m حول الأرض بحركة دائرية منتظمة، نصف قطر المسار الدائري هو rو مركز مساره هو مركز الأ رض.



معطيات:

كتلة الأرض : $M_T = 5,97 \times 10^{24} kg$.

ثابت الجذب العام : $G = 6,67 \times 10^{-11} S.I$.

نصف قطر المسار الدائري : $r = 2,66 \times 10^4\ km$.

1) مثل قوة الجذب العام $\vec{F}_{T/S}$ التي تطبقها الأرض على القمر الاصطناعي و أكتب عبارة الشدة $F_{T/S}$ بدلالة M_T و m و G و r .
2) باستعمال التحليل البعدي لثابت الجذب العام ، أعط وحدة G في النظام العالمي للوحدات.

3) بين أن عبارة السرعة الخطية للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي هو : $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.

4) أكتب عبارة السرعة v بدلالة r و T دور القمر الاصطناعي.

5) استنتج عبارة تعبير دور القمر الاصطناعي T بدلالة M_T و G و r .

6) بين أن النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لأي قمراصطناعي يدور حول الأرض ، ثم أحسب قيمتها العددية محددا وحدتها في النظام العالمي للوحدات.

7) أحسب الدور المداري T لحركة القمر الاصطناعي. نأخذ $\pi^2 = 10$.

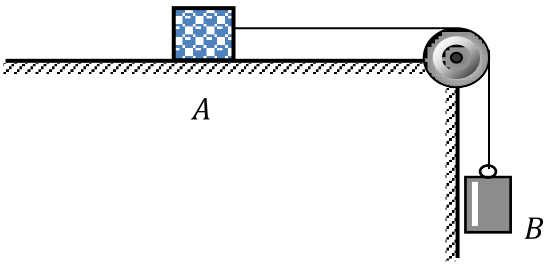
التمرين(12)

تتكون الجملة الممثلة في الشكل 2 من جسمين A و B كتلتاهما على الترتيب $m_A = 350g$ و $m_B = 650g$.

نعتبر ان $g = 10m.s^{-1}$

الجسمان متصلان بخيط عديم الامتطاط ومهمل الكتلة يمر على محز بكرة مهملة الكتلة ، سمحت الدراسة التجريبية بحساب سرعات الجسم A عند لحظات زمنية مختلفة t ، فتحصلنا على النتائج التالية :

$t\,(ms)$	0	40	80	120	160	200
$V\,(m.s^{-1})$	؟	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40



1) ارسم البيان $V = f(t)$.

2) باستغلال البيان :

أ- استنتج طبيعة حركة مركز عطالة الجسم A ، ثم اوجد تسارعه.

ب- هل بدات الجملة حركتها من السكون ام بسرعة ابتدائية ؟

3) يخضع الجسم لقوة احتكاك $\vec{f}$ على المستوى الأفقي نعتبرها ثابتة الشدة ومعاكسة لجهة الحركة .

أ- مثل كل القوى المؤثرة على الجملة .

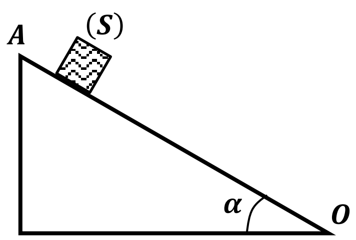
ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، احسب شدة قوة الاحتكاك.

4) ينقطع الخيط الرابط بين الجسمين عند اللحظة $t = 200ms$

أ- ادرس طبيعة حركة الجسمين بعد انقطاع الخيط .,

ب- ماهي المسافة التي يقطعها الجسم A حتى يتوقف .

ج-ارسم مخطط التسارع للجسم B قبل وبعد انقطاع الخيط بدلالة الزمن .



التمرين(13)

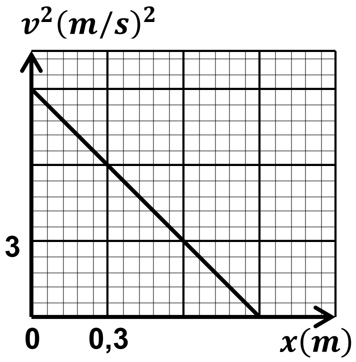
من نقطة O (نعتبرها مبدأ للفواصل) ندفع جسم (S) كتلته $m = 100\ g$ بسرعة ابتدائية v_0 على طول مستو مائل عن الأفق بزاوية α (قوى الاحتكاك مهملة)

1- يمثل البيان التالي تغيرات مربع سرعة الجسم (v^2) بدلالة الفاصلة x

أ/ أدرس حركة الجسم على المستوى المائل.

ب/ أكتب العلاقة النظرية بين v^2 و x .

جـ/ باستغلال البيان استنتج: قيمة كل من α و v_0 .



2- باعتبار وجود قوى احتكاك تكافىء قوة وحيدة شدتها f .

أ/ أوجد عبارة التسارع a' للجسم في هذه الحالة.

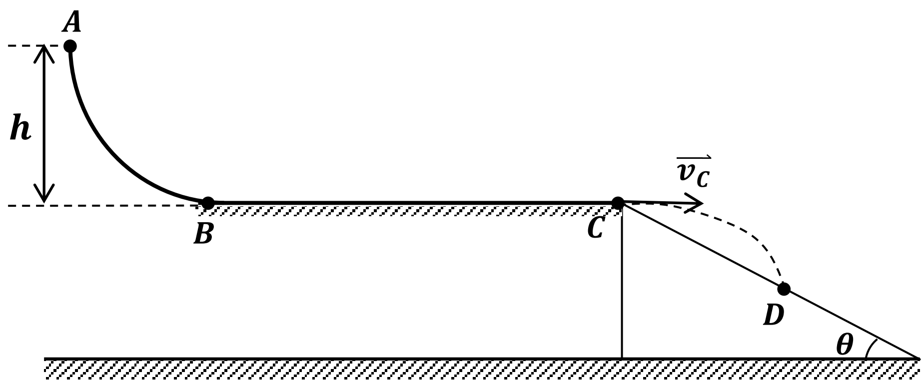
ب/ إذا اكتسب الجسم طاقة الحركية قدرها $0,2j$ بعد قطعه مسافة $x = 0,4\ m$

أحسب شدة قوة الاحتكاك . $g = 10\ m/s^2$.

التمرين(14)

نهمل جميع الاحتكاكات ، ونأخذ $g = 10\ m/s^2$.

يترك جسم بدون سرعة ابتدائية من قمة منحدر من الموضع A على ارتفاع $h = 5m$ عن مستوى أفقي BC ، يغادر



الجسم المستوى الأفقي BC عند النقطة C ليسقط عند النقطة D من منحدر ثاني يصنع مع المستوى الأفقي الزاوية $\theta = 30^0$ ....(الشكل) .

1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .
2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة C .
3) أحسب المسافة CD .

تمرين (15)

يتوفر كوكب" المشتري « $Jupiter$ » على أربعة أقمار تدور حوله وهي:

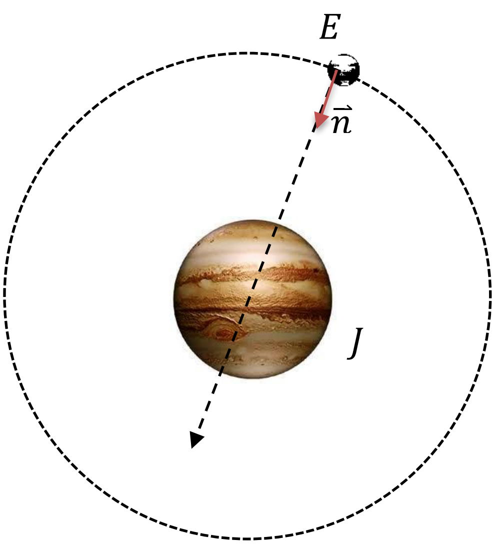
. Io و $Europe$, $Ganymène$, $Gallisto$.

ندرس حركة القمر $Europ$ الذي نعتبره مساره دائريا.

نعطي : $G = 6,67.10^{-11}\ SI$ ثابت الجذب العام.

كتلة كوكب المشتري هي $M_J = 1,9.10^{27} kg$.

نصف قطر مدار القمر $Europ$ $r = 6,7.10^5\ km$.



1) مثل على الشكل $\vec{v}$ شعاع سرعة القمر $Europe$ وكذا شعاع قوة الجذب العام $\vec{F}_{J/E}$. التي يطبقها كوكب المشتري على القمر $Europ$.
2) أكتب عبارة القوة $\vec{F}_{J/E}$ بدلالة $\vec{n}$ و m_E كتلة القمر $Europ$ و M_J و G و r .

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر $Europ$ بين أن حركته منتظمة .
4) حدد عبارة سرعته v . احسب السرعة v للقمر $Europ$.
5) استنتج قيمة السرعة الزاوية ω للقمر $Europ$.
6) استنتج الدور T لحركة $Europ$ أي المدة اللازمة لإنجاز دورة كاملة حول المشتري.
7) أثبت قانون كيبلر الثالث : $\frac{T^2}{r^3} = K = cte$ بالنسبة لجميع أقمار كوكب المشتري.
8) دور حركة القمر $"Io"$ هو $T_{IO} = 1j\ 18h18\ min$. حدد نصف قطر مداره .

التمرين(16)

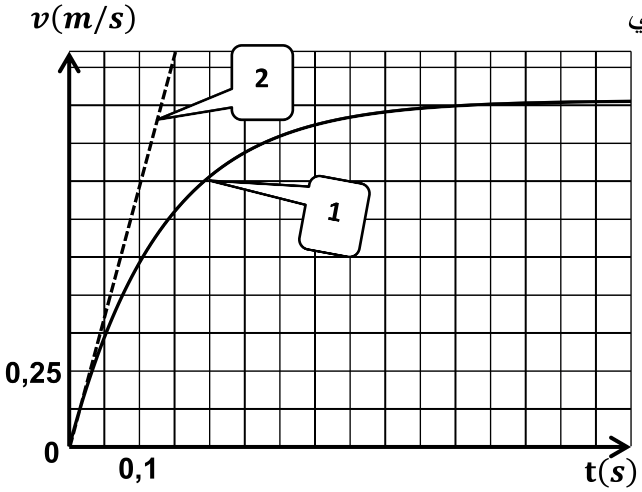
تسمح المعادلة التفاضلية : $\frac{dy}{dt} + \alpha y = \beta$ (1) بوصف عدد كبير من الظواهر الفيزيائية المتغيرة خلال الزمن مثل الشدّة ، التوتر ، السرعة ، النشاط الإشعاعي **....** إلخ

نذكر أن هذه المعادلة رياضيا تقبل على الخصوص الحل : $y(x) = A + Be^{-\alpha x}$ (2)

حيث A و B ثابتان يحددان من الشروط الابتدائية.

استغلت حركة سقوط كرة معدنية ، كتلتها m ، في مائع كتلته الحجمية ρ_f ، بواسطة برمجية خاصة التي سمحت برسم تطور سرعة مركز العطالة بدلالة الزمن ، فتمّ الحصول على المنحنى البياني رقم 1 الموضح في الشكل المقابل والذي معادلته: $v(t) = 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$

i. استغلال المنحنى البياني ومعادلته:



1) أذكر مع التعليل صحة أو خطأ العبارات التالية: المعنى الفيزيائي للمنحنى البياني رقم 2 هو:
   أ- مخطط سرعة الكرة عند اهمال قوى الاحتكاك.
   ب- مخطط سرعة الكرة عند إهمال دافعة أرخميدس .
   ج- تسارع الكرة لحظة تحررها.
2) هل معادلة المنحنى البياني تتطابق مع المعادلة رقم (2) .
3) حدّد قيمتي الثابتين A و B .
4) أثبت أن المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة هي : $\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64$ ثمّ عيّن قيمتي α و β .

ii. دراسة الظاهرة الفيزيائية:

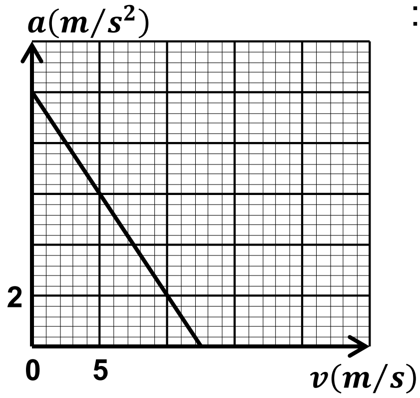
- الكرة المستعملة في تحقيق الدراسة هي كرة من فولاذ كتلتها $m = 32\ g$ وحجمها V .
- تسارع الجاذبية في مكان الدراسة هو: $g = 9{,}8 m/s^2$.
- تعطى قوى الاحتكاك المطبقة على الكرة بالعبارة : $\vec{f} = -K\vec{v}$

1) أحص ثم مثّل القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها .
2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة ، وباعتبار المحور الشاقولي موجها نحو الأسفل ، أثبت أن المعادلة التفاضلية المتعلقة بالسرعة تحقق العلاقة : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)g$ (3) .
3) بالمطابقة بين المعادلتين (1) و(3) ماهي العبارة الحرفية للمعامل β ، ثمّ حدّد قيمة دافعة أرخميدس التي تخضع لها الكرة ؟

التمرين(17)

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100\ kg$ سقوطا شاقوليا ابتداء من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية، يخضع أثناء سقوطه لتأثير قوة احتكاك بالهواء عبارتها $f = k.v$ (تُهمل افعة أرخميدس)

يمثل البيان التالي تغيرات التسارع a بدلالة السرعة v لحركة المظلي



1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي تكتب بالشكل: $\frac{dv}{dt} = A.v + B$ حيث A و B ثابتان يُطلب تعيين عبارتيهما

2) عين بيانيا قيمتي: - شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، - السرعة الحدية (v_L) .

3) تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار k/m : حدد وحدة هذا المقدار واحسب قيمته من البيان.

4) أحسب قيمة الثابت k .

5) مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال $[0\ ;7s]$

التمرين(18)

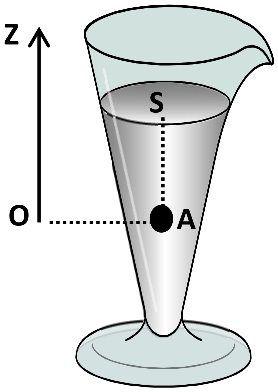
في اللحظة $t = 0$ ومن النقطة A الواقعة في المستوى الأفقي المار من 0 انطلقت فقاعة غاز CO_2 دون سرعة ابتدائية من كأس به مشروب غازي شاقوليا نحو السطح الساكن S.

لهذه الفقاعة حجم $V = 0{,}1cm^3$ (نفرض انه ثابت أثناء الصعود)

الكتلة الحجمية لغاز CO_2 : $\rho_g = 1{,}8kg/m^3$.

الكتلة الحجمية للمائع (المشروب الغازي) : $\rho_f = 1{,}05 \times 10^3 kg/m^3$.

من بين القوى المؤثرة على الفقاعة قوة الاحتكاك $\vec{f} = -k\vec{v}$ حيث v سرعة مركز عطالة الفقاعة .



1) مثل على الشكل القوى المطبقة على الفقاعة .

2) بين أنه يمكن إهمال قوة الثقل أمام دافعة أرخميدس .

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لسرعة الفقاعة تكتب بالشكل :

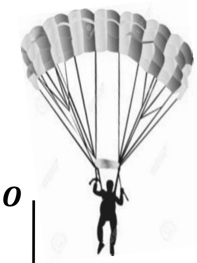
$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = B$ حيث يطلب إيجاد عبارة كل من τ و B . ماهو المعنى الفيزيائي ل B ؟

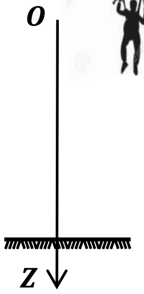
4) أوجد عبارة السرعة الحدية v_L .

5) بين أن $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

6) أحسب قيمة k إذا كان $v_L = 15m/min$.

التمرين(19)





يقفز مظلي كتلته بلوازمه $m = 150kg$ بدون سرعة ابتدائية من طائرة مروحية ثابتة في مكانها على ارتفاع h من سطح الأرض. يفتح المظلي مظلته عندما تبلغ سرعته القيمة $v = 52m/s$ عند لحظة نعتبرها مبدأ للزمن ، فتأخذ الجملة (S)المتكونة من المظلي و لوازمه حركة شاقولية نحو الأسفل.

ندرس حركة الجملة(S) في المعلم $(O\vec{K})$ الموجه شاقوليا نحو الأسفل والذي نعتبره غاليليا. يطبق الهواء على الجملة(S) قوة احتكاك شدتها $f = k\,v^2$ حيث k هو ثابت الاحتكاك و v سرعة المجموعة . نهمل دافعة أرخميدس.

يمثل المنحنى تغيرات السرعة بدلالة الزمن بعد فتح المظلة. الشكل -3

1) بين ان المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{v^2}{\alpha^2})$

ثم حدد عبارة α بدلالة m ، g ، k .

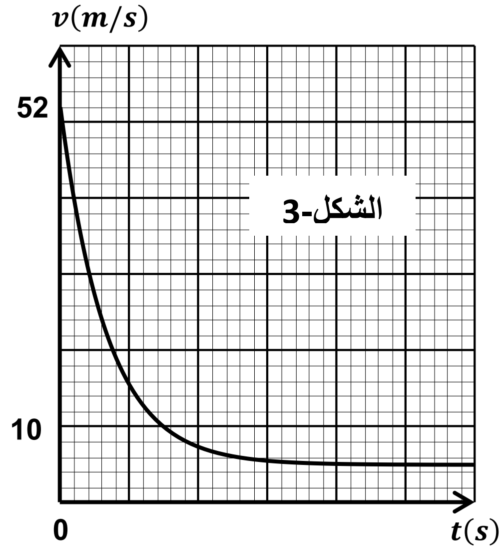
2) اختر الجواب الصحيح مع التعليل:

يمثل المقدار α :

- ✓ سرعة الجملة (S) عند اللحظة $t = 0$.
- ✓ تسارع حركة الجملة (S) .
- ✓ السرعة الحدية للجملة (S).
- ✓ تسارع الجملة (S) في النظام الدائم .

3) حدد قيمة α ، و استنتج قيمة k محدد وحدته في النظام العالمي للوحدات

$g = 10\,m/s^2$



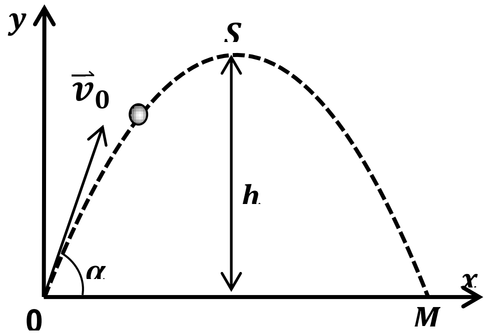
<u>التمرين(20)</u>

بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ من نقطة O كما هو مبين على الشكل المقابل.

نعتبر أن حركة الجسم تنتمي للمستوي $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ و تدرس بالنسبة للمرجع الأرضي الذي نعتبر مرجعا عطاليا.

نهمل كل من مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس. تعطى عبارة شعاع الموضع و كذلك عبارة شعاع السرعة عند اللحظة $t = 0\,s$ في المعلم المبين على الشكل بـ :

$\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{\imath} + v_{0y}\vec{\jmath}$ و $\overrightarrow{OG_0} = 0\vec{\imath} + 0\vec{\jmath}$



يمثل البيان الموالي تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن بين الوضعين (O) و(M) .

1) مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب .

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن طبيعة الحركة بالنسبة للمحور $(O,\vec{\imath})$ و كذلك بالنسبة للمحور$(O,\vec{\jmath})$

3) أوجد من البيان :

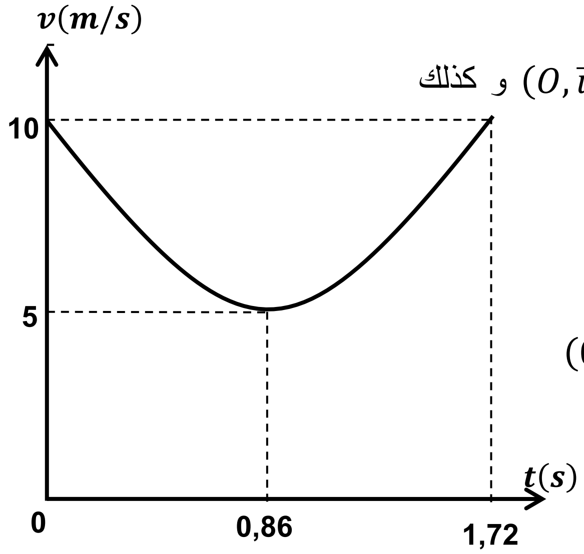
أ- القيمة v_0 لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.

ب-القيمة v_{0x} للمركبة على $(O,\vec{\imath})$ لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.

ج- استنتج قيمة كل من الزاوية αالتي قذف بها الجسم وقيمة v_{0y}.

4) مثل كل من$v_x(t)$ و $v_y(t)$ في المجال الزمني$(0 \le t \le 1{,}72)$

5) استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM و الذروة h.



التمرين(21)

تستعمل الطائرات المروحية في بعض الحالات لإيصال مساعدات إنسانية إلى مناطق منكوبة يتعذر الوصول إليها.
تتحرك طائرة مروحية على ارتفاع $h_0 = 405m$ من سطح الأرض بسرعة أفقية $V_0 = 50\ m.s^{-1}$ ثابتة ، و تُسقط صندوق نعتبره نقطي عند اللحظة $t = 0$ انطلاقا من النقطة $A\ (450m , 0)$ فيرتطم بالأرض عند النقطة T .
ندرس حركة الصندوق في معلم متعامد ومتجانس $R\ (O , \vec{\imath} , \vec{\jmath})$ المرتبط بالأرض و الذي نعتبره غاليليا (شكل-3-)

I - نهمل في هذا الجزء تأثيرات الهواء :

1) أدرس طبيعة الحركة وأوجد المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ في المعلم $(O , \vec{\imath} , \vec{\jmath})$
2) بيّن أن معادلة المسار تعطي بالشكل :

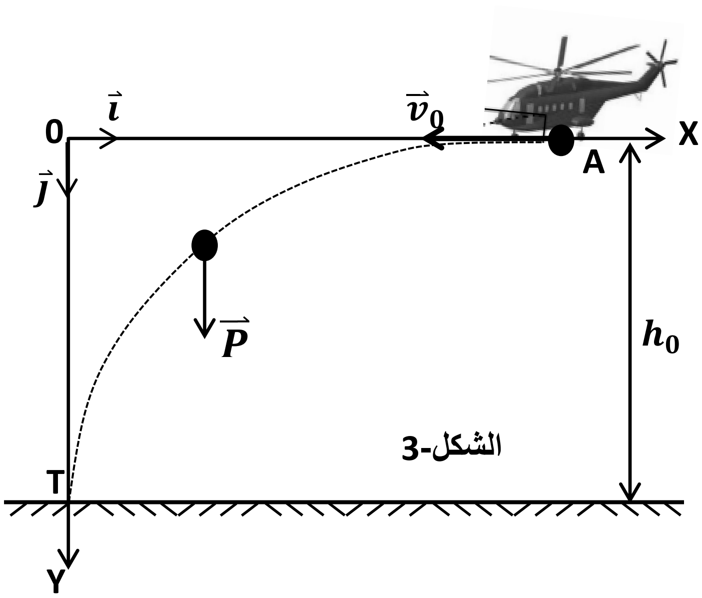
$$y\ (x) = 2.10^{-3}\ x^2 - 1{,}8\ x + 405$$

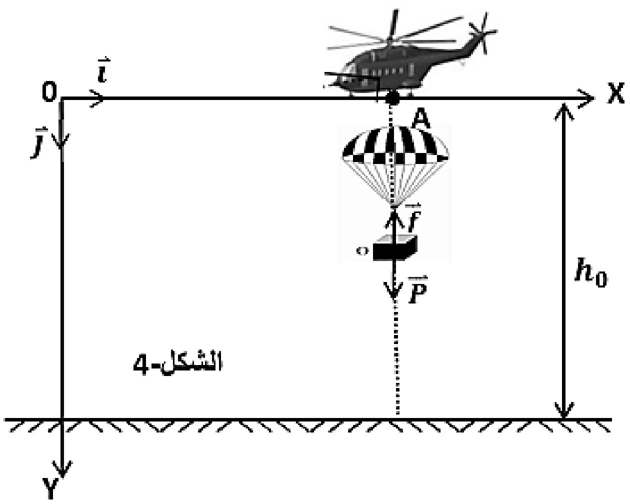
3) أحسب لحظة ارتطام الصندوق بالأرض .
4) ما هي قيمة سرعة الصندوق لحظة ارتطامه بالأرض ؟

II - دراسة حركة السقوط الشاقولي في الهواء :

حتى لا تتلف محتويات الصندوق عند الارتطام بسطح الأرض تمّ ربطه بمظلة تمكنه من النزول ببطء ، حيث تبقى المروحية ساكنة على نفس الارتفاع h_0 عند النقطة A .(الشكل- 4 -)
يسقط الصندوق مع مظلته شاقوليا دون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$ ، يطبق الهواء قوى احتكاك يعبر عنها بالعلاقة : $\vec{f} = -100\vec{v}$ ، نهمل دافعة أرخميدس أثناء السقوط . تعطى كتلة الصندوق مع مظلته : $m = 150kg$

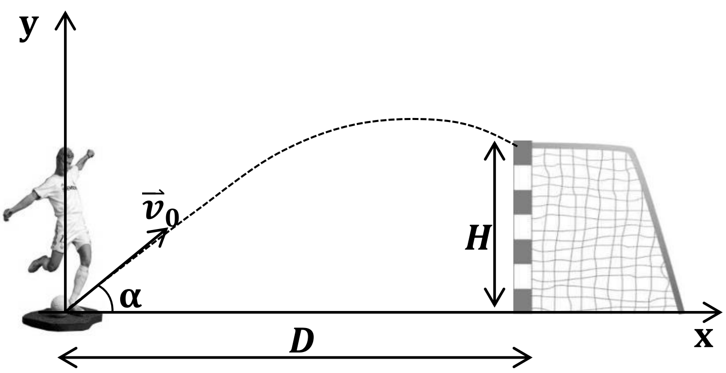
1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز العطالة للمجموعة (صندوق + مظلة) .
2) استنتج السرعة الحدية V_{Lim} و الزمن المميز للسقوط τ .
3) أعط قيمة تقريبية لمدة النظام الانتقالي . $g = 10\ m/s^2$





التمرين(22)

يريد لاعب كرة قدم إنجاز ضربة حرة مباشرة.لتحقيق ذلك يضع اللاعب الكرة في النقطة O (أنظر الشكل) على مسافة $D = 25m$ من المرمى الذي ارتفاعه $H = 2,44m$ يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ تكون زاوية $\alpha = 30^0$ مع الخط الأفقي. نعتبر الكرة جسما صلبا نقطيا ونهمل تأثيرات الهواء ، كما نعتبر مجال الثقالة منتظما وشدته $g = 10m/s^2$.

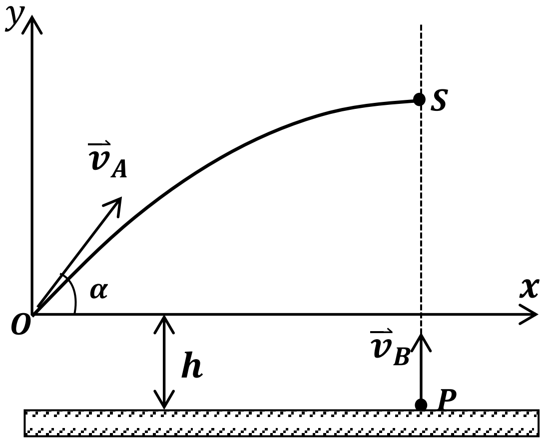


1) بين أن مسار الكرة ينتمي إلى المستوى الرأسي $(O,\vec{i},\vec{j})$.
2) حدد معادلة المسار في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ بدلالة g و α و v_0 .
3) ماهي قيمة السرعة v_0 التي تمكن اللاعب من تسجيل الهدف باعتبار الكرة تمر محاذية للعارضة الأفقية.

التمرين(23)

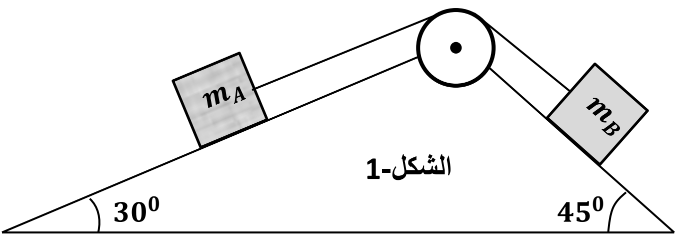
نقذف من النقطة (O) جسما A نعتبره نقطة مادية بسرعة $\vec{v}_A$ تصنع مع محور الفواصل للمعلم (Oxy) في المستوي الشاقولي زاوية $\alpha = 30°$ وطويلتها $v_A = 40m/s$ ، وذلك في اللحظة $t = 0$. توجد النقطة (O) على ارتفاع $h = 2m$ عن سطح الأرض. وبعد $1s$ نقذف جسما B ، نعتبره نقطة مادية ، من النقطة (P) من سطح الأرض بسرعة شاقولية نحو الأعلى طويلتها $v_B = 20m/s$ نهمل تأثير الهواء على حركتي الجسمين.

1) أوجد المعادلتين الزمنيتين للجسم A : $x_A(t)$ و $y_A(t)$ في المعلم (Oxy) .
2) احسب فاصلة النقطة (P) في المعلم (Oxy) ، علما أن الجسم B يمر ب (S) ذروة مسار الجسم A .
3) أوجد المعادلة الزمنية للجسم B على المحور Oy : $y_B(t)$.
4) احسب المسافة بين الجسمين A و B لحظة مرور A بالنقطة (S)
5) كم يجب أن تكون قيمة v_B حتى يصطدم الجسمان في النقطة (S) خلال صعود الجسم B ؟.



أوجد خصائص شعاع سرعة الجسم A لحظة قذف الجسم B .

التمرين(24)



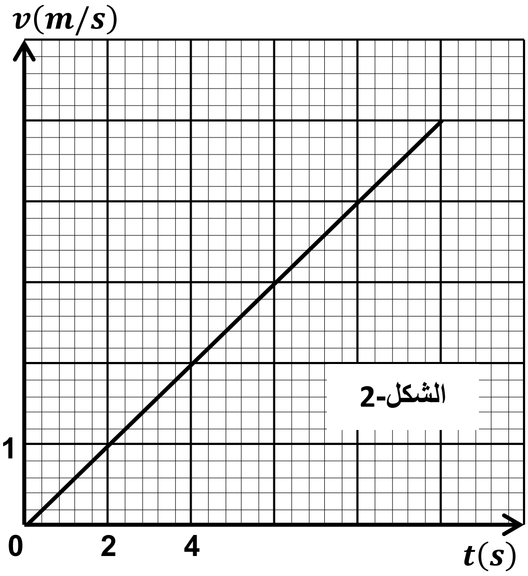
تتكون الجملة في(الشكل−1) من عربتين عربة A كتلتها $m_A = 0,5kg$ وعربة B كتلتها m_{B} موضوعتين على سكتين مائلتين عن الأفق ب زاويتين $\alpha = 30^0$ و $\beta = 45^0$. بالنسبة للأفق، موصولتين بخيط عديم الامتطاط ومهمل الكتلة يمر بمحز بكرة مهملة الكتلة.

1) أوجد العلاقة التي تربط بين m_A ، m_{B} ، α و β عند التوازن وذلك بإهمال الاحتكاكات . ثم استنتج كتلة العربة m_{B} .

2) نضع فوق العربة B كتلة إضافية بحيث تصبح $m_{\mathrm{B}} = 2m_A$ ثم نترك الجملة لحالها دون سرعة ابتدائية.

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة ثم بين أن تسارعها $a = 3m/s^2$.

ب- ما هي سرعة الجملة بعد $5s$ من بدأ الحركة .



3) بتقنية التصوير المتعاقب تمكنا من رسم منحنى السرعة بدلالة الزمن (الشكل-2) .

أ- احسب قيمة التسارع وقارنها مع المحسوبة سابقا.

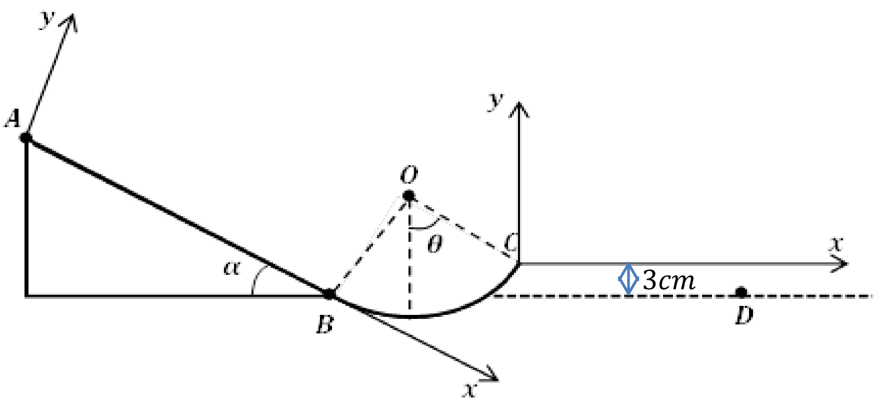
ب- ما هو سبب الاختلاف بين القيمتين؟ .

ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن عبارة التسارع من الشكل: $a = \frac{g}{3}(2\sin\beta - \sin\ \alpha) - \frac{2f}{3m_A}$. يمكن اعتبار أن الاحتكاك ثابت الشدة ونفسه على السكتين .

د- احسب قيمة الاحتكاك f وتوتر الخيط T . $g = 10\mathrm{m}/s^2$.

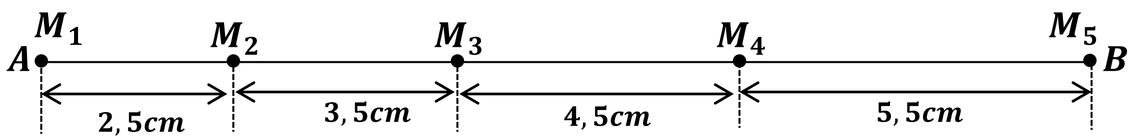
التمرين(25)

تتحرك كرية كتلتها $m = 800g$ على مسار ABC ، حيث AB جزء مستقيم مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوي الأفقي. BC جزء من دائرة مركزها O ونصف قطرها $r = 10cm$ حيث $\theta = 45°$.



تنطلق الكرية من النقطة A بسرعة ابتدائية $v_A = 0{,}4\ m/s$.

نسجل حركتها على الجزء AB ، فنحصل على التسجيل الممثل في الشكل التالي:



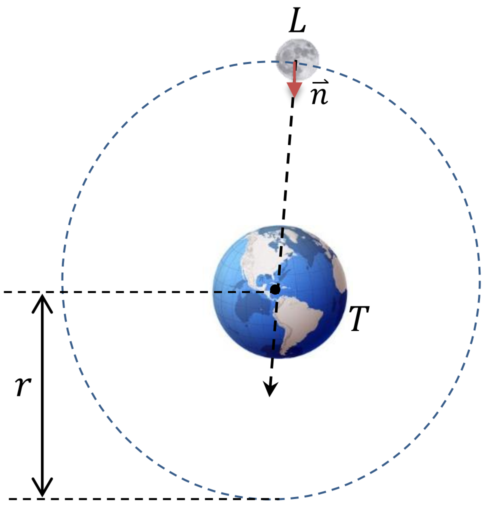
نعتبر لحظة انطلاق الكرية من الموضع M_1 مبدأ للزمن $t = 0$ و المدة الزمنية الفاصلة بين موضعين متتاليين متساوية $\tau = 50ms$.

1) أحسب السرعة اللحظية للكرية في الموضعين M_2 و M_4 .
2) استنتج قيمة a_3 تسارع مركز عطالة الكرية.
3) ارسم البيان $v = f(t)$ في المجال الزمني $[0, 3\tau]$ و استنتج طبيعة حركة الكرية بين A و B .
4) أوجد المعادلة الزمنية لحركة الكرية.
5) بين أن الحركة تتم باحتكاك على الجزء AB .
6) أحسب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي نعتبرها ثابتة على طول المسار AB .
7) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد شدة المركبة الناظمية $\vec{R}_N$ للقوة التي يطبقها الجزء AB على الكرية.
8) أحسب بطريقتين مختلفتين سرعة الكرية عند النقطة B .
9) نهمل الاحتكاكات على الجزء BC .
   أ) أوجد سرعة الكرية عند النقطة C .
   ب) استنتج التسارع الناظمي a_N عند النقطة C .
   ج) أحسب عند نفس النقطة شدة القوة $\vec{R}$ التي يطبقها الجزء BC على الكرية .
10) تغادر الكرية الجزء BC لتواصل حركتها في الهواء و تسقط في الموضع D .

بإهمال تأثير الهواء أدرس حركة الكرية في المعلم $(\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{Cy})$ و استنتج:
   أ) المعادلات الزمنية للحركة.
   ب) معادلة و طبيعة المسار.
   ج) فاصلة نقطة سقوط الكرية x_D .

التمرين(26)

.



i. يمثل (القمر) القمر الطبيعي الوحيد للكرة الأرضية بالإضافة إلى انه خامس اكبر قمر طبيعي في المجموعة الشمسية يدور القمر (L) حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه الأرض و نصف قطر هذا المدار r و دوره T_L .

1) مثل بيانيا القوة التي تطبقها الأرض على القمر.
2) أكتب العبارة الشعاعية لهذه القوة $\vec{F}_{T/L}$ بدلالة G و m_L و M_T و r .
3) ما هو المرجع الذي تنسب إليه الحركة؟
4) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :
   أ- بين أن حركة القمر دائرية منتظمة.
   ب- أثبت العلاقة التالية : $\frac{T_L{}^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$
   ج- جد كتلة الأرض M_T .

ii. لتأريخ عمر القمر يلجأ العلماء إلى طرائق من بينها الاعتماد على التناقص الإشعاعي
تتحول نواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$ المشعة إلى نواة رصاص $^{206}_{82}Pb$ عبر سلسلة متتالية من الاشعاعات α و β^- .
تنمذج هذه التحولات النووية بالمعادلة الآتية : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He$.

1) حدد كلا من x و y -أعط تركيب نواة اليورانيوم 238.
2) أحسب طاقة الربط للنواة $^{238}_{92}U$ ثم بين أن نواة الرصاص$^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرار من النواة $^{238}_{92}U$

III -جمعت *أبولو* عينات من صخور القمر, هذه الأخيرة تحتوي على الرصاص و اليورانيوم, نعتبر الرصاص ينتج فقط عن التفكك التلقائي لليورانيوم 238خلال الزمن.
تحتوي عينة من صخر القمر عند لحظة t على كتلة $m(U) = 10g$ من اليورانيوم و كتلة $m(Pb) = 0{,}01g$ من الرصاص

1) بين أن عمر القمر يعطى بالعلاقة $t = \frac{t_{1/2}}{ln2}.ln[1 + \frac{m_{Pb}(t).M(U)}{m_U(t)M(Pb)}]$.
2) أحسب t بالسنة.

المعطيات:

- G ثابت الجذب العام $G = 6{,}67\,.\,10^{-11}(SI)$.
- دور حركة القمر حول الأرض $T_L = 28jours$.
- نصف قطر مسار القمر حول الأرض$r = 3{,}84.\,10^5 Km$

$m\left({}^{238}U\right) = 238{,}00031u\,, m\left({}^{206}Pb\right) = 205{,}92949u\,, m_p = 1{,}00728u\,, m_n = 1{,}00866u\,, 1u = 931{,}5MeV\,/\,c^2$

$M\left({}^{238}U\right) = 238g\,/\,mol\,, M\left({}^{206}Pb\right) = 206g\,/\,mol\,, \frac{E_\ell\left({}^{206}Pb\right)}{A} = 7{,}87MeV\,/\,nuc\,, t_{1/2} = 4{,}5\times10^9 ans$

الحلول

التمرين(1)

1) أوجد شدة شعاع السرعة اللحظية ثم أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 3s$.

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (3)\vec{\imath} + (10t)\vec{\jmath}$.

$v_x = 3m/s$ و $v_y = 10t$.

$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

$v = \sqrt{9 + (10t)^2}$.

عند اللحظة $t = 3s$. $v = \sqrt{9 + (10 \times 3)^2} = 30{,}14\text{m/s}$.

2) أوجد قيمة التسارع .

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 10\vec{\jmath}$.

$a = 10m/s^2$.

التمرين(2)

1) أحسب مقدار السرعة و التسارع.

$\vec{v} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath}$

$v_x = \frac{dx}{dt} = 6\pi \cos 2\,\pi\, t$.

$v_y = \frac{dy}{dt} = -\,6\pi\, sin2\pi t$.

$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

$v = \sqrt{(6\pi \cos 2\,\pi\, t)^2 + (-\,6\pi\, sin2\pi t)^2}$

$v = \sqrt{(6\pi \cos 2\,\pi\, t)^2 + (-\,6\pi\, sin2\pi t)^2} = 6\pi\sqrt{(\cos 2\,\pi\, t)^2 + (\,sin2\pi t)^2}$.

$v = 6\pi \times 1 = 18{,}84\; m/s$.

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -12\,\pi^2 sin2\pi t$.

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -12\pi^2 cos2\pi t$.

$a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2}$

$$a = \sqrt{(-12\,\pi^2 sin2\pi t)^2 + (-12\pi^2 cos2\pi t)^2} = 12\pi^2\sqrt{(sin2\pi t)^2 + (cos2\pi t)^2}$$

. $a = 12\pi^2 = 120m/s^2$

2) معادلة المسار $y = f(x)$ ، ثم مثلها بيانيا ، مستنتجا طبيعة الحركة.

. $y = 3cos2\pi t$ و $x = 3sin2\pi t$

$$x^2 = 3^2(sin2\pi t)^2$$

. $y^2 = 3^2(cos2\pi t)^2$

$$x^2 + y^2 = 3^2(sin2\pi t)^2 + 3^2(cos2\pi t)^2 = 3^2((sin2\pi t)^2 + (cos2\pi t)^2)$$

$x^2 + y^2 = 3^2$. معادلة دائرة نصف قطرها $R = 3m$.

قيمة السرعة ثابته والمسار دائري اذن الحركة دائرية منتظمة .

التمرين(3)

1) حدد مراحل وطبيعة الحركة في كل مرحلة .

المرحلة الأولى $t\epsilon[0 \ldots .2s]$ حركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

المرحلة الثانية $t\epsilon[2 \ldots .5s]$ حركة مستقيمة منتظمة .

المرحلة الثالثة $t\epsilon[5 \ldots 7s]$ حركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

2) أحسب قيمة التسارع في كل مرحلة .

المرحلة الأولى $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{2-0} = 5m/s^2$

المرحلة الثانية $a_2 = 0$.

المرحلة الثالثة $a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{7-5} = -5m/s^2$

3) المعادلة الزمنية للحركة في المرحلة الأولى .

$v = a_1 t$. لدينا $\frac{dx}{dt} = v$.

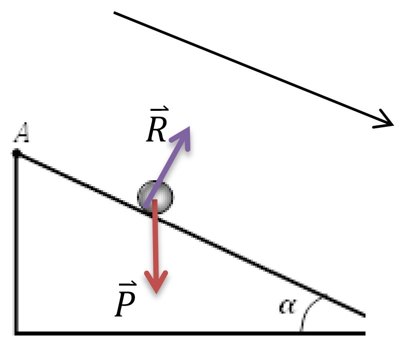
$\frac{dx}{dt} = a_1 t$ الدالة التي مشتقها $a_1 t$ هي $x = \frac{1}{2}a_1 t^2$.

. $x = \frac{1}{2}a_1 t^2$

. $x = 2{,}5t^2$

التمرين(4)

i. الجزء الأول : دراسة حركة الكرية على الجزء AB .



1) مثل القوى المطبقة على الكرية.
2) أوجد المسافة AB .

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور الموازي للحركة .

$P_x = ma$.

$mg \sin \alpha = ma$.

$a = g \sin \alpha$.

$a = 10 \times 0{,}64 = 6{,}4 m/s^2$.

الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

$v_B^2 - v_A^2 = 2aAB$.

$AB = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2a} = \frac{(16)^2}{2\times 6{,}4} = 20m$.

ii. الجزء الثاني : دراسة سقوط الكرية على الجزء BC في المعلم (O, x, y) .
1) أكتب العبارات الحرفية للمعادلات الزمنية $v_x(t)$ و $v_y(t)$ و $x(t)$ و $y(t)$.

الشروط الابتدائية .

$(x_0, y_0) = (0, h)$

$(v_{0x}, v_{0y}) = (v_B \cos \alpha , -v_B \sin \alpha)$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} = m\vec{a}$.

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

. $v_x = v_0 \cos\alpha$

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_B \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_B \cos\alpha$ هي $x = v_B(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

. $x(t) = v_B(\cos\alpha)t$

الحركة على oy .

. $a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية

. $v_{0y} = -v_B \sin\alpha$. $v_y(t) = -gt - v_B \sin\alpha$

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt - v_B \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt - v_B \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_B(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = h$.

. $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 - v_B(\sin\alpha)t + h$

$$\vec{r}\left|\begin{array}{l} x = v_B(\cos\alpha)t \ldots.(1) \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 - v_B(\sin\alpha)t + h \ldots.(2) \end{array}\right.$$

2) استنتج معادلة المسار $y(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_B \cos\alpha}\right)^2 - v_B(\sin\alpha)\frac{x}{v_B \cos\alpha} + h$$

$y = -\frac{g}{2v_B^2\cos^2\alpha}x^2 - (\tan\alpha)x + h$.المسار جزء من قطع مكافئ .

. $y = -3{,}33 \times 10^{-2}x^2 - 0{,}84x + 5$

3) تسقط الكرية على سطح الارض عند النقطة C . أوجد المسافة OC .

عند النقطة C يكون $y_C = 0$.

. $-3{,}33 \times 10^{-2}x^2 - 0{,}84x + 5 = 0$

$\Delta = 0{,}7 + 0{,}66 = 1{,}36$

$$. OC = \frac{0{,}84-1{,}16}{-2\times 3{,}33\times 10^{-2}} = 4{,}8m$$

4) ماهي مدة وصول الكرية الى النقطة C ؟ .

$$x(t) = v_B\,(\cos\alpha)t$$

$$OC = v_B\,(\cos\alpha)t_c$$

$$. t_c = \frac{OC}{v_B\,(\cos\alpha)} = \frac{4{,}8}{12{,}25} = 0{,}4s$$

5) أحسب سرعة الكرية عندما تصل إلى النقطة C .

$$. v_C = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$$

$$v_x = 12{,}25m/s$$

$$v_y = -gt - v_B\,\sin\alpha = -10\times 0{,}4 - 10{,}28 = -14{,}28$$

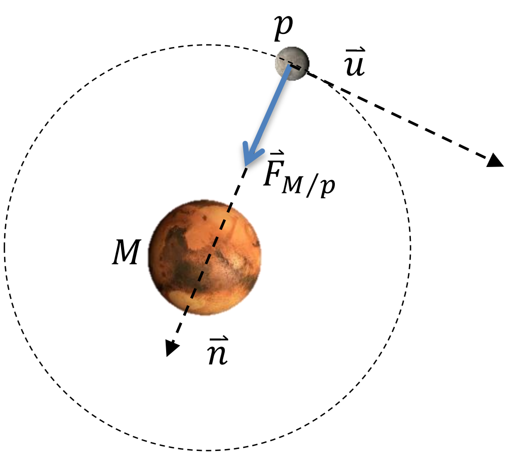
$$. v_C = \sqrt{(12{,}25)^2 + (14{,}28)^2} = 18{,}8m/s$$

التمرين(5)

المريخ $Mars\ (M)$ هو الكوكب الرابع في البعد عن الشمس ويعتبر كوكبا صخريا شبيها بالأرض.

1) المرجع المناسب لهذه الدراسة ؟عرفه.

المرجع المناسب لهذه الدراسة مرتبط بمعلم مبدؤه مركز المريخ و محاوره الثلاث موجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة.



2) مثل على الشكل القوة التي يطبقها كوكب المريخ M على قمر فوبوس p .

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة.

$$. \sum \vec{F}_{ext} = m_p\vec{a} \ldots\ldots(1)$$

بالإسقاط على المحور المماسي $\vec{u}$.

$0 = m_p a_T$ ومنه $a_T = 0$.

$a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه قيمة v ثابته .

المسار دائري والسرعة ثابته وبالتالي الحركة دائرية منتظمة .

4) عبارة سرعة دوران القمر p حول المريخ M .

بإسقاط العلاقة (1) على الناظم $\vec{n}$.

$F_{M/p} = m_p a_n$.

$\frac{G m_p m_M}{r^2} = m_p \frac{v^2}{r}$.

$v = \sqrt{\frac{G m_M}{r}}$.

$v = \sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times6{,}44\times10^{23}}{9{,}38\times10^{6}}} = 2{,}14 \times 10^3 m/s$.

5) أذكر نص القانون الثالث لكبلر و بين أن النسبة $\frac{T_p^2}{r^3} = 9{,}21 \times 10^{-13} s^2.m^{-3}$: . ثم استنتج قيمة T_p .

يتناسب مربع الدور طردا مع مكعب نصف قطر المسار الدائري .

$T_p = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G m_M}{r}}}$.

$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G m_M}}$

$T_p^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G m_M} = \frac{4\pi^2}{G m_M} r^3$.

$\frac{T_p^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_M}$

$\frac{T_p^2}{r^3} = \frac{40}{6{,}67\times10^{-11}\times6{,}44\times10^{23}} = 9{,}31 \times 10^{-13} s^2.m^{-3}$

$T_p = \sqrt{9{,}21 \times 10^{-13} \times r^3}$.

$T_p = \sqrt{9{,}21 \times 10^{-13} \times (9{,}38 \times 10^6)^3} = 2{,}76 \times 10^4 s$

6) أين يجب وضع محطة الاتصالات (S) لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ؟ وما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ؟

محطة الاتصالات (S) مستقرة بالنسبة للمريخ معناه $T_S = T_M$.

$T_S = 2\pi \sqrt{\frac{r_S^3}{G m_M}}$.

$\frac{T_M^2}{r_S^3} = 9{,}21 \times 10^{-13} s^2.m^{-3}$.

$r_S^3 = \frac{T_M^2}{9{,}21\times10^{-13}}$.

$r_S = \sqrt[3]{\frac{T_M^2}{9{,}21\times10^{-13}}}$.

$$T_M = 24h37min22s = 24 \times 3600 + 37 \times 60 + 22 = 88642s$$

$$r_S = \sqrt[3]{\frac{(88642)^2}{9,21\times10^{-13}}} = 2,04 \times 10^7 m$$

يجب أن توضع المركبة على بعد $2,04 \times 10^4 km$ من مركز المريخ .

. $T_S = 88642s$

معرفة عمر البحيرة الجوفية المتجمدة الموجودة في باطن المريخ .

1) عرف النواة المشعة.

النواة المشعة هي نواة غير مستقرة تتفكك أجلا أم عاجلا الى نواة أكثر استقرار .

2) أكتب معادلة التفكك النووي الحادث لنواة البوتاسيوم ${}^{40}_{19}K$ محددا نمط التفكك.

. ${}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{1}e$

نمط التفكك هو β^+

3) حدد قيمة λ ثابت النشاط الإشعاعي للبوتاسيوم .

. $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

. $\lambda = \frac{0,693}{1,3\times10^9 ans} = 5,33 \times 10^{-10} ans^{-1}$

4) حدد قيمة t عمر صخور هذه البحيرة .

. $N_K = N_0 e^{-\lambda t}$

. $N_0 = N_K + N_{Ar}$

. $N_K = (N_K + N_{Ar})e^{-\lambda t}$

. $\frac{N_K}{N_K+N_{Ar}} = e^{-\lambda t}$

. $\frac{N_K+N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t}$

. $\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right) = e^{\lambda t}$

$$\ln\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right) = \lambda t$$

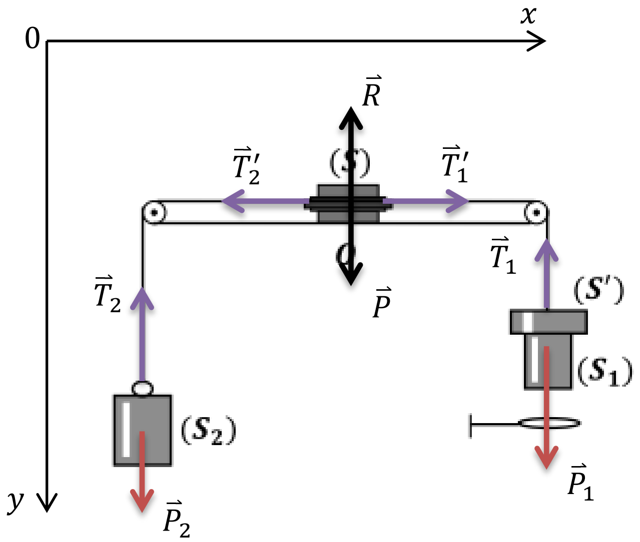
. $t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right)$

$$t = \frac{1}{5,33\times10^{-10}}\ln\left(1 + \frac{1,29\times10^{17}}{4,49\times10^{19}}\right) = 5,43 \times 10^6 ans$$

التمرين(6)

1) أوجد عبارة تسارع الجملة قبل اصطدام الجسم (S') بالحلقة المفرغة ثم احسبه.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1' + \vec{T}_2' = m\vec{a}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = (m_1 + m')\vec{a}$$

$$. \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}$$

بالإسقاط

$$T_1' - T_2' = ma \dots .(1)$$

$$P_1 - T_1 = (m_1 + m')a \dots .(2)$$

$$-P_2 + T_2 = m_2 a \dots .(3)$$

$T_2 = T_2'$ و $T_1 = T_1'$

بجمع (1) و (2) و (3)

$$P_1 - P_2 = (m_1 + m' + m_2 + m)a$$

$$. a = \frac{m_1 + m' - m_2}{m_1 + m' + m_2 + m} g$$

$$. a = \frac{100}{1000} \times 10 = 1m/s^2$$

2) احسب زمن هذا الطور، وما سرعة الجسم المجنح عندئذ؟

$$. d = \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,72}{1}} = 1,2s$$

$$. v_1 = at$$

$$. v_1 = 1 \times 1,2 = 1,2m/s$$

3) احسب توتري الخيطين خلال هذا الطور.

$$P_1 - T_1 = (m_1 + m')a$$

$$T_1 = P_1 - (m_1 + m')a$$

$$T_1 = 5 - 0,5 = 4,5\text{N}$$

$$-P_2 + T_2 = m_2 a$$

$$T_2 = m_2 a + P_2$$

$T_2 = 0,4 + 4 = 4,4\text{N}$

4) ما طبيعة حركة الجملة بعد اصطدام الجسم المجنح بالحلقة المفرغة؟ أحسب تسارعها.

$a_2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m + m_2} g$

$(m_1 - m_2) < 0$ ومنه $a_2 < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

$a_2 = \frac{-100}{800} \times 10 = -1,25 m/s$

5) ما هي المسافة التي تقطعها الجملة خلال هذا الطور الثاني؟

$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 d_2$

$d_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_2} = \frac{0 - 1,44}{-2,5} = 0,576m$.

5) ما هو زمن هذا الطور؟

$v_2 = a_2 t + v_1$ ومنه $t = \frac{-v_1}{a_2} = \frac{-1,2}{-1,25} = 0,96s$.

ما هو الزمن الذي تستغرقه الكتلة m منذ بداية حركتها من O وحتى العودة إليها؟ .

<u>التمرين(7)</u>

1) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و C بين أن حركة (S) على المسار الدائري تتم بدون احتكاك.

الجملة المدروسة هي الجسم (S) .

$$E_{CA} + W(\vec{P}) - |W(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$|W(\vec{f})| = E_{CA} + W(\vec{P}) - E_{CC}$$

$$|W(\vec{f})| = mgh - \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$h = r\cos\alpha$$

$$|W(\vec{f})| = m\left(gr\cos\alpha - \frac{1}{2} v_C^2\right)$$

$$|W(\vec{f})| = m(10 \times 0,9 \times 0,5 - 4,5)$$

$|W(\vec{f})| = 0$ وبالتالي $f = 0$ وبالتالي الحركة تتم بدون احتكاك.

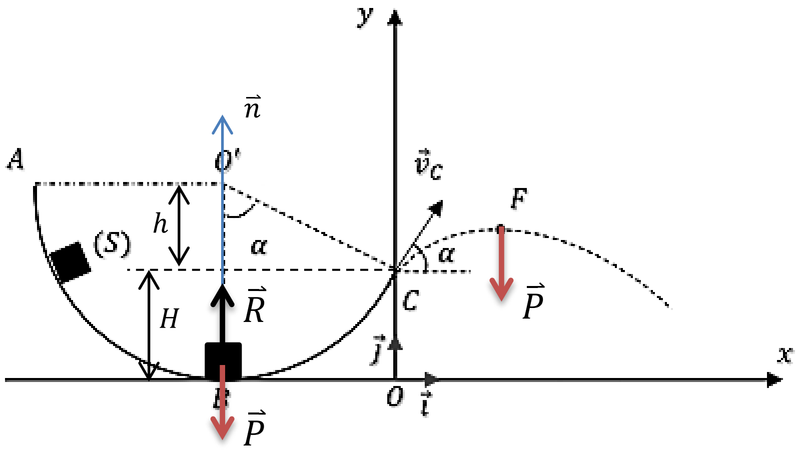
2) بين أن: $v_B = \sqrt{2g.r}$.

$E_{CA} + W(\vec{P}) = E_{CB}$.

$$W(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$mgr = \frac{1}{2}mv_B^2$$

. $v_B = \sqrt{2g.r}$



3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف سطح التماس على الجسم في النقطة B بدلالة m و g. ثم أحسب قيمتها.

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

بالاسقاط على الناظم $\vec{n}$.

$$-P + R = ma_n$$

$$- mg + R = m\frac{v_B^2}{r}$$

$$R = mg + m\frac{v_B^2}{r}$$

$$R = mg + m\frac{2g.r}{r}$$

. $R = 3mg$

. $R = 3 \times 0{,}2 \times 10 = 6N$

4) انطلاقا من النقطة C يغادر الجسم (S) المسار الدائري عند لحظة $t = 0$ ، ليسقط عند نقطة تنتمي للمحور الأفقي المار من B .

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن .أوجد المعادلات الزمنية للحركة .ثم استنتج معادلة مسار الحركة.

نختار معلم سطحي أرضي$(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0, H)$$

. $(v_{0x}, v_{0y}) = (v_C \cos\alpha \,, v_C \sin\alpha)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} = m\vec{a}$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$$\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$v_x = v_C \cos\alpha$.

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_C \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_C \cos\alpha$ هي $x = v_0(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$x = v_C(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_C \sin\alpha$. $v_y = -gt + v_C \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt + v_C \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt + v_C \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = H$.

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + H$.

$$\vec{r} \begin{vmatrix} x = v_C(\cos\alpha)t \dots.(1) \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + H \dots.(2) \end{vmatrix}$$

معادلة المسار $y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_C \cos\alpha}\right)^2 + v_C(\sin\alpha)\frac{x}{v_C \cos\alpha} + H$$

$y = -\frac{g}{2v_C^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + H$ المسار جزء من قطع مكافئ .

$H = r(1 - \cos\alpha)$.

ب) حدد إحداثيي الذروة F.

الزمن اللازم للوصول للذروة $v_y = 0$. .

$-gt + v_C \sin\alpha = 0$ ومنه $t_F = \frac{v_C \sin\alpha}{g}$.

$t_F = \frac{3\times 0,86}{10} = 0,258s$.

$x = v_C(\cos\alpha)t$

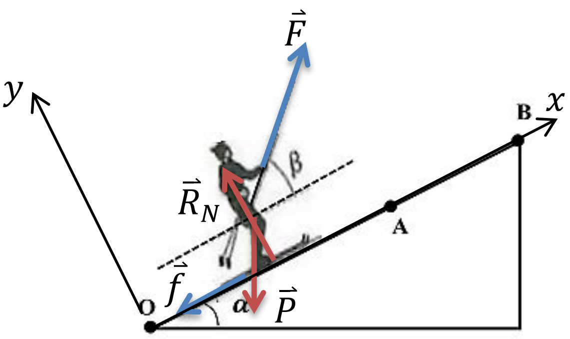
$x_F = 3 \times 0,5 \times 0,258 = 0,387m$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_C(\sin\alpha)t + H$

$H = r(1-\cos\alpha) = 0,45m$.

$y_F = -5(0,258)^2 + 3 \times 0,86 \times 0,258 + 0,45 = 0,785m$

التمرين(8)



1) جرد القوى الخارجية المطبقة على المتزحلق و لوازمه، وتمثيلها .

قوة الجر $\vec{F}$ ، قوة الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل الناظمية $\vec{R}_N$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، تحديد طبيعة حركة المتزحلق، و حساب تسارعه .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$

بالإسقاط على (o,x,y) .

$F\sin\beta - P\cos\alpha + R_N = ma_y = 0$.

$a_y = 0$ لا توجد حركة على المحور oy .

$F\cos\beta - P\sin\alpha - f = ma_x$

ومنه $a = a_x = \frac{F\cos\beta - mg\sin\alpha - f}{m}$.

$a = \frac{400\times 0,927 - 70\times 10\times 0,42 - 10}{70} = 0,93m/s^2$.

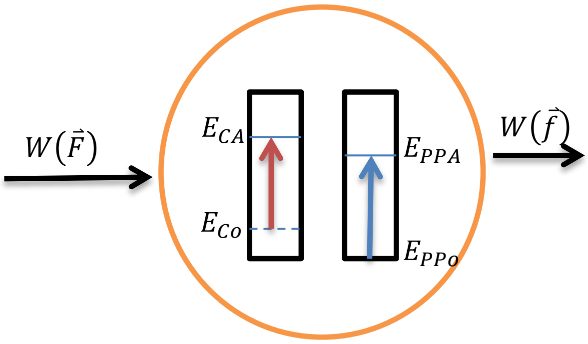
$a > 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

3) يصل المتزحلق إلى النقطة A بسرعة $v_A = 10m/s$ ، احسب المسافة OA .

طريقة 1:

تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة الجملة المدروسة (المتزحلق+الأرض).

وباختيار المستوي المار من o مستوي مرجعي للطاقة الكامنة الثقالية .



(المتزحلق + الأرض)

$$E_{Co} + E_{PPo} + W(\vec{F}) - |W(\vec{f})| = E_{CA} + E_{PPA}$$

$$E_{Co} + W(\vec{F}) - |W(\vec{f})| = E_{CA} + E_{PPA} .$$

$$\frac{1}{2}mv_o^2 + F \times OA\cos\beta - f \times OA = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgOA\sin\alpha .$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 = F \times OA\cos\beta - f \times OA - mgOA\sin\alpha$$

$$OA = \frac{m(v_A^2 - v_o^2)}{2(F\cos\beta - f - mg\sin\alpha)} .$$

$$OA = \frac{70(100-4)}{2(370{,}8-10-295{,}8)} = \frac{6720}{130}$$

$$OA = 51{,}7m .$$

طريقة 2:

نطبق العلاقة $v_A^2 - v_o^2 = 2 \times a \times OA$.

$$OA = \frac{v_A^2 - v_o^2}{2 \times a} .$$

$$OA = \frac{100-4}{2 \times 0{,}93} = 51{,}7m .$$

4) حساب الشدة f' لقوة الاحتكاك لتكون حركة المتزحلق مستقيمة منتظمة بين الموضعين A و B .

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ حسب مبدأ العطالة .

$$F\cos\beta - P\sin\alpha - f' = 0 .$$

$$f' = F\cos\beta - P\sin\alpha .$$

$$f' = 370{,}8 - 295{,}8 = 75N .$$

احسب المسافة AB ، علما أن المدة الزمنية المستغرقة لقطعها هي $t = 11s$.

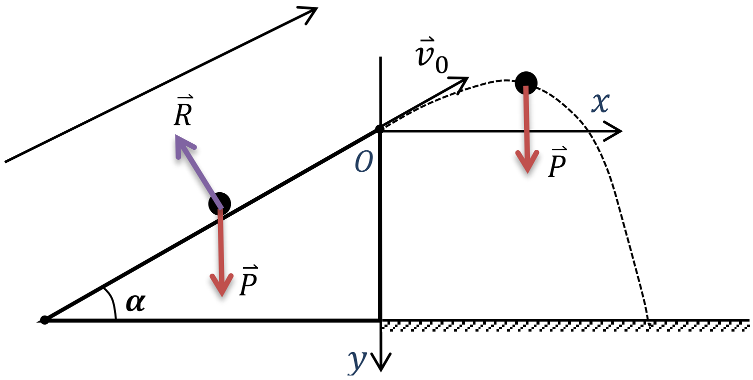
$OB = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$.

$$OB = \frac{1}{2} \times 0{,}93 \times 11^2 + 2 \times 11 = 78{,}3m$$

$AB = OB - OA = 78{,}3 - 51{,}7 = 26{,}6m$.

التمرين(9)

1) ادرس طبيعة حركة الجسم على المسار (OA) ، بإهمال قوى الاحتكاك



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الموازي للحركة .

$-P \sin\alpha = ma$.

$a = -g \sin\alpha$.

نلاحظ أن $a < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

2) احسب السرعة v_0 عند النقطة O .

نطبق العلاقة $v_o^2 - v_A^2 = 2 \times a \times OA$

$v_0 = \sqrt{v_A^2 + 2 \times a \times OA}$.

$v_0 = \sqrt{v_A^2 - 2 \times g \sin\alpha \times OA}$.

$v_0 = \sqrt{400 - 10 \times 30} = 10m/s$.

3) عند الوصول إلى (O) ، يؤدي الجسم سقوطا منحنيا .

أ) ادرس حركة الجسم على المحورين واستنتج معادلة المسار $y = f(x)$.

نختار معلم سطحي أرضي$(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0{,}0)$$

$(v_{0x}, v_{0y}) = (v_0 \cos\alpha\, , -v_0 \sin\alpha)$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} = m\vec{a}$.

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array}\right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$v_x = v_0 \cos\alpha$.

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_0 \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_0 \cos\alpha$ هي $x = v_0(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$x = v_0(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y = g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = g$ الدالة التي مشتقها (g) هي $v_y = gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = -v_0 \sin\alpha$. $v_y = gt - v_0 \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = gt - v_0 \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(gt - v_0 \sin\alpha)$ هي

$y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = 0$.

$y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t$.

$$\vec{r}\left|\begin{array}{l} x = v_0(\cos\alpha)t \ldots.(1) \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t \ldots.(2) \end{array}\right.$$

معادلة المسار $y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 - v_0(\sin\alpha)\frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$y = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 - (\tan\alpha)x$.المسار جزء من قطع مكافئ .

$y = 6{,}66 \times 10^{-2}x^2 - 0{,}58x$.

ب) أوجد إحداثية نقطة المدى على سطح الأرض .

يكون $y = h$ بحيث $h = OA\sin\alpha$.

$h = 15m$.

$6,66\times10^{-2}x^2 - 0,58x = 15$

$6,66\times10^{-2}x^2 - 0,58x - 15 = 0$.

$\Delta = 0,336 + 4 = 4,336$.

$x_p = \frac{0,58+2,08}{13,32\times10^{-2}} = 20m$.

ج) أوجد ارتفاع الذروة بالنسبة لسطح الأرض .

عند الذروة يكون $v_y = 0$.

$gt - v_0\sin\alpha = 0$.

$t_s = \frac{v_0\sin\alpha}{g} = \frac{5}{10} = 0,5s$.

$y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0(\sin\alpha)t$

$y_s = \frac{1}{2}\times10\times(0,5)^2 - 5\times0,5$.

$y_s = -1,25$ إشارة السالب معناه الجسم موجود فوق المبدأ o .

$h_s = 1,25m$

$\acute{h} = h + h_s = 15 + 1,25 = 16,25m$.

التمرين(10)

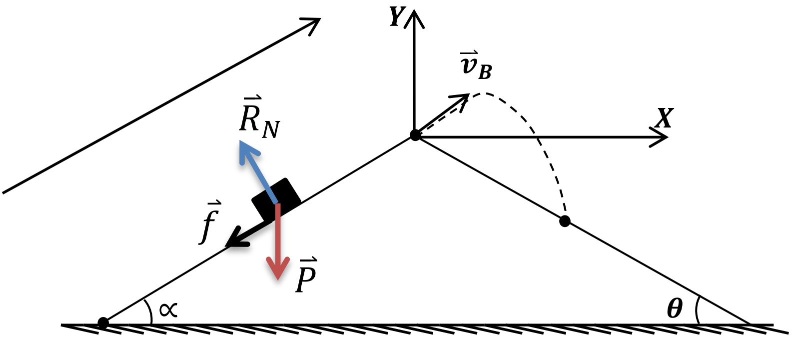
الحل

نقذف جسم صلب (S) كتلته $m = 100g$ بسرعة ابتدائية $v_0 = 5m/s$ من النقطة (A) .

1) مثل كل القوى المطبقة على الجسم.

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

- أكتب عبارة التسارع a بدلالة α و g ، f ، m .



$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور الموازي للحركة .

$-P_x - f = ma$.

$$-mg\sin\alpha - f = ma$$

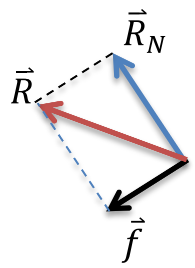
$a = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right)$.

- حدد طبيعة حركة الجسم .

بمأن $a < 0$ فإن الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

- بين أن شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف المستوى AB تكتب كالتالي : $R = mg\sqrt{\cos^2\alpha + \left(\frac{a}{g} + \sin\alpha\right)^2}$

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$$



$R = \sqrt{R_N^2 + f^2}$.

$$f = -mg\sin\alpha - ma$$

$f = -m(g\sin\alpha + a)$.

$R_N = P_y = mg\cos\alpha$.

$$R = \sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + m^2(g\sin\alpha + a)^2}$$

نجد $R = mg\sqrt{\cos^2\alpha + \left(\frac{a}{g} + \sin\alpha\right)^2}$.

يغادر الجسم المستوى المائل AB عند النقطة B ليسقط عند النقطة C من منحدر ثاني يصنع مع المستوى الأفقي الزاوية $\theta = 30^0$.

1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .

$a = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right) = -\left(10 \times 0{,}5 + \frac{0{,}1}{0{,}1}\right) = -6m/s^2$.

$$v_B^2 - v_A^2 = 2 \times a \times AB$$

$v_B = \sqrt{2 \times a \times AB + v_A^2}$.

$v_B = \sqrt{-24 + 25} = 1m/s$.

2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة B .

نختار معلم سطحي أرضي $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0{,}0)$$

$(v_{0x}, v_{0y}) = (v_B\cos\alpha\,, v_B\sin\alpha)$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} = m\vec{a}$.

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$v_x = v_B \cos\alpha$.

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_B \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_0 \cos\alpha$ هي $x = v_B(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$x = v_B(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -v_B + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. $v_y = -gt + v_B \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt + v_B \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt + v_B \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B(\sin\alpha)t$.

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = v_B(\cos\alpha)t \ldots.(1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B(\sin\alpha)t \ldots.(2) \end{array} \right.$$

معادلة المسار $y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_B \cos\alpha}\right)^2 + v_B(\sin\alpha)\frac{x}{v_B \cos\alpha}$$

. المسار جزء من قطع مكافئ. $y = -\frac{g}{2v_B^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$

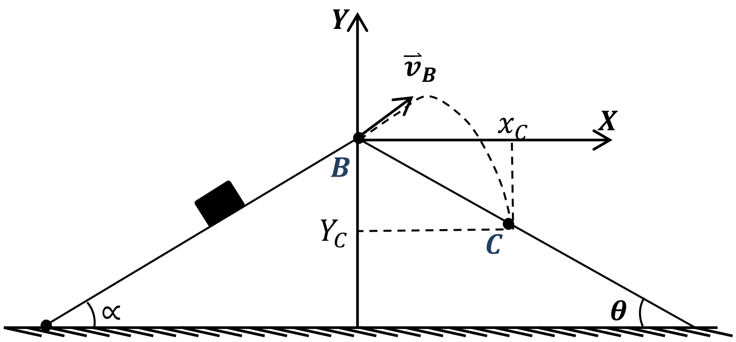
. $y = -\frac{10}{1,5}x^2 + 0,58x$

. $y = -6,66x^2 + 0,58x$

3) أحسب المسافة BC .

خط الميل هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ

معادلته من الشكل $y = -(\tan\theta)x$



$y = -0,58x$

. $-0,58x = -6,66x^2 + 0,58x$

. $-6,66x^2 + 1,16x = 0$

. $x_C = \frac{1,16}{6,66} = 0,17m$

$y_C = -0,58 \times 0,17 = -0,1m$

تطبيق نظرية فيتاغورس .

. $(BC)^2 = (x_C)^2 + (y_C)^2$

. $BC = \sqrt{(x_C)^2 + (y_C)^2}$

. $BC = \sqrt{(0,17)^2 + (0,1)^2} = 0,2m$

4) حدد خصائص شعاع السرعة عند النقطة C .

. $v_x = v_B \cos\alpha = 0,86m/s$

. $y = -5t^2 + 0,5t$

$-0,1 = -5t^2 + 0,5t$

$-5t^2 + 0,5t + 0,1 = 0$ نجد الزمن ونعوض في $v_y = -gt + v_B \sin\alpha$.

ثم نستعمل العلاقة $v_C = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

كما نستعمل $\tan\beta = \frac{v_y}{v_x}$ كي نحدد منحى شعاع السرعة .

التمرين(11)

1) تمثيل قوة الجذب العام $\vec{F}_{T/S}$ التي تطبقها الأرض على القمر الاصطناعي وكتابة عبارة الشدة $F_{T/S}$ بدلالة M_T و m و G و r .

$$F_{T/S} = \frac{G.m.M_T}{r^2} .$$

2) باستعمال التحليل البعدي لثابت الجذب العام ، أعط وحدة G في النظام العالمي للوحدات.

$$G = \frac{F \times r^2}{m \times M_T} .$$

$$[G] = \frac{[F]\times[r]^2}{[m]\times[M_T]} = \frac{N.m^2}{kg^2} = N.m^2.kg^{-2} .$$

3) بين أن عبارة السرعة الخطية للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي هو : $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$.

القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} .$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\vec{a} .$$

بالإسقاط على الناظم $\vec{n}$.

$$F_{T/S} = ma_n .$$

$$\frac{G.m.M_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r} .$$

$$\frac{G.M_T}{r} = v^2 .$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} .$$

4) أكتب عبارة السرعة v بدلالة r و T دور القمر الاصطناعي.

$$v = \frac{2\pi r}{T} .$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

5) استنتج عبارة تعبير دور القمر الاصطناعي T بدلالة M_T و G و r .

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} .$$

6) بين أن النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لأي قمر اصطناعي يدور حول الأرض ، ثم أحسب قيمتها العددية محددا وحدتها في النظام العالمي للوحدات.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} .$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{GM_T} = \frac{4\pi^2}{GM_T} r^3$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} .$$

بما أن M_T و G و π ثوابت فإن النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لكل الأقمار الاصطناعية التي تدور حول الأرض.

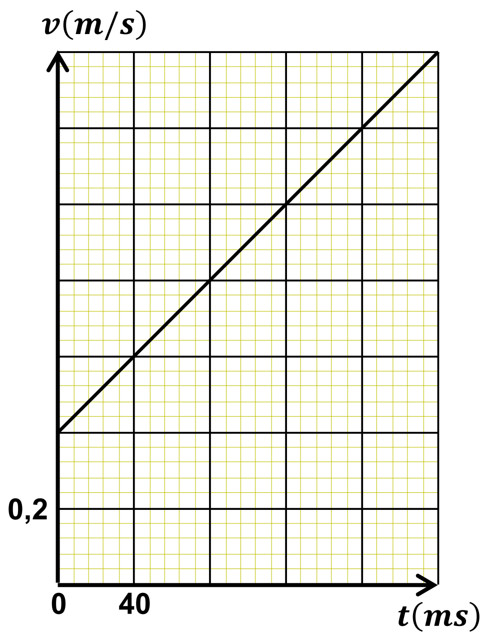
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{40}{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}} = \frac{40}{39{,}82\times10^{13}} \approx 10^{-13} .$$

7) أحسب الدور المداري T لحركة القمر الاصطناعي.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} = 3{,}348 \times 10^4 \text{ s} .$$

تمرين (12)

1) رسم البيان $V = f(t)$.



2) باستغلال البيان :

أ) استنتاج طبيعة حركة مركز عطالة الجسم A ، ثم ايجاد تسارعه.

من البيان السرعة تزداد بشكل خطي وبالتالي الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ حيث التسارع يمثل ميل البيان .

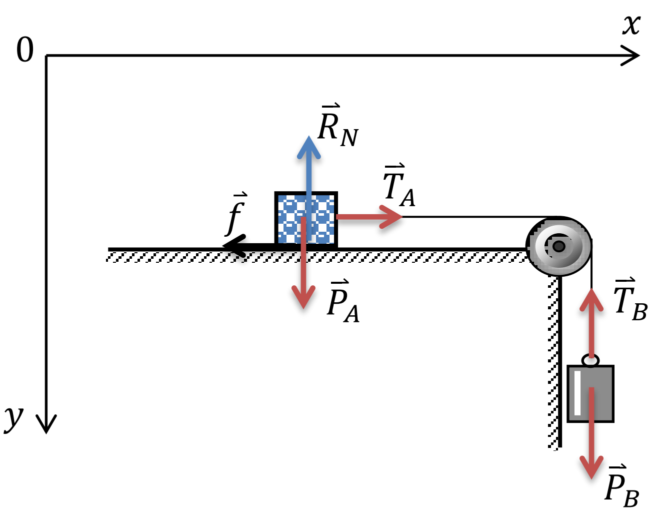
$$a = \frac{1-0{,}6}{(120-40)\times10^{-3}} = 5m/s^2 .$$

ب) هل بدأت الجملة حركتها من السكون ام بسرعة ابتدائية ؟

الجملة بدأت بسرعة ابتدائية $v_0 = 0{,}4m/s$.

3) يخضع الجسم لقوة احتكاك $\vec{f}$ على المستوى الأفقي نعتبرها ثابتة الشدة ومعاكسة لجهة الحركة ..

أ) تمثيل كل القوى المؤثرة على الجملة .



ب) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، احسب شدة قوة الاحتكاك.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} .$$

بالنسبة للجسم A : $\vec{P}_A + \vec{R}_N + \vec{T}_A + \vec{f} = m_A\vec{a}$.

بالاسقاط $T_A - f = m_A a \ldots\ldots (1)$.

بالنسبة للجسم B : $\vec{P}_B + \vec{T}_B = m_B\vec{a}$.

بالاسقاط $P_B - T_B = m_B a \dots \dots (2)$

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B$.

بجمع (1) مع (2) .

$P_B - f = (m_A + m_B)a$.

$f = m_B g - (m_A + m_B)a$.

$f = 0{,}65 \times 10 - 1 \times 5$.

$f = 1{,}5N$.

4) يتقطع الخيط الرابط بين الجسمين عند اللحظة $t = 200ms$

أ) ادرس طبيعة حركة الجسمين بعد انقطاع الخيط .

بالنسبة للجسم A : $\vec{P}_A + \vec{R}_N + \vec{f} = m_A \vec{a}$

بالإسقاط $-f = m_A a$.

$a = -\frac{f}{m_A} < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

بالنسبة للجسم B : $\vec{P}_B = m_B \vec{a}$.

بالاسقاط $P_B = m_B a \dots \dots (2)$

$a = g = 10m/s^2$.

الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام (حركة سقوط حر) .

ب) ماهي المسافة التي يقطعها الجسم A حتى يتوقف .

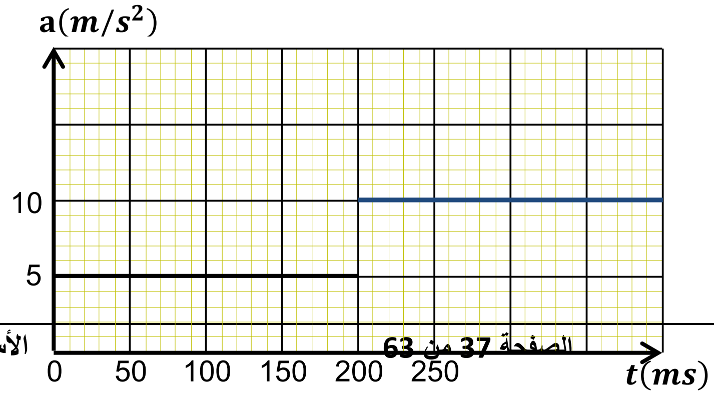
عند $t = 200ms$ يكون $v_i = 1{,}4m/s$.

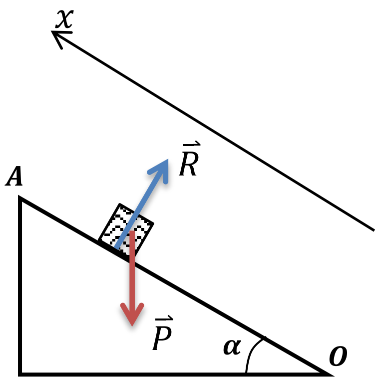
$v_f^2 - v_i^2 = 2ad$

$a = -\frac{f}{m_A} = -\frac{1{,}5}{0{,}35} = -4{,}28m/s^2$.

$d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{-1{,}96}{-8{,}56} = 0{,}23m$.

ج-ارسم مخطط التسارع للجسم B قبل وبعد انقطاع الخيط بدلالة الزمن .





التمرين(13)

1- يمثل البيان التالي تغيرات مربع سرعة الجسم (v^2) بدلالة الفاصلة x

أ/ أدرس حركة الجسم على المستوى المائل.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \; .$$

بالإسقاط على ox .

$$-P \sin\alpha = ma \; .$$

$$a = -g \sin\alpha \; .$$

$a < 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

ب/ أكتب العلاقة النظرية بين v^2 و x .

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v^2 = 2ax + v_0^2 \; .$$

جـ/ باستغلال البيان استنتج: قيمة كل من α و v_0 .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$v^2 = Ax + \mathrm{B}$ حيث A يمثل ميل البيان .

$$A = -\frac{9}{0{,}9} = -10 \; .$$

$$v^2 = -10x + 9 \ldots.(1) \; .$$

$$v^2 = 2ax + v_0^2 \ldots.(2)$$

بالمطابقة $v_0 = 3m/s$.

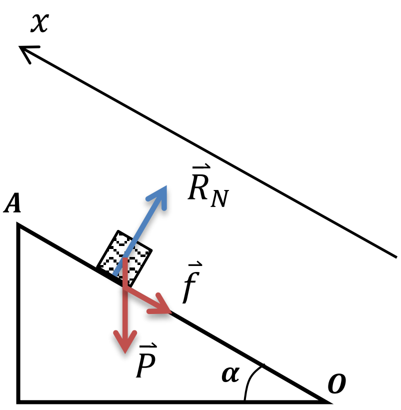
$2a = -10$ نجد $a = -5m/s^2$.

$a = -g \sin\alpha$ وبالتالي $\sin\alpha = -\frac{-5}{10} = 0{,}5$.

ومنه $\alpha = 30^0$.

- باعتبار وجود قوى احتكاك تكافيء قوة وحيدة شدتها f .

أ/ أوجد عبارة التسارع a' للجسم في هذه الحالة.



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a'}$$

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a'} .$$

بالإسقاط على ox .

$$-P\sin\alpha - f = ma' .$$

$$a' = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right) .$$

إذا اكتسب الجسم طاقة الحركية قدرها $0,2j$ بعد قطعه مسافة $x = 0,4\ m$

أحسب شدة قوة الاحتكاك .

$E_C = \frac{1}{2}mv^2$ ومنه $v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}}$.

$$v = \sqrt{\frac{0,4}{0,1}} = 2m/s .$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a'x .$$

$$a' = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{4-9}{0,8} = -6,25m/s^2 .$$

$$f = -P\sin\alpha - ma' .$$

$$f = -0,5 + 0,625 = 0,125N .$$

التمرين(14)

1) أحسب سرعة الجسم عند النقطة B .

تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة الجسم .

$$E_{CA} + W(\vec{P}) = E_{CB}$$

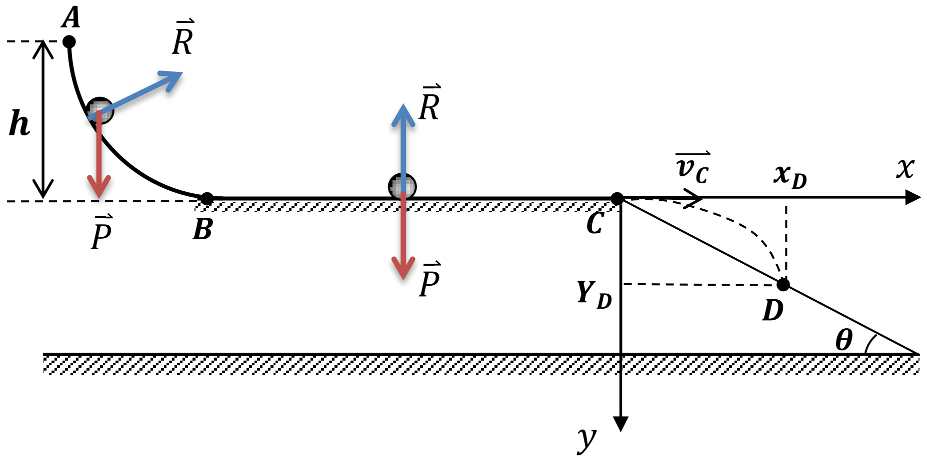
$$E_{CB} = W(\vec{P}) .$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh .$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{100} = 10m/s .$$

2) أكتب معادلة مسار الجسم بعد مغادرته النقطة C .

$v_C = v_B$



نختار معلم سطحي أرضي$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$$(x_0, y_0) = (0,0)$$

$$.\ (v_{0x}, v_{0y}) = (v_c, 0)$$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$$.\ \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$.\ \vec{P} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array} \right.$$

$$\vec{r} \left| \begin{array}{l} x = v_c t \ \ldots .(1) \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \ \ldots .(2) \end{array} \right.$$

معادلة المسار$y = f(x)$.

من (1) نجد $t = \dfrac{x}{v_c}$ ونعوض في (2) .

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_c}\right)^2 +$$

$y = \dfrac{g}{2v_c^2} x^2$.المسار جزء من قطع مكافئ .

. $y = 0,05x^2$

3) أحسب المسافة CD .

خط الميل هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته .

. $y = (\tan\theta)x$

$y = 0,58x$

مسار الجسم وخط الميل يشتركان في النقطة D معناه

$0,05x^2 = 0,58x$

. $x_D = \frac{0,58}{0,05} = 11,6m$

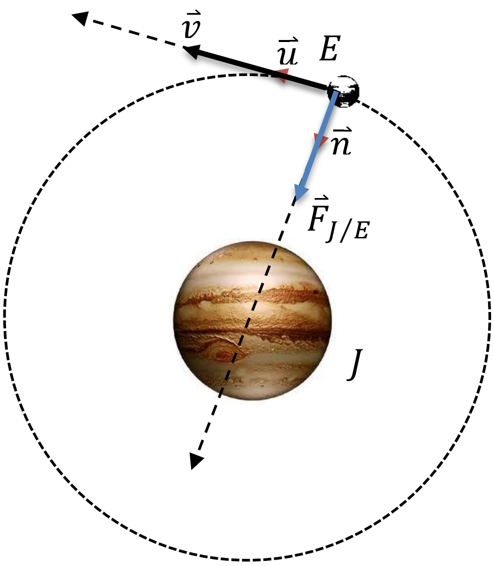
$y_D = 0,58 \times 11,6 = 6,73m$

بتطبيق نظرية فيتاغورس .

$(x_D)^2 + (y_D)^2 = (CD)^2$

$CD = \sqrt{134,56 + 45,29} = 13,41m$

<u>تمرين (15)</u>



1) مثل على الشكل $\vec{v}$ شعاع سرعة القمر $Europe$ وكذا شعاع قوة الجذب العام $\vec{F}_{J/E}$. التي يطبقها كوكب المشتري على القمر $Europ$.

2) أكتب عبارة القوة $\vec{F}_{J/E}$ بدلالة $\vec{n}$ و m_E كتلة القمر $Europ$ و M_J و G و r .

. $\vec{F}_{J/E} = \frac{Gm_EM_J}{r^2}\vec{n}$

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر $Europ$ بين أن حركته منتظمة. $\sum \vec{F}_{ext} = m_E\vec{a}$

$\vec{F}_{J/E} = m_E\vec{a}$

$\frac{Gm_EM_J}{r^2}\vec{n} = m_E\vec{a}$

. $\vec{a} = \frac{GM_J}{r^2}\vec{n}$

القمر يخضع لتسارع مركزي وبالتالي $a_T = 0$ وبمأن $a_T = \frac{dv}{dt}$ فإن $v = cte$.

إذن الحركة دائرية منتظمة.

4) حدد عبارة سرعته v . احسب السرعة V للقمر $Europ$.

$$a_n = \frac{GM_J}{r^2} .$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} .$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM_J}{r^2} .$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_J}{r}} .$$

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11} \times 1{,}9.10^{27}}{6{,}7.10^{8}}} .$$

$$v = 1{,}375 \times 10^4 m/s$$

5) استنتج قيمة السرعة الزاوية ω للقمر $Europ$.

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1{,}375 \times 10^4}{6{,}7 \times 10^8}$$

$$\omega = 2{,}05 \times 10^{-5} rad/s .$$

6) استنتج الدور T لحركة $Europ$ أي المدة اللازمة لإنجاز دورة كاملة حول المشتري.

$$T_E = \frac{2\pi}{\omega} .$$

$$T_E = \frac{2\pi}{2{,}05 \times 10^{-5}} = 3{,}06 \times 10^5 \text{ s}$$

7) أثبت قانون كيبلر الثالث : $\frac{T^2}{r^3} = K = cte$ بالنسبة لجميع أقمار كوكب المشتري.

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_J}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_J}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_J}} .$$

$$T^2 = r^3 \; \frac{4\pi^2}{GM_J}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J} = K = cte .$$

8) دور حركة القمر "Io" هو $T_{IO} = 1j\ 18h18\ min$. حدد نصف قطر مداره .

الثابتة K لا تتعلق بالقمر وبالتالي فهي ثابتة بالنسبة لجميع أقمار المشتري .

$$\frac{T_{IO}^2}{r_{IO}^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J}$$

. $r_{IO}^3 = r_{IO}^3 \times \frac{GM_J}{4\pi^2}$

. $r_{IO} = \sqrt[3]{r_{IO}^3 \times \frac{GM_J}{4\pi^2}}$

. $r_{IO} = 4{,}206 \times 10^8\ m$

التمرين(16)

i. استغلال المنحنى البياني ومعادلته:

1) المعنى الفيزيائي للمنحنى البياني رقم 2 هو: مخطط سرعة الكرة عند اهمال قوى الاحتكاك.

2) معادلة المنحنى البياني لا تتطابق مع المعادلة رقم (2) .

3) تحدّيد قيمتي الثابتين A و B .

. $v(t) = A + Be^{-\alpha t}$

. $v(t) = 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$

$v(t) = 1{,}14 - 1{,}14e^{-\frac{t}{0{,}132}} \ldots .(1)$

$v(t) = A + Be^{-\alpha t} \ldots .(2)$

بالمطابقة بين (1) و (2).

. $B = -1{,}14$ و $A = 1{,}14$

4) اثبات أن المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة هي : $\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64$ ثمّ عيّن قيمتي α و β .

. $v(t) = 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$

. $\frac{dv}{dt} = \frac{1{,}14}{0{,}132}e^{-\frac{t}{0{,}132}} = 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}}$

. $7{,}58v = 7{,}58 \times 1{,}14\left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right) = 8{,}64 - 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}}$

. $\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}} + 8{,}64 - 8{,}64e^{-\frac{t}{0{,}132}} = 8{,}64$

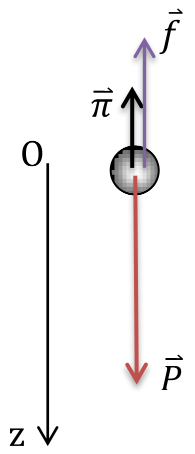
ومنه المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة هي : $\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64$.

. $\frac{dv}{dt} + \alpha v = \beta \ldots (1)$

$\frac{dv}{dt} + 7{,}58v = 8{,}64 \ldots (2)$.

بالمطابقة بين (1) و (2).

$\alpha = 7{,}58$ و $\beta = 8{,}64$.



ii. دراسة الظاهرة الفيزيائية:

1) أحص ثم مثّل القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها .

قوة الثقل $\vec{P}$ و دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ و قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2) أثبت أن المعادلة التفاضلية للسرعة تحقق العلاقة : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right) g$ (3) .

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور Oz .

$P - \pi - f = ma$.

حيث ρ_f الكتلة الحجمية للهواء .

$mg - \rho_f V g - kv = m\frac{dv}{dt}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)$.

3) بالمطابقة بين المعادلتين (1) و(3) .ماهي العبارة الحرفية للمعامل β ، ثمّ حدّد قيمة دافعة أرخميدس التي تخضع لها الكرة ؟

$\frac{dy}{dt} + \alpha y = \beta$

$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right) g$

بالمطابقة .

$\beta = \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right) g$.

$\beta = \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right) g = g - \frac{\rho_f V g}{m}$.

$\beta = g - \frac{\pi}{m}$ وبالتالي $\pi = (g - \beta) \times m$.

$\pi = (9{,}8 - 8{,}64) \times 0{,}032 = 3{,}71 \times 10^{-2} N$.

التمرين(17)

1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي تكتب بالشكل: $\frac{dv}{dt} = A.v + B$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور Oz .

$P - f = ma$.

$mg - kv = m\frac{dv}{dt}$.

$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$.

$\frac{dv}{dt} = A.v + B$

بالمطابقة

$A = -\frac{k}{m}$ و $B = g$.

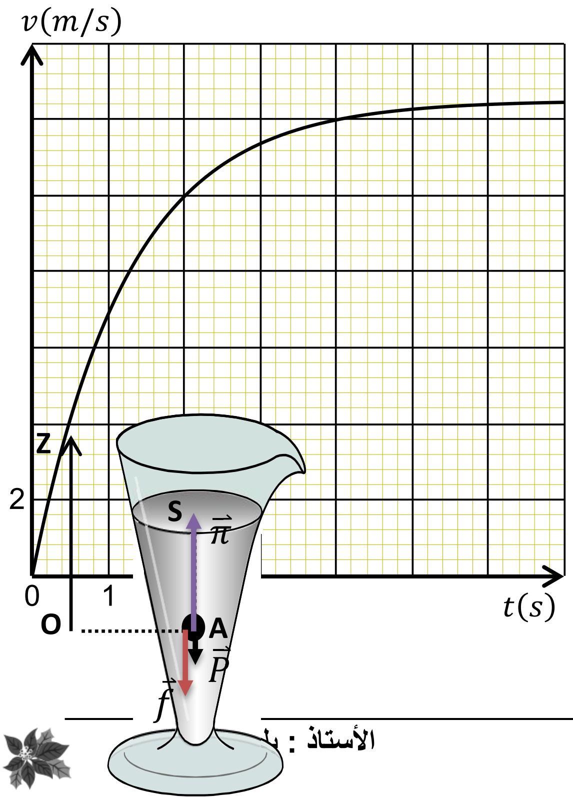
2) عين بيانيا قيمتي: - شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، - السرعة الحدية (v_L) .

$\frac{dv}{dt} = a$. عند $t = 0$ يكون $v = 0$ وبالتالي $a = g$ ومنه من البيان $g = 10m/s^2$.

في النظام الدائم $v = v_L$ يكون $a = 0$ ومن البيان $v_L = 12{,}5m/s$.

3) تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار k/m : حدد وحدة هذا المقدار واحسب قيمته من البيان.

وحدة هذا المقدار هي s^{-1} .



$-k/m$ يمثل ميل البيان $-0{,}8 = \frac{-10}{12{,}5} = -\frac{k}{m}$.

$\frac{k}{m} = 0{,}8s^{-1}$

4) أحسب قيمة الثابت k .

$k = 0{,}8 \times 100 = 80kg/s$.

5) مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال $[0 ; 7s]$.

لدينا $\tau = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25s$ ومنه $5\tau = 6{,}25s$ (مدة النظام الانتقالي) .

التمرين(18)

1) مثل على الشكل القوى المطبقة على الفقاعة .

2) بين أنه يمكن إهمال قوة الثقل أمام دافعة أرخميدس .

$P = mg = \rho_g V g$.

$\pi = \rho_f V g$

$\frac{\pi}{P} = \frac{\rho_f V g}{\rho_g V g} = \frac{\rho_f}{\rho_g}$.

$\frac{\pi}{P} = \frac{1{,}05\times 10^3}{1{,}8} \approx 583$ ومنه يمكن إهمال قوة الثقل أمام دافعة أرخميدس .

3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لسرعة الفقاعة تكتب بالشكل : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = B$ حيث

يطلب إيجاد عبارة كل من τ و B . ماهو المعنى الفيزيائي ل B ؟.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور Oz .

$\pi - f = ma$.

حيث ρ_f الكتلة الحجمية للهواء .

$\rho_f V g - kv = m\frac{dv}{dt}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = \frac{\rho_f V}{\rho_g V} g$

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = B$.

بالمطابقة نجد $\frac{1}{\tau} = \frac{k}{m}$ ومنه $\tau = \frac{m}{k}$ و $B = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

المعنى الفيزيائي ل B هو التسارع في اللحظة $t = 0$.

4) عبارة السرعة الحدية v_L .

$\frac{dv_L}{dt} + \frac{k}{m} v_L = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$. حيث $\frac{dv_L}{dt} = 0$.

$v_L = \tau\, g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

5) بين أن $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = g\frac{\rho_f}{\rho_g}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = \frac{v_L}{\tau}$.

$\frac{dv}{dt} = \frac{v_L}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

$\frac{1}{\tau}v = \frac{1}{\tau}v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = \frac{v_L}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{v_L}{\tau} - \frac{v_L}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{v_L}{\tau}$.

ومنه $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

6) أحسب قيمة k إذا كان $v_L = 15m/min$.

$v_L = 0,25m/s$.

$v_L = \tau\, g\frac{\rho_f}{\rho_g}$ ومنه $\tau = \frac{v_L\rho_g}{\rho_f g}$.

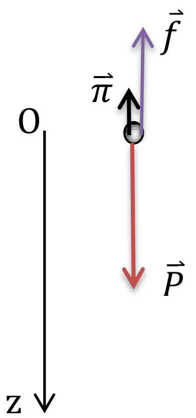
$\tau = \frac{0,25\times1,8}{1,05\times10^3\times10} = 4,28\times10^{-5}s$.

$\tau = \frac{m}{k}$ ومنه $k = \frac{m}{\tau}$.

$k = \frac{\rho_g V}{\tau} = \frac{1,8\times0,1}{4,28\times10^{-5}} = 4,2\times10^3\, kg/s$.

التمرين(19)

1) بين ان المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{v^2}{\alpha^2})$. ثم حدد عبارة α بدلالة m ، g ، k .



تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$.نهمل دافعة أرخميدس.

بالإسقاط على المحور Oz .

$P - f = ma$.

$mg - kv^2 = m\frac{dv}{dt}$.

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{k}{mg}v^2\right)$$

$$\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{v^2}{\left(\sqrt{\frac{mg}{k}}\right)^2}\right).$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{mg}{k}}.$$

2) اختر الجواب الصحيح مع التعليل:

في النظام الدائم $\frac{dv_L}{dt} = 0$. ومنه $\left(1 - \frac{v_L^2}{\left(\sqrt{\frac{mg}{k}}\right)^2}\right) = 0$ وبالتالي $v_L^2 = \left(\sqrt{\frac{mg}{k}}\right)^2$ ومنه $v_L = \sqrt{\frac{mg}{k}} = \alpha$

يمثل المقدار α : السرعة الحدية للجملة (S).

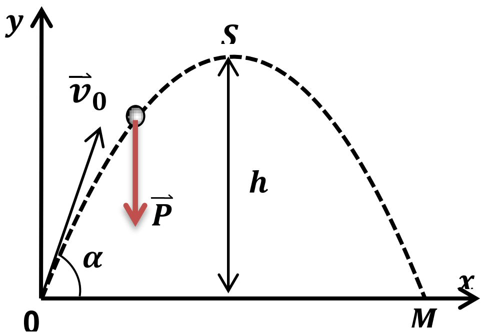
3) حدد قيمة α ، و استنتج قيمة k محدد وحدته في النظام العالمي للوحدات .

من البيان $v_L = 5\text{m/s}$.

$v_L = \sqrt{\frac{mg}{k}}$ ومنه $v_L^2 = \frac{mg}{k}$ وبالتالي $k = \frac{mg}{v_L^2}$.

$$k = \frac{150\times 10}{25} = 60kg/m .$$

التمرين(20)



المثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن طبيعة الحركة بالنسبة للمحور $(O,\vec{\imath})$ و كذلك بالنسبة للمحور $(O,\vec{\jmath})$.

1) تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} .$$

$$\vec{P} = m\vec{a} .$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right.$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

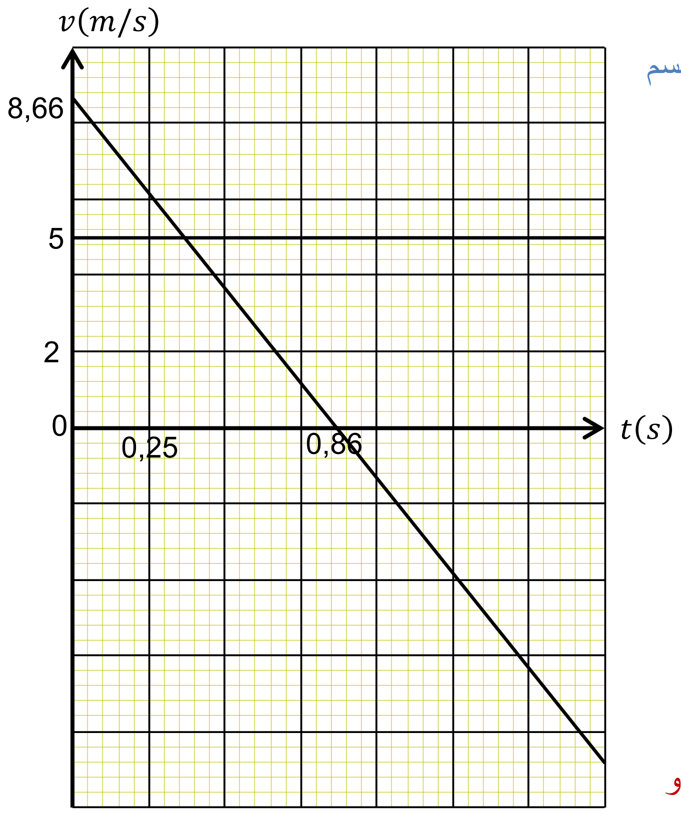
2) أوجد من البيان :

أ) القيمة v_0 لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.

$v_0 = 10m/s$.

ب) القيمة v_{0x} للمركبة على $(O,\vec{\imath})$ لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.

$v_{0x} = 5m/s$.



ج) استنتج قيمة كل من الزاوية αالتي قذف بها الجسم وقيمة v_{0y}.

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$. ومنه $\cos\alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\alpha = 60^0$.

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 10 \times 0,866 = 8,66m/s$

3) مثل كل من$v_x(t)$ و $v_y(t)$ في المجال الزمني $(0 \leq t \leq 1,72)$.

4) استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM و الذروة h.

$OM = 5 \times 1,72 = 8,6m$

$h = \frac{8.66\times0.86}{2} = 3,72m$.

التمرين(21)

نهمل في هذا الجزء تأثيرات الهواء :

1) أدرس طبيعة الحركة وأوجد المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

نختار معلم سطحي أرضي$(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

الشروط الابتدائية .

$(x_0, y_0) = (450\ ,\ 0)$

. $(v_{0x}, v_{0y}) = (-v_0, 0)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

. $\vec{P} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array} \right.$$

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

. $v_x = -v_0$

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = -v_0$.

الدالة التي مشتقها $(-v_0)$ هي $x = -v_0 t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 450$.

. $x = -50t + 450$

الحركة على oy .

$a_y = g$ الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = g$ الدالة التي مشتقها (g) هي $v_y = gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = 0$.

. $v_y = gt$

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = gt$ الدالة التي مشتقها (gt) هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = 0$.

.$y = \frac{1}{2}gt^2$

2) بيّن أن معادلة المسار تعطى بالشكل : $y\,(x) = 2.10^{-3}\ x^2 - 1{,}8\,x + 405$.

$$\vec{r} \left| \begin{array}{c} x = -50t + 450\ \ldots.(1) \\ y = 5t^2 \ldots.(2) \end{array} \right.$$

من (1) نجد $t = \frac{450-x}{50} = -\frac{x-450}{50}$ ونعوض في (2) .

$y = 5\left(\frac{450-x}{50}\right)^2$ نجد $y(x) = 2.10^{-3}\ x^2 - 1{,}8\,x + 405$

3) أحسب لحظة ارتطام الصندوق بالأرض .

$y = 5t^2$.

$h_0 = 5t^2$ ومنه $t_p = \sqrt{\frac{h_0}{5}}$.

$t_p = \sqrt{\frac{405}{5}} = 9s$.

4) ما هي قيمة سرعة الصندوق لحظة ارتطامه بالأرض ؟ .

$v_p = \sqrt{(v_x)^2 + (v_{yp})^2}$.

$v_{yp} = 10 \times 9 = 90m/s$

$v_p = \sqrt{(50)^2 + (90)^2} \approx 103m/s$.

II ـ دراسة حركة السقوط الشاقولي في الهواء :

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز العطالة للمجموعة (صندوق + مظلة) .

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$.نهمل دافعة أرخميدس.

بالإسقاط على المحور Oy .

$P - f = ma$.

$mg - kv = m\frac{dv}{dt}$.

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$.

2) استنتج السرعة الحدية v_L و الزمن المميز للسقوط τ .

$\frac{dv_L}{dt} + \frac{k}{m}v_L = g$. حيث $\frac{dv_L}{dt} = 0$.

$v_L = \frac{m}{k} g$.

$v_L = \frac{150}{100} \times 10 = 15m/s$.

$v_L = \tau \times g$

$\tau = \frac{v_L}{g} = \frac{15}{10} = 1,5s$.

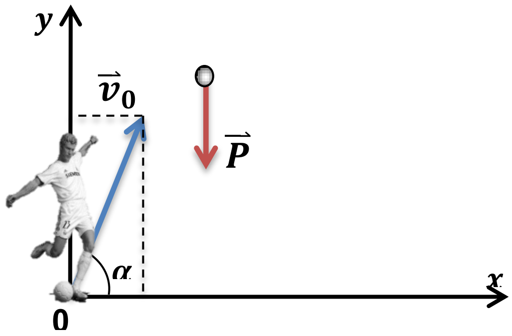
3) أعط قيمة تقريبية لمدة النظام الانتقالي .

$t = 5\tau = 5 \times 1,5 = 7,5s$.

التمرين(22)

1) بين أن مسار الكرة ينتمي إلى المستوى الرأسي $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

نختار معلم سطحي أرضي$(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.



الشروط الابتدائية .

$(x_0, y_0) = (0,0)$

$(v_{0x}, v_{0y}) = (v_0 \cos\alpha \,, v_0 \sin\alpha)$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} = m\vec{a}$.

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$.

ومنه مسار الكرة ينتمي إلى المستوى الرأسي $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

بالإسقاط على المحور $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

2) حدد معادلة المسار في المعلم $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ بدلالة g و α و v_0 .

الحركة على ox .

$a_x = 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

$v_x = v_0 \cos\alpha$.

ولدينا $v_x = \frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt} = v_0 \cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_0 \cos\alpha$ هي $x = v_0(\cos\alpha)t + x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$x = v_0(\cos\alpha)t$.

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. $v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt + v_0 \sin\alpha)$ هي

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin\alpha)t + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0 = 0$.

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin\alpha)t$.

$$\vec{r}\left|\begin{array}{l} x = v_0(\cos\alpha)t \ldots.(1) \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin\alpha)t \ldots.(2) \end{array}\right.$$

من (1) نجد $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ونعوض في (2) .

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0(\sin\alpha)\frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$ المسار جزء من قطع مكافئ .

3) ماهي قيمة السرعة v_0 التي تمكن اللاعب من تسجيل الهدف باعتبار الكرة تمر محاذية للعارضة الأفقية.

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$$

$H = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}D^2 + (\tan\alpha)D$.

$2{,}44 = -\frac{10}{1{,}5v_0^2}(25)^2 + 0{,}58 \times 25$.

$\frac{6250}{1{,}5v_0^2} = 12{,}06$ ، $v_0^2 = 345{,}5$.

$v_0 = 18{,}58 m/s$.

التمرين(23)

1) المعادلتين الزمنيتين للجسم A : $x_A(t)$ و $y_A(t)$ في المعلم (Oxz) .

نختار معلم سطحي أرضي$(o,\vec{i},\vec{j})$.

الشروط الابتدائية .

$(x_0,y_0)=(0,0)$

. $(v_{0x},v_{0y})=(v_A\cos\alpha\,,v_A\sin\alpha)$

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

. $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}$

. $\vec{P}=m\vec{a}$

$m\vec{g}=m\vec{a}$

$\vec{a}=\vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{i},\vec{j})$. $\vec{a}\left|\begin{array}{l}a_x=0\\a_y=-g\end{array}\right.$

الحركة على ox .

$a_x=0$ وبالتالي الحركة مستقيمة منتظمة .

. $v_x=v_A\cos\alpha$

ولدينا $v_x=\frac{dx}{dt}$ وبالتالي $\frac{dx}{dt}=v_A\cos\alpha$.

الدالة التي مشتقها $v_A\cos\alpha$ هي $x=v_A(\cos\alpha)t+x_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0=0$.

. $x_A(t)=v_A(\cos\alpha)t$

الحركة على oy .

$a_y=-g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y=\frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt}=-g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y=-gt+v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية
. $v_{0y}=v_A\sin\alpha$. $v_y=-gt+v_A\sin\alpha$

$\frac{dy}{dt}=v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt}=-gt+v_A\sin\alpha$ الدالة التي مشتقها $(-gt+v_A\sin\alpha)$ هي

$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_A(\sin\alpha)t+y_0$ ومن الشروط الابتدائية $x_0=0$.

. $y_A(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_A(\sin\alpha)t$

$$\vec{r}\left|\begin{array}{l}x_A(t)=v_A(\cos\alpha)t\;\ldots.(1)\\y_A(t)=-\dfrac{1}{2}gt^2+v_A(\sin\alpha)t\;\ldots.(2)\end{array}\right.$$

2) فاصلة النقطة (P) في المعلم (Oxy) ، علما أن الجسم B يمر ب (S) ذروة مسار الجسم A .

الزمن اللازم للوصول للذروة : $-gt_s + v_A \sin\alpha = 0$. $t_s = \frac{v_A \sin\alpha}{g}$.

$x_P = v_A(\cos\alpha)\frac{v_A \sin\alpha}{g} = 69{,}28m$.

3) المعادلة الزمنية للجسم B على المحور Oy : $y_B(t)$.

الشروط الابتدائية .

$y_0 = (-h)$

$v_{0y} = v_B$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} = m\vec{a}$.

$m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور $(o,\vec{\jmath})$. $\vec{a} \left| \, a_y = -g \right.$

الحركة على oy .

$a_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ومنه $\frac{dv_y}{dt} = -g$ الدالة التي مشتقها $(-g)$ هي $v_y = -gt_2 + v_{0y}$ ومن الشروط الابتدائية $v_{0y} = v_A \sin\alpha$. $v_y = -gt_2 + v_B$.

$\frac{dy}{dt} = v_y$ ومنه $\frac{dy}{dt} = -gt_2 + v_B$ الدالة التي مشتقها $(-gt_2 + v_B)$ هي

$y = -\frac{1}{2}g{t_2}^2 + v_B t_2 + y_0$ ومن الشروط الابتدائية $y_0 = (-h)$.

$y_B(t) = -\frac{1}{2}g{t_2}^2 + v_B t - h$

$y_B(t) = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 + v_B(t-1) - h$.

4) المسافة بين الجسمين A و B لحظة مرور A بالنقطة (S) .

إيجاد ذروة الجسم A .

$y_S = \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

$y_S = \frac{1600 \times 0{,}25}{20} = 20m$.

لحظة مرور A بالنقطة (S) .

$t_s = \frac{v_A \sin \alpha}{g} = \frac{40 \times 0{,}5}{10} = 2s$.

$$y_B(2s) = -\frac{1}{2} \times 10(2-1)^2 + 20(2-1) - 2$$

$y_B(2s) = 13m$.

المسافة بين الجسمين A و B : $d = 20 - 13 = 7m$.

كم يجب أن تكون قيمة v_B حتى يصطدم الجسمان في النقطة (S) خلال صعود الجسم B ؟.

$$20 = -\frac{1}{2} g(2-1)^2 + v_B(2-1) - 2$$

$$20 = -7 + v_B$$

$v_B = 27m/s$.

5) أوجد خصائص شعاع سرعة الجسم A لحظة قذف الجسم B .

$v_x = v_A \cos \alpha = 40 \times 0{,}86 = 34{,}4m/s$.

$v_y = -gt + v_A \sin \alpha = -10 + 40 \times 0{,}5 = 10m/s$.

$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = \sqrt{(34{,}4)^2 + (10)^2} = 35{,}8m/s$.

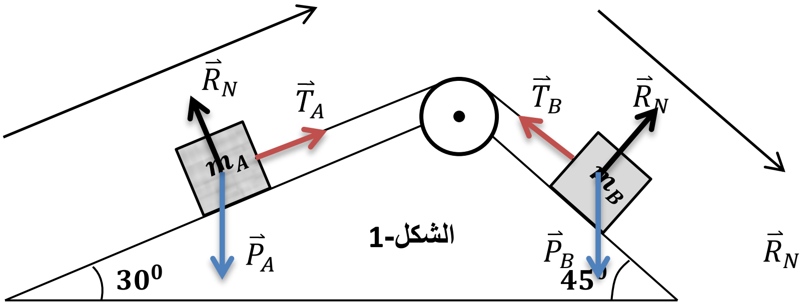
$$\tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{10}{34{,}4} = 0{,}29$$

$\beta = 16{,}2^0$.

التمرين(24)

1) العلاقة التي تربط بين m_A ، m_B ، α و β عند التوازن وذلك بإهمال الاحتكاكات . ثم استنتج كتلة العربة m_B

.



$\vec{T}_A + \vec{P}_A + \vec{R}_N = \vec{0}$.

$\vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{R}_N = \vec{0}$

بالاسقاط .

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B = T$

$T - m_A g \sin\alpha = 0$.

$m_B g \sin\beta - T = 0$.

بجمع المعادلتين $m_B g \sin\beta - m_A g \sin\alpha = 0$.

$m_B \sin\beta = m_A \sin\alpha$.

استنتاج كتلة العربة m_B .

$m_B = \frac{m_A \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{0,5\times0,5}{0,7} = 0,357kg$.

2) نضع فوق العربة B كتلة إضافية بحيث تصبح $m_B = 2m_A$ ثم نترك الجملة لحالها دون سرعة ابتدائية.

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة ثم بين أن تسارعها $a = 3m/s^2$.

تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{T}_A + \vec{P}_A + \vec{R}_N = m_A\vec{a}$.

$\vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{R}_N = m_B\vec{a}$.

بالاسقاط .

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B = T$

$T - m_A g \sin\alpha = m_A a$.

$m_B g \sin\beta - T = m_B a$.

بجمع المعادلتين .

$m_B g \sin\beta - m_A g \sin\alpha = (m_A + m_B)a$.

$a = \frac{m_B \sin\beta - m_A \sin\alpha}{m_A + m_B} g$ نلاحظ أن $a > 0$ وبالتالي الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

$$a = \frac{2m_A \sin\beta - m_A \sin\alpha}{m_A + m_B} g = \frac{2m_A \sin\beta - m_A \sin\alpha}{3m_A} g = \frac{2\sin\beta - \sin\alpha}{3} g$$

$$a = \frac{2\times0{,}7-0{,}5}{3} \times 10 = 3m/s^2$$

3) بتقنية التصوير المتعاقب تمكنا من رسم منحنى السرعة بدلالة الزمن (الشكل-2) .

أ) احسب قيمة التسارع وقارنه مع المحسوبة سابقا.

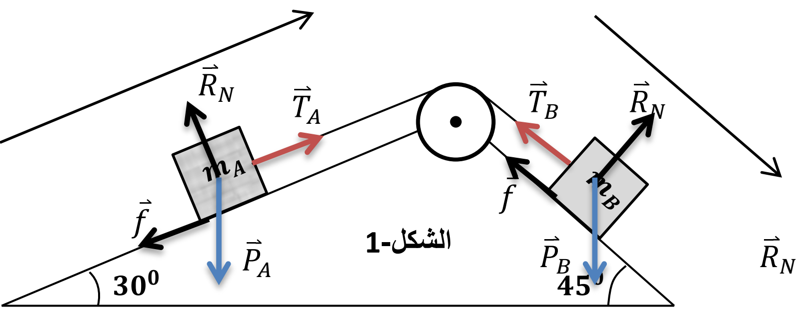
a يمثل ميل البيان $á = \frac{2{,}8}{1{,}4} = 2m/s^2$.

قيمة التسارع أقل من المحسوبة سابقا.

ب) سبب الاختلاف بين القيمتين .

هو قوة الاحتكاك .

ج) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن عبارة التسارع من الشكل: $a = \frac{g}{3}(2\sin\beta - \sin\alpha) - \frac{2f}{3m_A}$. يمكن اعتبار أن الاحتكاك ثابت الشدة ونفسه على السكتين .



$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{T}_A + \vec{P}_A + \vec{f} + \vec{R}_N = m_A\vec{a}$.

$\vec{T}_B + \vec{P}_B + \vec{f} + \vec{R}_N = m_B\vec{a}$.

بالاسقاط .

البكرة مهملة الكتلة $T_A = T_B = T$

$T - m_A g \sin\alpha - f = m_A a$.

$m_B g \sin\beta - T - f = m_B a$.

بجمع المعادلتين .

$m_B g \sin\beta - m_A g \sin\alpha - 2f = (m_A + m_B)a$.

$2m_A g \sin\beta - m_A g \sin\alpha - 2f = 3m_A a$

$$a = \frac{g}{3}(2\sin\beta - \sin\alpha) - \frac{2f}{3m_A}$$

د) احسب قيمة الاحتكاك f وتوتر الخيط T .

$. \ 2 = \frac{10}{3}(2 \times 0{,}7 - 0{,}5) - \frac{2f}{1{,}5}$

$. \ f = 0{,}75N$

$. \ T = m_A a + m_A g \sin\alpha + f$

التمرين(25)

حساب السرعة اللحظية للكرية في الموضعين M_2 و M_4 .

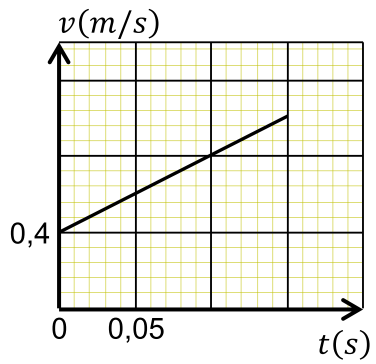
$v_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau} = \frac{6\times10^{-2}}{100\times10^{-3}} = 0{,}6m/s$

$. \ v_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau} = \frac{10\times10^{-2}}{100\times10^{-3}} = 1m/s$

استنتاج قيمة a_3 تسارع مركز عطالة الكرية.

$. \ a_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_2}{2\tau} = \frac{1-0{,}6}{10^{-1}} = 4m/s^2$

رسم البيان $v = f(t)$ في المجال الزمني $[0, 3\tau]$ و استنتاج طبيعة حركة الكرية بين A و B .



$t = \tau$ يكون $v_2 = 0{,}6m/s$.

$t = 2\tau$ يكون $v_3 = \frac{M_2M_4}{2\tau} = \frac{8\times10^{-2}}{100\times10^{-3}} = 0{,}8m/s$.

$t = 3\tau$ يكون $v_4 = 1m/s$.

نلاحظ أن السرعة تزداد بنفس القيمة ومنه عند $t = 0$ يكون $v_1 = 0{,}4m/s$.

ومنه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

ايجاد المعادلة الزمنية لحركة الكرية.

$a = \frac{dv}{dt}$. ومنه $\frac{dv}{dt} = 4$ ومنه $v = 4t + 0{,}4$.

$\frac{dx}{dt} = v$ ومنه $\frac{dx}{dt} = 4t + 0{,}4$ وبالتالي $x = 2t^2 + 0{,}4t$.

بين أن الحركة تتم باحتكاك على الجزء AB .

اذا كانت الحركة تتم بدون احتكاك فإن $\vec{R}$ تكون عمودية على المسار وبالتالي يكون عملها معدوما .

اذا كانت الحركة تتم ب احتكاك فإن $\vec{R}$ تكون مائلة عكس جهة الحركة وبالتالي يكون عملها سالبا .

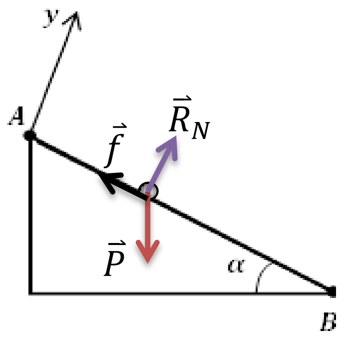
$E_{C2} - E_{C1} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$

$\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = W(\vec{R}) + mgM_1M_2 \sin\alpha$

$0{,}4((0{,}6)^2 - (0{,}4)^2) = W(\vec{R}) + 0{,}8 \times 10 \times 2{,}5 \times 10^{-2} \times 0{,}5$

$0{,}08 = W(\vec{R}) + 0{,}1$ وبالتالي $W(\vec{R}) = -0{,}02j$ ومنه الحركة تتم باحتكاك .

حساب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي نعتبرها ثابتة على طول المسار AB .



تطبيق قانون نيوتن الثاني .

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$.

$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور Oxy .

$mg\sin\alpha - f = ma$.

$f = mg\sin\alpha - ma = m(g\sin\alpha - a)$.

$f = 0{,}8(10 \times 0{,}5 - 4) = 0{,}8N$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد شدة المركبة الناظمية $\vec{R}_N$ للقوة التي يطبقها الجزء AB على الكرية.

$R_N = mg\cos\alpha = 8 \times 0{,}86 = 6{,}88N$

أحسب بطريقتين مختلفتين سرعة الكرية عند النقطة B .

عند النقطة B يكون $t = 4\tau$.

$v_B = 4t + 0{,}4 = 4 \times 0{,}2 + 0{,}4 = 1{,}2m/s$.

السرعة تزداد بنفس القيمة $0{,}2m/s$.

$v_B = 1 + 0{,}2 = 1{,}2m/s$.

نهمل الاحتكاكات على الجزء BC .

أوجد سرعة الكرية عند النقطة C .

تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة واعتبار المستوى المرجعي للطاقة الكامنة الثقالية هو المستوي المار من B و D .

$E_{CB} + E_{PPB} = E_{CC} + E_{PPC}$

$E_{CB} = E_{CC} + E_{PPC}$.

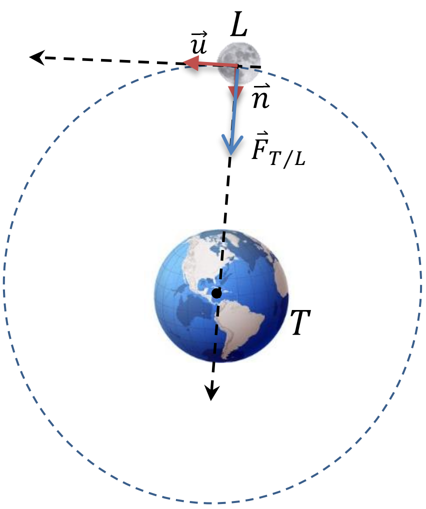
$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh$

$v_B^2 = v_C^2 + 2gh$.

التمرين(26)

i.يمثل (القمر) القمر الطبيعي الوحيد للكرة الأرضية بالإضافة إلى انه خامس اكبر قمر طبيعي في المجموعة الشمسية يدور القمر (L) حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه الأرض و نصف قطر هذا المدار r و دوره T_L

1) تمثيل بيانيا القوة التي تطبقها الأرض على القمر.



2) كتابة العبارة الشعاعية لهذه القوة $\vec{F}_{T/L}$ بدلالة G و m_L و M_T و r .

$$\vec{F}_{T/L} = \frac{Gm_L M_T}{r^2}\vec{n}$$

ما هو المرجع الذي تنسب إليه الحركة؟

المرجع الذي تنسب إليه الحركة هو المرجع المركزي الأرضي .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

بين أن حركة القمر دائرية منتظمة.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_L\vec{a} \;.....(1) \;.$$

بالإسقاط على المحور المماسي $\vec{u}$.

$0 = m_L a_T$ ومنه $a_T = 0$.

$a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه قيمة v ثابته .

المسار دائري والسرعة ثابته وبالتالي الحركة دائرية منتظمة .

أثبت العلاقة التالية : $\frac{{T_L}^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

بإسقاط العلاقة (1) على الناظم $\vec{n}$.

$$F_{T/L} = m_L a_n \;.$$

$$\frac{GM_T\, m_L}{r^2} = m_L\frac{v^2}{r} \;.$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \;.$$

$$T_L = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}} \;.$$

$$T_L = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{Gm_M}}$$

$$T_L^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM_T} = \frac{4\pi^2}{GM_T}r^3 \;.$$

$$\frac{T_L^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \;.$$

ايجاد كتلة الأرض M_T .

$\frac{4\pi^2}{GM_T} = \frac{{T_L}^2}{r^3}$ ومنه $M_T = \frac{r^3 \times 4\pi^2}{G \times {T_L}^2}$.

$$M_T = \frac{(3,84.10^8)^3 \times 40}{6,67 \times 10^{-11} \times (28 \times 24 \times 3600)^2} = \frac{2265 \times 10^{24}}{390} = 5,8 \times 10^{24} kg$$

ii. لتأريخ عمر القمر يلجأ العلماء إلى طرائق من بينها الاعتماد على التناقص الإشعاعي

1) حدد كلا من x و y -أعط تركيب نواة اليورانيوم 238.

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{0}_{-1}e + y\,{}^{4}_{2}He$$

بتطبيق قانوني الانحفاظ

$238 = 206 + 4y$ ومنه $y = 8$.

$92 = 82 - x + 2y$ ومنه $x = 6$

نواة اليورانيوم 238 تحتوي على 92 بروتون و 146 نوترون .

2) أحسب طاقة الربط للنواة ${}^{238}_{92}U$ ثم بين أن نواة الرصاص ${}^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرار من النواة ${}^{238}_{92}U$

$$E_l(U) = (92 \times 1,0072 + 146 \times 1,00866 - 238,00031) \times 931,5$$

$E_l(U) = 1794,48\ MeV$.

$$\frac{E_l(U)}{A} = \frac{1794,48}{238} = 7,54\ MeV/nuc$$

$\frac{E_l(U)}{A} > \frac{E_l(Pb)}{A}$ وبالتالي نواة الرصاص ${}^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرار من النواة ${}^{238}_{92}U$.

iii. جمعت *أبولو* عينات من صخور القمر, هذه الأخيرة تحتوي على الرصاص و اليورانيوم .

1) بين أن عمر القمر يعطى بالعلاقة $t = \frac{t_{1/2}}{ln2}.ln[1 + \frac{m_{Pb}(t).M(U)}{m_U(t)M(Pb)}]$.

$N_U = N_0 e^{-\lambda t}$.

$N_0 = N_U + N_{Pb}$.

$$N_U = (N_U + N_{Pb})e^{-\lambda t}$$

$\frac{N_U}{N_U + N_{Pb}} = e^{-\lambda t}$.

$\frac{N_U + N_{Pb}}{N_U} = e^{\lambda t}$.

$\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right) = e^{\lambda t}$.

$$\ln\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right) = \lambda t$$

$t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right)$.

$$. \ t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{\frac{m_{Pb}}{M(Pb)}N_A}{\frac{m_U}{M(U)}N_A}\right)$$

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(1 + \frac{m_{Pb}.M(U)}{m_U.M(Pb)}\right)$$

$$. \ t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(1 + \frac{m_{Pb}.M(U)}{m_U.M(Pb)}\right)$$

2) أحسب t بالسنة.

$$. \ t = \frac{4{,}5\times 10^9}{\ln 2}\ln\left(1 + \frac{0{,}01\times 238)}{10\times 206}\right)$$

$$. \ t = 7{,}45 \times 10^7 ans$$

التمرين(1)

يتفاعل حمض الإيثانويك مع كحول بوتان-1 -أول لإعطاء استر E ، لتحضير المركب E ندخل في حوجلة $33g$ من حمض الإيثانويك و $37g$ من الكحول السابق ثم نضيف قطرات من حمض الكبريتيك المركز. ونسخن الخليط بالإرتداد لمدة ساعة ، ثم نوقف التفاعل.

1) أكتب معادلة التفاعل بين الحمض والكحول باستعمال الصيغ نصف المنشورة. أعط اسم الإستر الناتج
2) ما مميزات هذا التفاعل ؟ واذكر فائدة التسخين بالإرتداد.
3) أحسب كمية مادة كل من الحمض والكحول في الحالة الابتدائية وأنجز جدول التقدم.
4) نحصل عند نهاية التفاعل على$40,6g$ من الإستر أوجد كمية مادة الإستر المتكون استنتج مردود التفاعل .
5) استنتج تركيب الخليط عند نهاية التسخين و أحسب ثابت التوازن K .

نعطي : $M(C) = 12\ g/mol$ ، $M(H) = 1\ g/mol$ ، $M(O) = 16\ g/mol$

التمرين(2)

نسخن بالإرتداد لمدة 24 ساعة خليطا حجمه $V_T = 100\ mL$ مكونا من $0,5\ mol$ من هيكسانوات الإثيل و $0,5\ mol$ من الماء .بعد عملية التبريد نأخذ حجما $V = 10,0\ mL$ من هذا المحلول ، ثم نعايره بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C' = 2\ mol/L$ ، حيث نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم $V_E = 16,7\ mL$.

1) ما اسم هذا التفاعل؟ وما مميزاته ؟ .
2) أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل علما صيغة الإستر المستعمل هي: $CH_3 - (CH_2)_4 - COO - C_2H_5$
3) لماذا نعاير باستعمال محلول هيدروكسيد الصوديوم.
4) حدد كميات مادة الخليط النهائي.
5) أنجز جدول التقدم.
6) أحسب نسبة التقدم النهائي.
7) كيف يمكن التوصل الى نفس التوازن بطريقة أسرع.

التمرين(3)

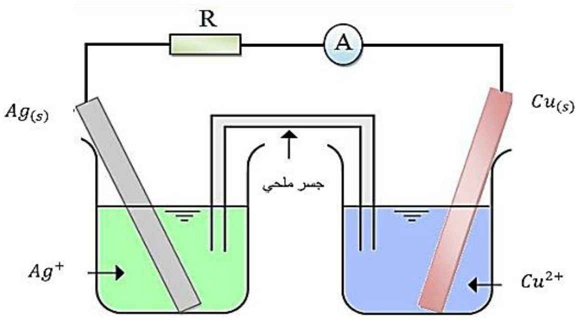
نسخن بالارتداد خليط مكون من $1mol$ من حمض الميثانويك (المركب A) و $1mol$ من البروبانول-2 أول (المركب B) ، نحصل على $53g$ من مركب عضوي C و ذلك عند توقف الجملة عن التطور أي عند التوازن.

1) أكتب معادلة التفاعل المنمذجة لهذا التحول . ثم أعط اسم المركب الناتج .
2) أعط اسم و الصيغة للمجموعة الوظيفية لكل من المركبين A و B .
3) حدد كمية مادة الناتج و التقدم الأعظمي ثم استنتج مردود التفاعل.
4) أعط تركيب الخليط عند التوازن . ثم استنتج قيمة ثابتة التوازن K لهذا التفاعل.
5) عند نفس درجة انطلاقا من خليط يتكون من $1mol$ من الحمض A و $2mol$ من الكحول B .
   أ) ما المردود الذي يمكن الحصول عليه في هذه الحالة ؟
   ب) أعط تركيب الخليط عند التوازن.

نعطي$M(C) = 12\ g/mol$ ، $M(O) = 16\ g/mol$ ، $M(H) = 1\ g/mol$:

التمرين(4)

ننجز عمود نحاس فضة بواسطة جسر ملحي ونصفي عمود. الأول مكون من صفيحة نحاس مغمورة جزئيا في محلول مائي لكبريتات النحاس تركيزه بحيث $[Cu^{2+}] = 0,05\ mo\ell/L$ والثاني مكون من صفيحة الفضة مغمورة في محلول مائي لنترات الفضة بحيث $[Ag^{+}] = 0,02\ mo\ell/L$.



1) تكتب معادلة تفاعل الأكسدة -ارجاع الممكن حدوثه كالتالي:

$$2Ag_{(S)} + Cu^{2+}_{(aq)} \rightleftarrows 2Ag^{+}_{(aq)} + Cu_{(S)}$$

نعطي ثابت التوازن المقرونة بهذا التفاعل $K = 2,6.10^{-16}$.

ما منحى تطور هذه الجملة ؟

2) استنتج التفاعلين الذين يحدثان على مستوى الصفيحتين ، وعين منحى انتقال الالكترونات في العمود.
3) اعط الرمز الاصطلاحي للعمود.
4) علما أن العمود يولد خلال المدة الزمنية $\Delta t = 1,5\ mn$ تيارا شدته $I = 86\ mA$.
أ) ما كمية الكهرباء المتدخلة خلال هذه المدة.
ب) أحسب تغير كمية مادة شوارد النحاسII - وتغير كمية مادة شوارد الفضة خلال هذه المدة.

التمرين(5)

ننجز عمود باستعمال صفيحة فضة وصفيحة زنك ، جسر ملحي لنترات البوتاسيوم $(K^{+}_{(aq)} + NO^{-}_{3(aq)})$ حجم $V = 100mL$ من محلول نترات الفضة $(Ag^{+}_{(aq)} + NO^{-}_{3(aq)})$ تركيزه الابتدائي من شوارد الفضة $[Ag^{+}] = 0,2\ mo\ell/L$. حجم $V = 100mL$ من محلول كبريتات الزنك $(Zn^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)})$ تركيزه الابتدائي من شوارد الزنك $[Zn^{2+}] = 0,2\ mol/L$.

1) نربط القطب « V » لفولط متر بصفيحة الفضة والقطب « com » بصفيحة الزنك ، فيشير الفولطمتر الى توتر موجب. حدد القطب الموجب والقطب السالب للعمود.
2) ارسم مخطط للعمود باستعمال الأمبير متر وناقل أومي عوض الفولطمتر مبينا على المخطط منحى مرور الالكترونات.
3) أكتب معادلات التفاعل التي تحدث عند كل صفيحة ، والمعادلة الاجمالية . استنتج الثنائيات مرجع / مؤكسد المتدخلتين في التفاعل.
4) أعط عبارة كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ علما أن ثابتة التوازن لتفاعل العمود هي $K = 6,8 \times 10^{28}$، تحقق من أن منحى التطور التلقائي للجملة يتوافق من نتيجة السؤال3 .
5) يشتغل العمود بتيار $I = 0,20\ A$ خلال المدة $t = 2h$.
أ) أحسب كمية الكهرباء التي تجتاز الدارة خلال المدة $t = 2h$.
ب) أنجز جدول التقدم لمعادلة التفاعل عند القطب الموجب.
ج) حدد كمية المادة وتركيز شوارد الفضة في المحلول في نهاية مدة الاشتغال.

نعطي: $F = 96500\ C/mo\ell$.

التمرين(6)

نعتبر العمود ذا الرمز الاصطلاحي التالي : $(-)\ Fe_{(s)}/Fe^{2+}_{(aq)}\ //\ Cu^{2+}_{(aq)}/Cu_{(s)}\ (+)$

صفيحة النحاس $Cu_{(s)}$ مغمورة في الحجم $V_1 = 200mL$ من محلول $\left(Cu^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}\right)$ و صفيحة الحديد $Fe_{(s)}$ مغمورة في الحجم $V_2 = 200mL$ من محلول $\left(Fe^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}\right)$

$[Fe^{2+}_{(aq)}] = [Cu^{2+}_{(aq)}] = 1mol/L$. وجسر ملحي يحتوي على محلول $\left(K^{+}_{(aq)} + NO^{-}_{3(aq)}\right)$.

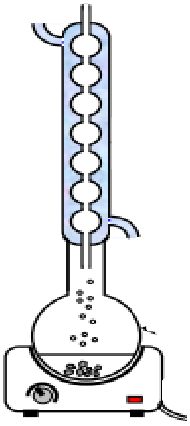
1) مثل العمود مع تسمية مكوناته .
2) أكتب المعادلة النصفية عند كل صفيحة .
3) أكتب معادلة التفاعل الحاصل .
4) أنشيئ جدول تقدم التفاعل الحاصل .
5) قيمة ثابت التوازن للتفاعل الحاصل هي : $K = 10^{38}$.
   أ) أحسب قيمة τ النسبة النهائية للتقدم للتفاعل .
   ب) ماذا تستنتج بخصوص هذا التفاعل .
6) نشغل هذا العمود في دارة تحتوي على أمبير متر ، وناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$. الأمبير متر يشير الى القيمة $I = 5mA$. علما أن المقاومة الداخلية للعمود هي $r = 56\Omega$.
   أ) أحسب E القوة المحركة للعمود .
   ب) حدد Q_{max} كمية الكهرباء العظمى التي يمكن للعمود أن يقدمها .
   ج) استنتج Δt_{max} مدة اشتغال العمود .

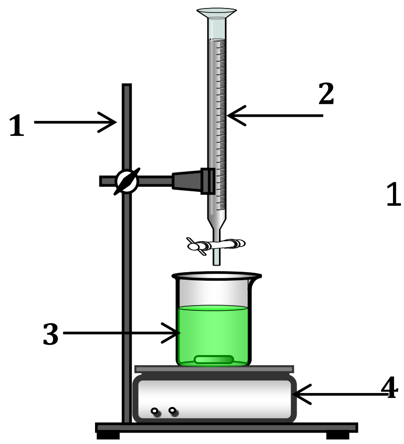
نعطي : $F = 96500C/mol$.

<u>التمرين (7)</u>

I. ننمذج التحول الكيميائي الذي يحدث بين حمض البروبانيوك $C_2H_5COOH_{(l)}$ و الإيثانول $C_2H_5OH_{(l)}$ بمعادلة التفاعل التالي : $C_2H_5COOH_{(l)} + C_2H_5OH_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + H_2O_{(l)}$

لدراسة التحول السابق نضع في دورق خليط يتكون من $n_0 = 0,02\ mol$ من الحمض و $n_0 = 0,02\ mol$ من الكحول في وجود حمض الكبريتيك المركز و نستعمل تركيب التسخين بالارتداد . بعد مدة زمنية من التسخين و بعد وصول حالة التوازن نعاير كمية الحمض المتبقي من التفاعل بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^{+}_{(aq)}(aq) + OH^{-}_{(aq)}\right)$ تركيزه $C_b = 0,33\ \mathrm{mol/\ L}$ في وجود كاشف ملون مناسب الفينول فتاليين فنلاحظ تغير لون الخليط عند إضافة الحجم $V_{bE} = 20\ mL$.





الشكل-1

1) أكتب الصيغة نصف المنشورة للمركب الناتج و أعط اسمه.
2) ما هو دور كل حمض الكبريتيك والتسخين بالارتداد

3) ما نوع هذه المعايرة ؟ أكتب أسماء العناصر المشار إليها بأسهم في الشكل1
4) مثل جدول التقدم لتفاعل المعايرة ثم أكتب عبارة كمية مادة الحمض المتبقي بدلالة C_b و الحجم V_{bE} .
5) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل بين حمض البروبانيوك و الإيثانول .
6) أكتب عبارة التقدم x_f عند التوازن بدلالة C_b و الحجم V_{bE} ثم أحسب قيمته.
7) أحسب مردود التفاعل . ماذا تستنتج؟

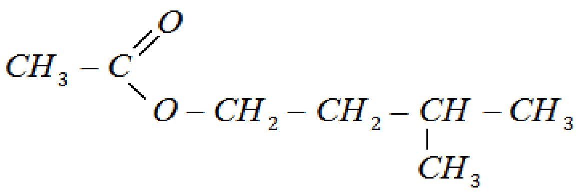
II. عند درجة حرارة $25°C$ نمزج خليطا يتكون من المركب الناتج عن التحول السابق $C_2H_5COOC_2H_{5(l)}$ كمية مادته $n_0 = 1\ mmol$ و هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^+_{(aq)}(aq) + OH^-_{(aq)}\right)$ تركيزه $C_0 = 0,01\ mol/\ L$ وحجمه $V_0 = 100\ mL$ نعتبر أن حجم الخليط التفاعلي ثابت ويساوي $V_T = V_0 = 100\ mL$ ننمذج التحول الكيميائي بتفاعل تام معادلته: $C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + OH^-_{(aq)} \rightarrow C_2H_5COO^- + C_2H_5OH_{(l)}$.

1) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل .
2) أثبت أن الناقلية النوعية للمحلول تكتب على الشكل : $\sigma = 25.10^{-2} - 164\ x$ حيث يعبر عن σ ب S/m .
3) أحسب قيمة σ_0 الناقلية النوعية للخليط عند اللحظة $t = 0$ و σ_f الناقلية النوعية للخليط عند نهاية التفاعل.
4) كيف تتغير الناقلية النوعية للوسط التفاعلي مع مرور الزمن؟ علل جوابك.

نعطي : $\lambda_{Na^+} = 5,00\ mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{OH^-} = 20mS.m^2/mol$ ، $\lambda_{C_2H_5COO^-} = 3,60\ mS.m2.mol$.

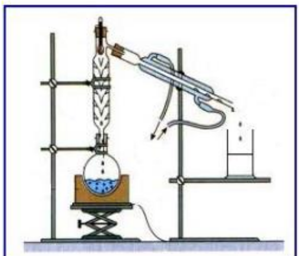
التمرين(8)

يحتوي العديد من الفواكه على إسترات ذات نكهة متميزة ، فمثلا نكهة الموز تعزى إلى أسيتات الإيزوأميل ، وهو إستر ذو ا لصيغة نصف المنشورة التالية:

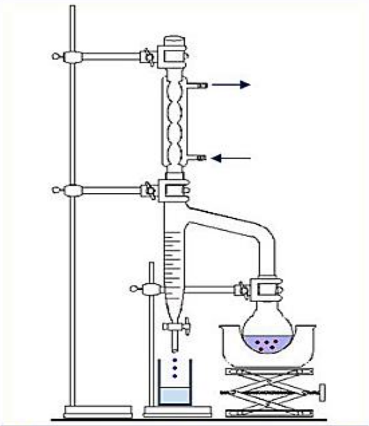


نحصل على $m = 104g$ من استر (E) مصنع مماثل للاستر الطبيعي المستخرج من الإجاص بواسطة التسخين بالارتداد لخليط مكون من $1,2\ mol$ من حمض كربوكسيلي(A) و $1,2\ mol$ من كحول (B) اسمه 3- مثيل بوتان 1 – –أول ، بوجود حمض الكبريتيك المركز.

1) باعتماد طريقة تسمية الإسترات ، اعط إسما آخر لأسيتات الإيزوأميل.
2) عين الصيغة نصف المنشورة لكل من الحمض(A) والكحول (B) محددا صنف هذا الأخير ،
3) أكتب معادلة تفاعل هذه الأسترة .
4) اعتمادا على جدول التقدم لتفاعل الأسترة ، أوجد:
   أ- التقدم النهائي للتفاعل.
   ب- ثابتة التوازن K لتفاعل هذه الأسترة.
   ج- المردود r لهذا التفاعل.
5) فيما يلي بعض الإقتراحات لتحسين مردود التفاعل:
   أ- إنجاز التحول نفسه ، انطلاقا من خليط مكون من $1,2\ mol$ من الحمض الإيثانويك (A) و $2,4\ mol$ من الكحول (B) .
   ب- إضافة حمض الكبريتيك المركز.


شكل 1 : عملية تقطير الإستر

ج-   إنجاز التجربة الممثلة في الشكل (1) أسفله.
د-   إنجاز التجربة الممثلة في الشكل (2) أسفله.
حدد معللا جوابك كل اقتراح صحيح من بين الإقتراحات السابقة.


شكل 2 : جهاز دين ستارك (Dean stark) يمكن من إزالة الماء

6) ما هو المردود r' الذي يمكن الحصول عليه باعتماد الإقتراح (أ) في الإقتراحات السابقة ؟
7) يتفاعل أسيتات البروبيل مع محلول الصودا $(Na^+ + OH^-)$.
أ-   ما اسم هذا التفاعل ؟ وما هي مميزاته ؟
ب-   أكتب معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة ، محددا أسماء المتفاعلات والنواتج
معطيات: $M(H) = 1\ g/mol$

$$M(O) = 16\ g/mol \quad M(C) = 12\ g/mol$$

<u>التمرين (9)</u>

<u>يعطى</u> : $pKa\ (CH_3COOH\ /\ CH_3COO^-) = 4{,}8$ ، $Ke = 10^{-14}$ ، $M(B) = 88g/moL$ ، $M(CH_3COOH) = 60g/moL$

I **- تفاعل حمض الايثانويك مع الماء .**

محلول (S_A) لحمض الإيثانويك CH_3COOH تركيزه المولي C_A ، قيمة الـ pH لهذا المحلول عند 25^0C هي $pH = 3{,}4$

1 - أكتب معادلة انحلال حمض الإيثانويك في الماء .

2 - أعط عبارة ثابت الحموضة K_A للثنائية (CH_3COOH / CH_3COO^-) .

3 - مثل جدول تقدم التفاعل .

4 - بين أن نسبة التقدم النهائي τ_f للتفاعل تكتب على الشكل التالي : $\tau_f = \dfrac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$.

5 - أحسب قيمة τ_f واستنتج التركيز المولي C_A للمحلول (S_A).

II **- تحديد تركيز المحلول (S_A) عن طريق المعايرة .**

نأخذ حجما $V_A = 10mL$ من المحلول (S_A) ونعايره بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي $C_b = 10^{-2} moL/L$ ، نحصل على التكافؤ حمض - أساس عند إضافة حجم $V_{bE} = 10mL$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم .

1 - أكتب معادلة تفاعل المعايرة .

2 - استنتج التركيز المولي C_A وهل يتوافق مع النتيجة السابقة .

3 - أحسب ثابت توازن تفاعل المعايرة . ماذا تستنتج ؟

III **- تفاعل الحمض مع كحول:**

نفاعل $12g$ من حمض الإيثانويك CH_3COOH مع $17{,}6g$ من المركب (A) (3- مثيل بوتان -1- ول) لمدة ساعة مع التسخين وإضافة قطرات من حمض الكبريت المركز .

1 - أكتب الصيغة النصف المفصلة للمركب (A) والمركب (B) الناتج مع تحديد اسمه.

2 - أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الحادث مستخدما الصيغ نصف المفصلة .

3 - ما الغرض من تسخين المزيج و إضافة حمض الكبريت ؟ هل يؤثر ذلك على مردود التفاعل .

4 - أوجد التركيب المولي للمزيج عند بلوغ حالة التوازن .

5 - أوجد ثابت التوازن K لهذا التفاعل .

6 - نمزج الآن $0{,}2\ moL$ من المركب (A) مع $0{,}5\ moL$ من حمض الإيثانويك و $1 moL$ من المركب (B) و $1\ moL$ من الماء.

- في أية جهة تتطور الجملة الكيميائية ؟ علل إجابتك

التمرين(10)

خلال تفاعل الأستره وإماهة الأستر بين $1,0\ mol$ من حمض الإيثانويك و $1,0\ mol$ من الإيثانول يكون مردود التفاعل هو 67% .

1) أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل .أذكر خصائص هذا التفاعل .
2) أوجد تركيب الخليط في الحالة النهائية .
3) أحسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل .
4) نضيف للمزيج السابق وهو في حالته النهائية $1,0\ mol$ من حمض الإيثانويك .
- حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية)

التمرين(11)

خلال تفاعل الأستره وإماهة الأستر بين $0,2\ mol$ من حمض البيوتانويك و $0,2\ mol$ من 2– مثيل بروبان-1-أول نجد ان كتلة الأستر الناتج $19,3\ g$.

1) أكتب المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل وسمّ المركب العضوي (الأستر) الناتج .
2) إستنتج مردود التفاعل ثم حدد صنف الكحول .
3) أحسب ثابت التوازن K لهذ ا التفاعل .
4) ما هو الوسيط الذي يمكن استعماله لتسريع التفاعل . هل الوسيط يرفع من مردود التفاعل
5) ما هو العوامل التي ترفع من مردود التفاعل. هل يمكن أن يكون التفاعل تاما كيف .
6) نضيف للمزيج السابق وهو في حالته النهائية $0,2\ mol$ من الماء .
- حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية) .

الحلول

التمرين(1)

1) معادلة التفاعل.

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH+CH_3-COOH \rightleftarrows CH_3-COO-CH_2-CH_2-CH_2-CH3+H_2O$$

2) ما اسم هذا التفاعل؟ وما مميزاته ؟ .

تفاعل الأسترة : محدود ، بطيء ولا حراري.

دور التسخين هو تسريع التفاعل ، و دور التسخين بالإرتداد هو الحفاظ على كميات مادة المتفاعلات والنواتج.

3) كمية مادة كل من الحمض والكحول في الحالة الابتدائية وأنجز جدول التقدم.

$$n_i(acide)=\frac{m}{M(CH_3COOH)}=\frac{33}{60}=0,55\ mol .$$

$$n_i(alcool)=\frac{m}{M(C_4H_9OH)}=0,5\ mol .$$

جدول التقدم :

$C_4H_9OH\ +\ CH_3COOH\ \rightleftarrows\ CH_3COOC_4H_9\ +\ H_2O$	

$t=0$	0,5	0,55	0	0
t	$0,5-x$	$0,55-x$	x	x
t_f	$0,5-x_f$	$0,55-x_f$	x_f	x_f

4) نحصل عند نهاية التفاعل على $40,6g$ من الإستر أوجد كمية مادة الإستر المتكون استنتج مردود التفاعل .

$$n(ester)=\frac{m}{M(C_6H_{12}O_2)}=\frac{40,6}{116}=0,35\,mol \ .$$

$$r=\frac{x_f}{x_{max}}\times 100=\frac{0,35}{0,5}\times 100=70\% \ .$$

5) تركيب الخليط عند نهاية التسخين و أحسب ثابت التوازن K .

$$n_f(acide)=0,55-0,35=0,20\,mol$$

$$n_f(alcool)=0,50-0,35=0,15\,mol$$

$$n_f(ester)=n_f(eau)=0,35mol$$

حساب ثابت التوازن:

$$K=\frac{n_f(ester)\times n_f(eau)}{n_f(alcool)\times n_f(acide)}=\frac{0,35\times 0,35}{0,2\times 0,15}=4$$

التمرين(2)

1) ما اسم هذا التفاعل؟ وما مميزاته ؟ .

اسم التفاعل : إماهة الإستر.

2) المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل.

$$CH_3-(CH_2)_4-COO-C_2H_5+H_2O \rightleftarrows CH_3-(CH_2)_4-COOH+C_2H_5-OH$$

3) لماذا نعاير باستعمال محلول هيدروكسيد الصوديوم.

نعاير حمض الهيكسانويك باستعمال محلول هيدروكسيد الصوديوم لتحديد كمية مادة الحمض الناتجة عن التفاعل.

4) حدد كميات مادة الخليط النهائي.

نحدد n_A كمية مادة الحمض المتكونة:

علاقة التكافؤ: $C_a.V=C'.V_E$

$$C_a=\frac{C'.V_E}{V}=\frac{2\times 16,7}{10}=3,34\,mol/L \ .$$

كمية مادة الحمض n_A الموجودة في الحجم الكلي:

$. n_A = C_a \times V_T = 3{,}34 \times 0{,}1 = 0{,}334\, mol$

$. n_{al} = 0{,}334\, mol$

$. n_{est} = 0{,}5 - 0{,}334 = 0{,}166\, mol$

$. n_{eau} = n_{est} = 0{,}166\, mol$

5) أنجز جدول التقدم.

	$ester$	$+ \quad eau$	$\rightleftarrows \quad acide$	$+ \quad alcool$
$t = 0$	$0{,}5$	$0{,}5$	0	0
t	$0{,}5 - x$	$0{,}5 - x$	x	x
t_f	$0{,}5 - x_f$	$0{,}5 - x_f$	x_f	x_f

6) أحسب نسبة التقدم النهائي.

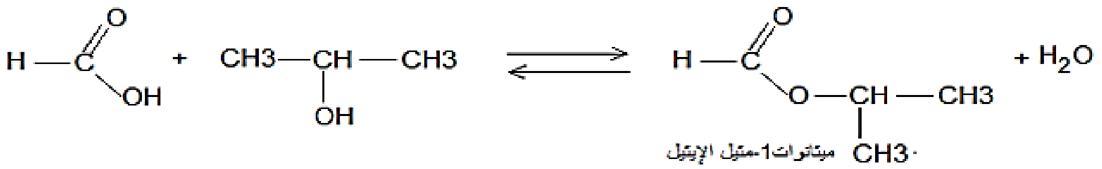
$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{0{,}334}{0{,}5} = 0{,}67$$

7) كيف يمكن التوصل الى نفس التوازن بطريقة أسرع.

يمكن تسريع التفاعل بإضافة وسيط (كحمض الكبريتيك مثلا) دون أن يؤثر على الحالة النهائية للتفاعل.

التمرين(3)

معادلة التفاعل و اسم الناتج:



الاسم والصيغة للمجموعة الوظيفية للمركبين A و B .

المركب	A	B
المجموعة الوظيفية	$-COOH$	$-OH$
اسم المجموعة الوظيفية	مجموعة الكربوكسيل	مجموعة الهيدروكسيل

كمية مادة الناتج C .

$$n(C) = \frac{m}{M(C)} = \frac{m}{M(C_4H_8O_2)} = \frac{53}{12\times 4 + 8\times 1 + 2\times 16} = 0,6\,mol$$

جدول تقدم التفاعل

	A +	B ⇄	C +	H_2O
الجالة الابتدائية	1	1	0	0
الحالة الانتقالية	$1-x$	$1-x$	x	x
الحالة النهائية	$1-x_{eq}$	$1-x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

التقدم الأعظمي : $x_{max} = 1mol$

مردود التفاعل: $r = \frac{0,6}{1} = 0,6 = 60\%$

الكحول المستعمل ثانوي

تركيب الخليط عند التوازن:

الحمض (A)	الكحول (B)	الإستر (C)	الماء (H_2O)
$1-x_{eq} = 0,4\,mol$	$1-x_{eq} = 0,4\,mol$	$x_{eq} = 0,6\,mol$	$x_{eq} = 0,6\,mol$

عبارة ثابت التوازن K .

$$K = \frac{[C]_{eq}.[H_2O]_{eq}}{[A]_{eq}.[B]_{eq}} = \frac{\frac{n_C}{V}.\frac{n_{H_2O}}{V}}{\frac{n_A}{V}.\frac{n_B}{V}} = \frac{n_C.n_{H_2O}}{n_A.n_B} \Rightarrow K = \frac{(0,6)^2}{(0,4)^2} \Rightarrow K = 2,25$$

المردود الجديد:

	A +	B ⇄	C +	H_2O
الجالة الابتدائية	1	1	0	0
الحالة الانتقالية	$1-x$	$2-x$	x	x
الحالة النهائية	$1-x_{eq}$	$2-x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

التقدم الأعظمي : $x_{max} = 1mol$

$$K=\frac{[C]_{eq}.[H_2O]_{eq}}{[A]_{eq}.[B]_{eq}}=\frac{\frac{n_C}{V}.\frac{n_{H_2O}}{V}}{\frac{n_A}{V}.\frac{n_B}{V}}=\frac{n_C.n_{H_2O}}{n_A.n_B}=\frac{x_{eq}^2}{(1-x_{eq}).(2-x_{eq})}=2{,}25$$

$$x_{eq}^2=2{,}25.(1-x_{eq}).(2-x_{eq}) \Rightarrow 1{,}25x_{eq}^2-6{,}75x_{eq}+4{,}5=0$$

$$x_{eq}=\frac{6{,}75-\sqrt{6{,}75^2-4\times1{,}25\times4{,}5}}{2\times1{,}25}=0{,}78\ mol$$

$$x'_{eq}=\frac{6{,}75+\sqrt{6{,}75^2-4\times1{,}25\times4{,}5}}{2\times1{,}25}=4{,}6\ mol$$

الحل المناسب هو $x_{eq}=0{,}78\ mol$ ومردود التفاعل هو :

$$\frac{0{,}78}{1}=0{,}78 \Rightarrow r=78\%$$

نلاحظ ان مردود التفاعل يتزايد نستنتج ان المردود يتحسن اذا استعملنا مزيج غير متساوي المولات .

تركيب الخليط عند التوازن:

الماء H_2O	الإستر (C)	الكحول (B)	الحمض (A)
$0{,}78mol$	$0{,}78mol$	$1{,}22mol$	$0{,}22mol$

<u>التمرين(4)</u>

1) ما منحى تطور هذه الجملة ؟

نحدد كسر التفاعل في الحالة الابتدائية:

$$Q_{r,i}=\frac{[Ag^+]_i^2}{[Cu^{2+}]_i}=\frac{(0{,}02)^2}{0{,}05}=2\times10^{-3}\ .$$

نلاحظ أن $Q_{r,i}>K$ إذن المجموعة تتطور تلقائيا في المنحى المعاكس(غير المباشر)أي منحى تكون $Ag_{(S)}$ و Cu^{2+} وفق المعادلة التالية $2Ag^+_{(aq)}+Cu_{(S)}\rightarrow 2Ag_{(S)}+Cu^{2+}_{(aq)}$.

2) استنتج التفاعلين الذين يحدثان على مستوى الصفيحتين ، وعين منحى انتقال الالكترونات في العمود.

بجوار صفيحة النحاس يحدث أكسدة: $Cu_{(S)}=Cu^{2+}_{(aq)}+2e^-$.

بجوار صفيحة الفضة يحدث ارجاع : $Ag^+_{(aq)}+e^-=Ag_{(S)}$.

يمر التيار الكهربائي عبر الدارة الخارجية من صفيحة الفضة(القطب الموجب)الى صفيحة النحاس(القطب السالب) والالكترونات في المنحى المعاكس أي من صفيحة النحاس الى صفيحة الفضة.

3) اعط الرمز الاصطلاحي للعمود.

$$(-)\ Cu_{(S)}/Cu^{2+}_{(aq)}//Ag^+_{(aq)}/Ag_{(S)}\ (+)\ .$$

4) علما أن العمود يولد خلال المدة الزمنية $\Delta t = 1,5\ mn$ تيارا شدته $I = 86\ mA$.

أ) ما كمية الكهرباء المتدخلة خلال هذه المدة.

$$Q = I.\Delta t = 86.10^{-3} \times 1,5 \times 60 = 7,74C$$

ب) أحسب تغير كمية مادة شوارد النحاس II - وتغير كمية مادة شوارد الفضة خلال هذه المدة.

ننجز جدول التقدم.

	$2Ag^+_{(aq)}$	$+\ Cu_{(S)}$	$\rightarrow\ 2Ag_{(S)}$	$+\ Cu^{2+}_{(aq)}$
$t=0$	$n_i(Ag^+)$	$n_i(Cu)$	$n_i(Ag)$	$n_i(Cu^{2+})$
t	$n_i(Ag^+)-2x$	$n_i(Cu)-x$	$n_i(Ag)+2x$	$n_i(Cu^{2+})+x$
t_f	$n_i(Ag^+)-2x_f$	$n_i(Cu)-x_f$	$n_i(Ag)+2x_f$	$n_i(Cu^{2+})+x_f$

من خلال جدول التقدم يتضح أن:

كمية مادة أيون $Ag^+_{(aq)}$ تتناقص نكتب: $\Delta n(Ag^+) = n_f - n_i = -2x$.

وكمية مادة أيون Cu^{2+} تتزايد نكتب : $\Delta n(Cu^{2+}) = n_f - n_i = x$

وكمية مادة الإلكترونات $n(e^-) = 2x$

$$n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I\Delta t}{F}\ x = \frac{I\Delta t}{2F}$$

$$\Delta n(Ag^+) = -2 \times \frac{Q}{2F} = -8 \times 10^{-4} mol .$$

$$\Delta n(Cu^{2+}) = \frac{Q}{2F} = 4 \times 10^{-4} mol .$$

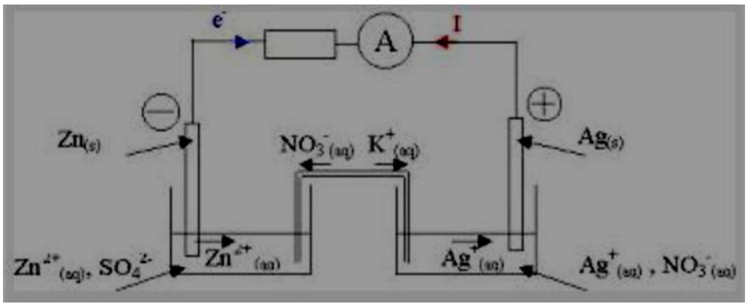
التمرين(5)

1) نربط القطب « V » لفولط متر بصفيحة الفضة والقطب « com » بصفيحة الزنك ، فيشير الفولطمتر الى توتر موجب. حدد القطب الموجب والقطب السالب للعمود.

القطب الموجب هو المرتبط بالقطب « V » - للفولطمتر ويتعلق الأمر بصفيحة الفضة.

القطب السالب هو المرتبط بالقطب com . للفولطمتر أي صفيحة الزنك.

2) ارسم مخطط للعمود باستعمال الأمبير متر وناقل أومي عوض الفولطمتر مبينا على المخطط منحى مرور الالكترونات.



3) أكتب معادلات التفاعل التي تحدث عند كل صفيحة ، والمعادلة الاجمالية . استنتج الثنائيات مرجع / مؤكسد المتدخلتين في التفاعل.

عند القطب الموجب يحدث ارجاع : $Ag^{+}_{(aq)} + e^{-} = Ag_{(s)}$

عند القطب السالب تحدث أكسدة : $Zn_{(s)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2e^{-}$.

المعادلة الاجمالية : $Zn_{(s)} + 2Ag^{+}_{(aq)} = Zn^{2+}_{(aq)} + 2Ag_{(s)}$.

الثنائيات مرجع / مؤكسد المتدخلتين في التفاعل.

$Ag^{+}_{(aq)}/Ag_{(s)}$ و $Zn^{2+}_{(aq)}/Zn_{(s)}$.

4) أعط عبارة كسر التفاعل الابتدائي $Q_{r,i}$ علما أن ثابتة التوازن لتفاعل العمود هي $K = 6{,}8 \times 10^{28}$، تحقق من أن منحى التطور التلقائي للجملة يتوافق من نتيجة السؤال3 .

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}_{(aq)}]_i}{[Ag^{+}]_i^2} = \frac{0{,}2}{(0{,}2)^2} = 5 .$$

نلاحظ أن كسر التفاعل صغير جدا مقارنة مع الثابت K وبالتالي تتطور الجملة تلقائيا في المنحى المباشر وهذا يتوافق من نتيجة السؤال3 .

5) يشتغل العمود بتيار $I = 0{,}20\ A$ خلال المدة $t = 2h$.

أ) أحسب كمية الكهرباء التي تجتاز الدارة خلال المدة $t = 2h$.

$Q = I.t = 0{,}20 \times 2 \times 3600 = 1440C$.

ب) أنجز جدول التقدم لمعادلة التفاعل عند القطب الموجب.

	$Ag^{+}_{(aq)}$	$+\ e^{-}$	$=\ Ag_{(s)}$
	$n_i(Ag^{+})$	0	$n_i(Ag)$
	$n_i(Ag^{+}) - 2x$	$2x$	$n_i(Ag) + 2x$

ج) حدد كمية المادة وتركيز شوارد الفضة في المحلول في نهاية مدة الاشتغال.

$$n(e^{-}) = 2x$$

$$n(e^{-}) = \frac{Q}{F}$$

$$x = \frac{Q}{2F}$$

$$n(Ag^{+}) = [Ag^{+}]_i V - 2x = [Ag^{+}]_i V - 2\frac{Q}{2F}$$

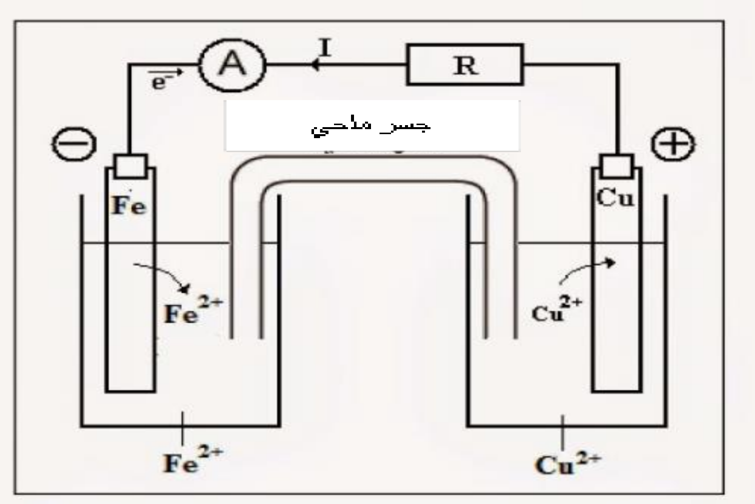
$$n(Ag^{+}) = [Ag^{+}]_i V - \frac{Q}{F}$$

$$n(Ag^{+}) = 0{,}20 \times 100 \times 10^{-3} - \frac{1440}{96500} = 5 \times 10^{-3} mol .$$

. $[Ag^+] = \frac{n(Ag^+)}{V} = 5 \times 10^{-2} mo\ell/L$

التمرين(6)

تمثيل العمود



المعادلة النصفية عند كل صفيحة .

عند المصعد : $Fe_{(s)} = Fe^{2+}_{(aq)} + 2e^-$

عند المهبط : $Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^- = Cu_{(s)}$.

معادلة التفاعل الحاصل .

. $Fe_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} = Fe^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$

جدول تقدم التفاعل الحاصل .

	$Cu^{2+}_{(aq)}$ +	$Fe_{(s)}$ →	$Cu_{(s)}$ +	$Fe^{2+}_{(aq)}$
تقدم التفاعل	كميـــــــات المادة (mol)			
0	0,2	$n_i(Fe)$	$n_i(Cu)$	0,2
x	0,2 - x	$n_i(Fe)$ - x	$n_i(Cu)$ + x	0,2 + x
x_m	0,2 - x_m	$n_i(Fe) - x_m$	$n_i(Cu) + x_m$	0,2 + x_m

مع: Fe و Cu بوفرة و $n_i(Fe^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) = [Fe^{2+}_{(aq)}]_i V = [Cu^{2+}_{(aq)}]_i V = 0,2mol$

حساب قيمة τ النسبة النهائية للتقدم للتفاعل .

نعلم أن: $K = \frac{[Fe^{2+}_{(aq)}]_{éq}}{[Cu^{2+}_{(aq)}]_{éq}} = \frac{0,2 + x_{éq}}{0,2 - x_{éq}}$ وحيث: $x_{éq} = \tau.x_m = 0,2\tau$

لأن: $x_m = n_i(Fe^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) = [Fe^{2+}_{(aq)}]_i V = [Cu^{2+}_{(aq)}]_i V = 0,2mol$

ومنه: $K = \frac{[Fe^{2+}_{(aq)}]_{éq}}{[Cu^{2+}_{(aq)}]_{éq}} = \frac{0,2 + 0,2\tau}{0,2 - 0,2\tau}$ حسابيا: $\tau = \frac{K-1}{K+1} \approx 1$

نستنتج أن التفاعل تام .

حساب E القوة المحركة للعمود .

$E = (R+r)I = 0{,}78V$

تحديد Q_{max} كمية الكهرباء العظمى التي يمكن للعمود أن يقدمها .

$Q_{max} = 2x_m F = 2 \times 0{,}2 \times 96500 = 3{,}86.10^4 C$

استنتاج Δt_{max} مدة اشتغال العمود .

$\Delta t_{max} = \frac{Q_{max}}{I} = \frac{3{,}86.10^4}{5.10^{-3}} = 7{,}72.10^6 s$

التمرين (7)

i. ننمذج التحول الكيميائي الذي يحدث بين حمض البروبانيوك $C_2H_5COOH_{(l)}$ و الإيثانول $C_2H_5OH_{(l)}$ بمعادلة التفاعل التالي : $C_2H_5COOH_{(l)} + C_2H_5OH_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + H_2O_{(l)}$

1) أكتب الصيغة نصف المنشورة للمركب الناتج و أعط اسمه.

إسم الإستر هو بروبانوات الإثيل

$$CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{\displaystyle O}{//}}{C} - O - CH_2 - CH_3$$

2) ما هو دور كل حمض الكبريتيك والتسخين بالارتداد.

دور حمض الكيبريتيك: هو تسريع التفاعل.

دور التسخين بالإرتداد: هو تسريع التفاعل و الحيلولة دون ضياع كمية مادة الانواع الكيميائية(بتكثيف أبخرتها وإرجاعها للوسط التفاعلي.)

3) ما نوع هذه المعايرة ؟ أكتب أسماء العناصر المشار إليها بأسهم في الشكل1

المعايرة اللونية .

كتابة أسماء العناصر المشار إليها بأسهم في الشكل1 .

1-حامل ، 2- سحاحة ، 3- كأس ، 4-محراك مغنطيسي

4) مثل جدول التقدم لتفاعل المعايرة ثم أكتب عبارة كمية مادة الحمض المتبقي بدلالة C_b و الحجم V_{bE} .

$C_2H_5COOH_{(l)} + OH^-_{(aq)} = C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

	$C_2H_5COOH_{(l)}$ +	$OH^-_{(aq)}$ =	$C_2H_5COO^-_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$
$t=0$	n_a	C_bV_b	0	بوفرة
عند التكافؤ	$n_a - x_E$	$C_bV_{bE} - x_E$	x_E	بوفرة

عند التكافؤ يكون الخليط ستوكيوميتري أي : $C_bV_{bE} - x_E = 0$ و $n_a - x_E = 0$.

. $n_a = C_bV_{bE}$

5) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل بين حمض البروبانيوك و الإيثانول .

	$C_2H_5COOH_{(l)} + C_2H_5OH_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5COOC_2H_{5(l)} + H_2O_{(l)}$

$t=0$	$0,02$	$0,02$	0	0
t	$0,02-x$	$0,02-x$	x	x
t_f	$0,02-x_f$	$0,02-x_f$	x_f	x_f

6) أكتب عبارة التقدم x_f عند التوازن بدلالة C_b و الحجم V_{bE} ثم أحسب قيمته.

$n_a = C_b V_{bE}$.

$n_a = 0,02 - x_f$.

$C_b V_{bE} = 0,02 - x_f$.

$x_f = 0,02 - C_b V_{bE}$.

$x_f = 0,02 - 0,33 \times 20 \times 10^{-3} = 1,34 \times 10^{-2}\, mol$.

7) أحسب مردود التفاعل . ماذا تستنتج؟.

$r = \frac{x_f}{x_m} \times 100 = \frac{1,34\times10^{-2}}{0,02} \times 100 = 67\%$.

و بالتالي تفاعل الأسترة غير تام .

ii. عند درجة حرارة 25°C نمزج خليطا يتكون من المركب الناتج عن التحول السابق $C_2H_5COOC_2H_{5(l)}$ كمية مادته $n_0 = 1\, mmol$ و هيدروكسيد الصوديوم $\left(Na^+_{(aq)}(aq) + OH^-_{(aq)}\right)$ تركيزه $C_0 = 0,01\, mol/L$ وحجمه $V_0 = 100\, mL$ نعتبر أن حجم الخليط التفاعلي ثابت ويساوي $V_T = V_0 = 100\, mL$.

1) أنشئ جدول التقدم للتفاعل الحاصل .

	$C_2H_5COOC_2H_{5(l)}$ +	$OH^-_{(aq)}$ →	$C_2H_5COO^-$ +	$C_2H_5OH_{(l)}$
$t=0$	$0,001$	$0,001$	0	0
t	$0,001-x$	$0,001-x$	x	x
t_f	$0,001-x_f$	$0,001-x_f$	x_f	x_f

2) أثبت أن الناقلية النوعية للمحلول تكتب على الشكل : $\sigma = 25.10^{-2} - 164\, x$ حيث يعبر عن σ ب S/m .

$$\sigma = \lambda_{Na^+}.[Na^+] + \lambda_{OH^-}.[OH^-] + \lambda_{C_2H_5COO^-}.[C_2H_5COO^-]$$

$$V_T = V_0 = 100 \times 10^{-6} = 10^{-4} m^3$$

$$[Na^+] = 10\, mol/m^3$$

$$[OH^-] = \frac{0,001 - x}{10^{-4}}$$

$[C_2H_5COO^-] = \frac{x}{10^{-4}}$

نجد $\sigma = 25.10^{-2} - 164\,x$.

3) أحسب قيمة σ_0 الناقلية النوعية للخليط عند اللحظة $t = 0$ و σ_f الناقلية النوعية للخليط عند نهاية التفاعل.

$\sigma_0 = 25.10^{-2} - 164 \times 0 = 25 \times 10^{-2}\ S/m$

بما ان التفاعل تام فإن $x_f = x_{max} = 1mmol$.

$\sigma_f = 25.10^{-2} - 164\,x_f = 8{,}6 \times 10^{-2}\ S/m$

4) كيف تتغير الناقلية النوعية للوسط التفاعلي مع مرور الزمن؟ علل جوابك.

تتناقصالناقلية مع مرور الزمن .

التفسير : خلال التفاعل يبقى تركيز شوارد الصوديوم Na^+ ثابتا بينما يتناقص تركيز شوارد الهيدروكسيدOH^-

في حين يتزايد تركيز شوارد البروبانوات $C_2H_5COO^-$ بما أن $\lambda_{C_2H_5COO^-} < \lambda_{OH^-}$ فإن ناقلية الوسط التفاعلي تتناقص خلال التفاعل.

التمرين(8)

1) باعتماد طريقة تسمية الإسترات ، اعط إسما آخر لأسيتات الإيزوأميل.

إيثانوات -3 مثيل البوتيل.

2) عين الصيغة نصف المنشورة لكل من الحمض(A) والكحول (B) محددا صنف هذا الأخير.

الصيغة نصف المنشورة للحمض الكربوكسيلي (A) :

$$CH_3 - \overset{\overset{O}{/\!/}}{C} - OH$$

الصيغة نصف المنشورة للكحول (B) :

$$HO - CH_2 - CH_2 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{CH} - CH_3$$

كحول أولــي

3) أكتب معادلة تفاعل هذه الأسترة .

$CH_3COOH + C_5H_{11}OH = CH_3COOC_5H_{11} + H_2O$.

4) اعتمادا على جدول التقدم لتفاعل الأسترة ، أوجد:

	$CH_3COOH + C_5H_{11}OH = CH_3COOC_5H_{11} + H_2O$.			
$t = 0$	1,2	1,2	0	0
t	$1{,}2 - x$	$1{,}2 - x$	x	x
t_f	$1{,}2 - x_f$	$1{,}2 - x_f$	x_f	x_f

$. x_f = n(E) = \frac{m}{M} = \frac{104}{131} = 0{,}8mol$

ثابتة التوازن K لتفاعل هذه الأسترة.

$. K = \frac{n_{ester} \times n_{eau}}{n_{acide} \times n_{alcool}} = \frac{(0{,}8)^2}{(0{,}4)^2} = 4$

المردود r لهذا التفاعل.

$. r = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{0{,}8}{1{,}2} = 67\%$

5) فيما يلي بعض الإقتراحات لتحسين مردود التفاعل:

الإقتراحات الصحيحة لتحسين مردود التفاعل هي:

استعمال الكحول متفاعل بوفرة.

إزالة أحد النواتج : تمكن عملية تقطير الإستر من إزالته من الخليط أثناء تكونه.

إزالة أحد النواتج : يمكن جهاز دين ستارك من إزالة الماء أثناء تكونه ، وبالتالي تفادي اماهة الإستر المتكون

6) ما هو المردود r' الذي يمكن الحصول عليه باعتماد الإقتراح (أ) في الإقتراحات السابقة ؟

$$. K = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{\left(\frac{1{,}2-x_f}{V}\right)\left(\frac{2{,}4-x_f}{V}\right)} = 4$$

$$. x_f^2 = 4\left(2{,}88 - 3{,}6x_f + x_f^2\right)$$

$$. 3x_f^2 - 14{,}4x_f + 11{,}52 = 0$$

نجد $x_f = 1mol$ و $x_f = 3{,}78mol$ ومنه $x_f = 1mol$ لأن $x_f < 1{,}2mol$.

$$\boldsymbol{. r' = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{1}{1{,}2} \times 100 = 83\%}$$

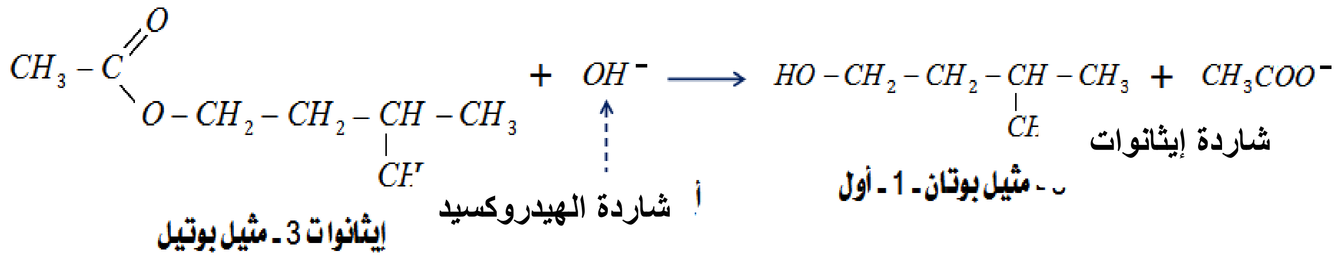
7) يتفاعل أسيتات البروبيل مع محلول الصودا $(\boldsymbol{Na^+ + OH^-})$.

أ) ما اسم هذا التفاعل ؟ وما هي مميزاته ؟ .

إسم التفاعل : تفاعل التصبن.

مميزاته : تفاعل تام وسريع.

ب) أكتب معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة ، محددا أسماء المتفاعلات والنواتج



التمرين (9)

I - 1 ـ معادلة التفاعل : $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+{}_{(aq)} + CH_3COO^-{}_{(aq)}$

2 ـ عبارة K_A : $K_A = Q_{rf} = \dfrac{[H_3O^+]_f [CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$

3 ـ جدول التقدم :

الحالات	التقدم	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$=H_3O^+{}_{(aq)}$	$+CH_3COO^-{}_{(aq)}$
$t=0s$	0	C_AV_A	بوفرة	0	0
t	x	C_AV_A-x		x	x
t_f	x_f	$C_AV_A-x_f$		x_f	x_f

4 ـ إثبات العبارة $\tau_f = \dfrac{K_A}{K_A+10^{-PH}}$: لدينا من جدول التقدم: $[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f = \dfrac{x_f}{V}$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[H_3O^+]_f.V}{C_A.V} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_A}$$

ولدينا $[CH_3COOH]_f = \dfrac{C_AV_A - x_f}{V} = C_A - \dfrac{x_f}{V} = C_A - [H_3O^+]_f$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f^{\,2}}{C_A - [H_3O^+]_f} = \frac{[H_3O^+]_f}{\dfrac{C_A}{[H_3O^+]_f} - 1} = \frac{10^{-PH}}{\dfrac{1}{\tau_f} - 1} \Rightarrow K_A.(\frac{1}{\tau_f} - 1) = 10^{-PH} \Rightarrow K_A.\frac{1}{\tau_f} = 10^{-PH} + K_A \Rightarrow \boxed{\tau_f = \frac{K_A}{K_A + 10^{-PH}}}$$

5 ـ حساب τ_f و C_A :

$$\tau_f = \frac{10^{-PK_A}}{10^{-PK_A} + 10^{-PH}} = \frac{10^{-4,8}}{10^{-4,8} + 10^{-3,4}} \Rightarrow \boxed{\tau_f = 0,038}$$

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C_A} \Rightarrow C_A = \frac{[H_3O^+]_f}{\tau_f} = \frac{10^{-3,4}}{0,038} \Rightarrow \boxed{C_A = 0,01 mol/l}$$

II - 1 ـ معادلة تفاعل المعايرة: $CH_3COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} = CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

2 ـ استنتاج التركيز C_A:

عند التكافؤ: $C_AV_A = C_BV_{BE} \Rightarrow C_A = \dfrac{C_BV_{BE}}{V_A} = \dfrac{0,01.10}{10} = 0,01 mol/l$

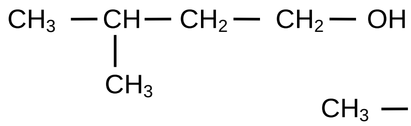
نعم تتوافق النتيجتان

3 ـ حساب ثابت التوازن للمعايرة :

$$K=\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f.[HO^-]_f}\Rightarrow K=\frac{[CH_3COO^-]_f.[H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f.[HO^-]_f.[H_3O^+]_f}=\frac{K_A}{K_e}\Rightarrow K=\frac{10^{-4,8}}{10^{-14}}=1,58.10^{9}$$

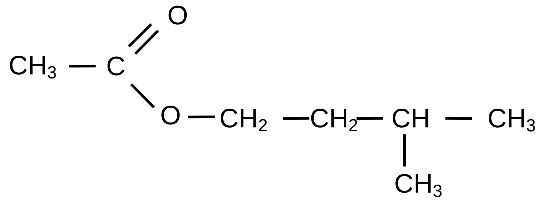
نلاحظ أنّ : $K\succ 10^4$ ومنه فإن تفاعل المعايرة تام .

III - 1 ـ كتابة الصيغة نصف مفصلة للمركب A :



ـ المركب B الناتج :

الاسم : إيثانوات 3 ـ ميثيل بوتيل



2 ـ المعادلة :

$$CH_3COOH_{(aq)}+CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2OH_{(l)}=CH_3COO-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_{3(aq)}+H_2O_{(l)}$$

3 ـ الغرض من التسخين و إضافة حمض الكبريت : تسريع التفاعل دون التأثير على مردود التفاعل .

4 ـ التركيب المولي للمزيج عند بلوغ حالة التوازن :

جدول التقدم :

الحالات	التقدم	$Acide_{(aq)}$ +	$Alcool_{(l)}$ =	$Ester_{(aq)}$ +	$Eau_{(l)}$
$t=0s$	0	$0,2mol$	$0,2mol$	0	0
t_f	x_f	$0,2-x_f$	$0,2-x_f$	x_f	x_f

$$n_0(acide)=\frac{m}{M}=\frac{12}{60}=0,2mol$$

$$n_0(alcool)=\frac{m}{M}=\frac{17,6}{88}=0,2mol$$

إيجاد x_f : بما أنّ المزيج الابتدائي متساوي المولات و الكحول أوّلي فإنّ :

$$\tau_f=\frac{x_f}{x_{max}}=0,67\Rightarrow x_f=\tau_f\cdot x_{max}=0,67\cdot 0,2=0,134mol$$

$$n_f(acide)=0,2-x_f=0,2-0,134=0,066mol$$

$$n_f(alcool)=0,066mol$$

$$n_f(ester)=n_f(eau)=x_f=0,134mol$$

5 ـ حساب ثابت التوازن K:

$$K=\frac{n_f(ester).n_f(eau)}{n_f(acide).n_f(alcool)}=\frac{x_f^{\ 2}}{(0,2-x_f)^2}\Rightarrow K=\frac{(0,134)^2}{(0,2-0,134)^2}=4,12$$

6 ـ جهة تطور التفاعل :

$$Q_{ri}=\frac{n_0(ester).n_0(eau)}{n_0(acide).n_0(alcool)}=\frac{1\times 1}{0,2\times 0,5}=10$$

نلاحظ أنّ: $Q_{ri}\succ K$ و منه فإن التفاعل يتطور في الاتجاه غير المباشر أي في اتجاه الإماهة .

<u>التمرين(10)</u>

1) المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل .أذكر خصائص هذا التفاعل .

$$CH_3COOH+C_2H_5OH\rightleftarrows CH_3COOC_2H_5+H_2O$$

2) تركيب الخليط في الحالة النهائية .

	$CH_3COOH + C_2H_5OH \rightleftarrows CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
$t = 0$	1	1	0	0
t	$1 - x$	$1 - x$	x	x
t_f	$1 - x_f$	$1 - x_f$	x_f	x_f

$r = \frac{x_f}{x_m} \times 100$ نجد $x_f = 0{,}67mol$.

CH_3COOH	C_2H_5OH	$CH_3COOC_2H_5$	H_2O
$0{,}33mol$	$0{,}33mol$	$0{,}67mol$	$0{,}67mol$

3) ثابت التوازن K لهذا التفاعل .

$K = \frac{n_{est} \times n_{eau}}{n_{acide} \times n_{al}} = \frac{(0{,}67)^2}{(0{,}33)^2} = 4$.

4) نضيف للمزيج السابق و هو في حالته النهائية $1{,}0\ mol$ من حمض الإيثانويك .

حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية)

تصبح الحالة الابتدائية الجديدة.

CH_3COOH	C_2H_5OH	$CH_3COOC_2H_5$	H_2O
$1{,}33mol$	$0{,}33mol$	$0{,}67mol$	$0{,}67mol$

$Q_{r,i} = \frac{(0{,}67)^2}{1{,}33 \times 0{,}33} = 1$ نلاحظ أن $Q_{r,i} < K$ وبالتالي التفاعل ينزاح في الاتجاه المباشر.

	$CH_3COOH + C_2H_5OH \rightleftarrows CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
$t = 0$	$1{,}33$	$0{,}33$	$0{,}67$	$0{,}67$
t	$1{,}33 - x$	$0{,}33 - x$	$0{,}67 + x$	$0{,}67 + x$
t_f	$1{,}33 - x_f$	$0{,}33 - x_f$	$0{,}67 + x_f$	$0{,}67 + x_f$

ثابت التوازن لا يتعلق بالتراكيز الابتدائية .

$K = \frac{(0{,}67+x_f)^2}{(1{,}33-x_f)(0{,}33-x_f)} = 4$.

يجب أن يكون $x_f < 0{,}33$.

$(0{,}67 + x_f)^2 = 4(1{,}33 - x_f)(0{,}33 - x_f)$.

$. 0{,}45 + 1{,}34x_f + x_f^2 = 1{,}75 - 6{,}64x_f + 4x_f^2$

$. 3x_f^2 - 7{,}98x_f + 1{,}3 = 0$

$. \Delta = 63{,}68 - 15{,}6 = 48{,}08$

$. x_1 = \frac{7{,}98-6{,}93}{6} = 0{,}175$

$x_2 = \frac{7{,}98+6{,}93}{6} = 2{,}48$. وهذا الحل مرفوض لأنه لم يحقق الشرط $x_f < 0{,}33$.

$. x_f = 0{,}175\, mol$

CH_3COOH	C_2H_5OH	$CH_3COOC_2H_5$	H_2O
$1{,}155 mol$	$0{,}155 mol$	$0{,}845 mol$	$0{,}845 mol$

التمرين(11)

1) المعادلة الكيميائية لهذا التفاعل وسمّ المركب العضوي (الأستر) الناتج .

$$CH_3-CH_2-CH_2-COOH + CH_3-\underset{}{\overset{CH_3}{\overset{|}{C}H}}-CH_2-OH \rightleftarrows CH_3-CH_2-CH_2-COO-CH_2-\overset{CH_3}{\overset{|}{C}H}-CH_3 + H_2O$$

اسم الاستر الناتج : بوتانوات 2- مثيل البروبيل .

2) إستنتج مردود التفاعل ثم حدد صنف الكحول .

	C_3H_7COOH +	C_4H_9OH ⇄	$C_3H_7COOC_4H_9$ +	H_2O
$t=0$	$0{,}2$	$0{,}2$	0	0
t	$0{,}2-x$	$0{,}2-x$	x	x
t_f	$0{,}2-x_f$	$0{,}2-x_f$	x_f	x_f

$. n_e = \frac{m}{M} = x_f$

$. M = 12 \times 8 + 16 + 16 \times 2 = 144 g/mol$

$. n_e = \frac{19{,}3}{144} = 0{,}134\, mol$

$r = \frac{x_f}{x_m} \times 100$

$. r = \frac{0{,}134}{0{,}2} \times 100 = 67\%$

الكحول أولي .

3) أحسب ثابت التوازن K لهذ ا التفاعل .

$K = \frac{n_{est} \times n_{eau}}{n_{acide} \times n_{al}} = \frac{(0,134)^2}{(0,066)^2} = 4$.

4) ما هو الوسيط الذي يمكن استعماله لتسريع التفاعل . هل الوسيط يرفع من مردود التفاعل .

الوسيط الذي يمكن استعماله لتسريع التفاعل هو شوارد H_3O^+ وذلك بإضافة حمض الكبريت المركز .

الوسيط لا يرفع من مردود التفاعل .

5) ما هو العوامل التي ترفع من مردود التفاعل. هل يمكن أن يكون التفاعل تاما كيف .

العوامل التي ترفع من مردود التفاعل هي : استعمال مزيج غير متساوي المولات ، سحب الاستر أو الماء الناتج .

يمكن أن يكون التفاعل تاما وذلك بسحب الاستر أو الماء الناتج حتى لا يحدث تفاعل الاماهة .

أو باستعمال كلور الأسيل بدل الحمض الكربوكسيلي .

6) نضيف للمزيج السابق و هو في حالته النهائية $0,2\ mol$ من الماء .

حدد جهة تطور التفاعل ثم أوجد تركيب الخليط عند حدوث التوازن من جديد (حالته النهائية) .

تصبح الحالة الابتدائية الجديدة.

C_3H_7COOH	C_4H_9OH	$C_3H_7COOC_4H_9$	H_2O
$0,066 mol$	$0,066 mol$	$0,134 mol$	$0,334 mol$

$Q_{r,i} = \frac{0,334 \times 0,134}{0,066 \times 0,066} = 10,27$ نلاحظ أن $Q_{r,i} > K$ وبالتالي التفاعل ينزاح في الاتجاه المعاكس (تفاعل الاماهة) .

	$C_3H_7COOH + C_4H_9OH \rightleftarrows C_3H_7COOC_4H_9 + H_2O$			
$t = 0$	$0,066$	$0,066$	$0,134$	$0,334$
t	$0,066 + x$	$0,066 + x$	$0,134 - x$	$0,334 - x$
t_f	$0,066 + x_f$	$0,066 + x_f$	$0,134 - x_f$	$0,334 - x_f$

ثابت التوازن لا يتعلق بالتراكيز الابتدائية .

$$K = \frac{(0,134 - x_f)(0,334 - x_f)}{(0,066 + x_f)^2} = 4$$

.

يجب أن يكون $x_f < 0,134$.

$$4\,(0,066 + x_f)^2 = (0,134 - x_f)(0,334 - x_f)$$

$0,017 + 0,528x_f + 4x_f^2 = 0,045 - 0,47x_f + x_f^2$.

$3x_f^2 + x_f - 0,028 = 0$.

$\Delta = 1 + 0,336 = 1,336$.

$x_1 = \frac{-1+1,16}{6} = 0,026$.

$x_2 = \frac{-1-1,16}{6} = -0,36$. وهذا الحل مرفوض .

$x_f = 0,026\,mol$.

H_2O	$C_3H_7COOC_4H_9$	C_4H_9OH	C_3H_7COOH
$0,308mol$	$0,108mol$	$0,092mol$	$0,092mol$